

Jærnbeton. 4. udg., s. 1-337

E. Suenson

Lærebøger

-

1931

Dette dokument udgør en del af et større dokument, der af hensyn til downloadstiden er opdelt i ét eller flere særskilte dokumenter. De(n) øvrige del(e) af dokumentet kan hentes i biblioteket på [danskbyggeskik.dk](http://danskbyggeskik.dk) og findes via søgefunktionen hertil.

E. SUENSON:  
JÆRNBETON

E. SUENSON:  
JÆRNBETON

*R. W. Folger*

JÆRNBETON

*K.W. Johansen*

# JÆRNBETON

AF

**E. SUENSON**

INGENIØR

PROFESSOR VED DEN POLYTEKNISKE LÆREANSTALT

FJERDE UDGAVE

KØBENHAVN

**P. E. BLUHME BOGHANDEL**

TRYKT HOS J. JØRGENSEN & CO. (IVAR JANTZEN)

1931

COPYRIGHT  
BY  
E. SUENSON, COPENHAGEN

**D**EN foreliggende Bog er dels en Lærebog for Studerende ved den polytek-  
niske Læreanstalt, dels en Haandbog. Derfor er de Afsnit, der ikke kræves  
lært af de Studerende, trykt med smaa Typer. Disse Afsnit er udskilt, fordi  
der deri enten behandles specielle Bygværker og uddybes specielle Æmner,  
eller udledes Formler, der vel har almindelig Betydning, men hvis Udledning  
sker rent mekanisk efter forud kendte Principer og derfor er en ufrugtbar Læsning.

Jærnbetonen er efterhaanden trængt ind paa alle Byggeomraader, ikke mindst  
i Danmark, hvor den ogsaa i nationaløkonomisk Henseende har Fortrin for  
Jærnet. Alle, der har med Byggevirksomhed at gøre, faar med Jærnbeton at  
gøre, og jeg haaber, at Bogen maa lette dem Tilegnelsen af det meget nye,  
der er kommet frem, og at dens Tabeller og grafiske Fremstillinger vil befri  
dem for en Del Regnearbejde.

Hvis man sorterede Bogens Stof, vilde det meste kunne indordnes under een  
af Rubrikkerne (1) Materiallære, (2) Dimensionering, (3) Arbejdets Udførelse.

(1) I de senere Aar er Læren om Betons rette Sammensætning svulmet op  
til en hel Videnskab, og jeg har fundet det rigtigst at behandle dette Æmne  
i den foreliggende Bog, der alene er skrevet for Bygningsingeniører, fremfor at  
medtage det i 3. Bind af »Byggematerialer«, der er bestemt ogsaa for Maskin-  
ingeniører. Æmner som Kitmassetæthed, Vand-Cement-Forhold, Tørstoffernes  
Kornkurve og Forbindelsen mellem disse Størrelser og Betonens Styrke og  
Støbelighed samt de moderne Metoder til Prøvning af Betonens Konsistens og  
Grusets Brugbarhed er derfor medtagne her; ligeledes de nye Cementer, der i  
udstrakt Grad bruges til Jærnbeton. Ved Behandling af Betonens Blandings-  
forhold, der i Praksis sædvanligvis fastlægges i Byggepladsmaal, i Laboratorierne  
i Vægt, og som rettelig burde fastlægges i absolut Maal, er der indført en  
Nomenklatur (Side 59), der letter Oversigten og Omregninger fra det ene Sy-  
stem til det andet og sparer mange Ord. Betonens Svind, om hvis Natur  
Meningerne er delte, er behandlet Side 155 ud fra en Forudsætning, der, hvad  
enten den er rigtig eller urigtig, fjerner den tilsyneladende Uoverensstemmelse  
mellem Iagttagelserne. Det laa nær at overflytte Størstedelen af Betonlæren fra  
Faget Materiallære til Faget Jærnbeton, men saa vidt har jeg ikke kunnet gaa  
paa Grund af Undervisningsplanen.

(2) Ved Dimensionering er Opgaven som Regel at skabe en bestemt Brud-  
sikkerhed, og dette er kun muligt gennem et eksperimentelt Studium af Materialet.  
Specielt Jærnbetonen, der bestaar af saa forskelligartede Stoffer som Jærn og  
Beton, har man først lært at kende gennem talrige Eksperimenter, der efter-  
haanden har ændret Grundlaget for Styrkeberegningerne. Dette Grundlag udgøres

af Materiallæren, Ligevægtslæren og Elasticitetslæren, af hvilke de to første omhandler Realiteter, nemlig henholdsvis de for Jærnbetonen ejendommelige Egenskaber og de for alle Stoffer fælles Ligevægtslove, medens Elasticitetslæren anvender Ligevægtslovene paa et hypotetisk Stof, der ofte ligger Jærnbetonen ret fjernt, saaledes at man for Styrkeberegningernes Vedkommende paa mange Punkter maa gaa udenom Elasticitetslæren og direkte opstille Ligevægtsbetingelserne under Forudsætninger, der bedre svarer til Virkeligheden. Paa andre Punkter er man gaaet mindre radikalt til Værks og har blot korrigeret Elasticitetslærens Resultater. Et grelt Eksempel paa, hvor store Uoverensstemmelser Eksperimentet endnu kan afsløre, afgiver de nyere Maalinger af trykpaavirket Betons Stukning i Tidens Løb, der navnlig er omtalte i § 786.

Disse Forhold nødvendiggør ofte en Dobbeltfremstilling, idet man først maa gennemgaa den traditionelle Teori og derefter gøre opmærksom paa dens Fejl. Der er overalt lagt Vægt paa at klarlægge de sande Spændingsforhold, saavel inden Betonen er revnet, som paa Brudstadiet; uden Kendskab til disse Forhold arbejder man i Blinde.

Bogen er skrevet under Forudsætning af, at Læseren har Kendskab til den tekniske Elasticitetslære og Statik, idet saadanne Formler, som ogsaa bruges ved homogent Materiale, ikke er udledede paany, men kun bragt i Erindring. Bestemmelse af Snitkræfter og bøjende Momenter er som Regel kun omtalt, naar Bestemmelsesmaaden er særegen for Jærnbeton; dog er der af Hensyn til Bogens Brug som Haandbog medtaget en Del Formler for Momenter i Bjælker og Søjler.

De statiske Beregningers Bogstavsymboler er de samme som i tidligere Udgaver (se Side XIV). Det er tilstræbt at undgaa Indeks ved de Betegnelser, der stadig gaar igen i Beregningerne, og som derfor helst maa være simple, ogsaa af Hensyn til deres Afskrivning paa Maskine.

Den matematiske Udledning af Formler kunde undertiden have været forenklet i en vis Forstand, hvis man straks udledede Formlen for det mest omfattende Tilfælde og derefter behandlede de simple Særtilfælde. En saadan Fremgangsmaade tiltaler den, der forud er fortrolig med Stoffet, men den Læser, for hvem Stoffet er nyt, vil oftest foretrække at begynde med det enkle Tilfælde og derefter gaa over til det sammensatte.

(3) Afsnittet om Arbejdets Udførelse er for en stor Del skrevet ud fra personlige Erfaringer og bør studeres grundigt. Et Jærnbetonbygværks Godhed afhænger ikke mindre af Udførelsen end af Styrkeberegningerne, hvad mange i tidligere Tid var tilbøjelige til at overse. Hvad Brudsikkerheden angaar, er godt Arbejde og høje Spændinger at foretrække for daarligt Arbejde og lave Spændinger; og Sikkerhed mod gale Maal, skæve Linier, Rustsprængninger m. m. faar man kun ved at overvaage Udførelsen. Kendskab til Arbejdstekniken kræves ikke blot af den tilsynsførende Ingeniør, men ogsaa af den projekterende; denne maa have Forholdene paa Arbejdspladsen for Øje for at kunne yde det helt gode; derfor er ikke blot i Afsnittet om Arbejdets Udførelse, men ogsaa i Afsnittet om Dimensionering de tekniske Krav fremhævede.

Sammenlignet med forrige Udgave er den ny paa næsten alle Punkter gjort fyldigere. En Del af Udvidelserne er omtalt under (1) ovenfor. Under (2) er der maaske Grund til at fremhæve Afsnittene om beviklede Søjler, kon-

tinuerlige Bjælker, delvis Indspænding, krydsarmerede Plader, T-Bjælker, Forskydning, Vridning og Bøjning med Normalkraft, der alle er stærkt udvidede, samt de nye Afsnit om Varmespændinger i cylindriske Vægge, skævvinklet Armering, Paddehatplader, Temperatur- og Svindkræfter. Det vanskelige Spørgsmaal om Jærnenes Stødning, som de fleste Lærebøger forbigaar i Tavshed, er ret indgaaende behandlet, og der er opstillet en Teori for Beregning af Tværarmeringen (§ 261). At Sikkerheden mod grove Revner i Betonen forøges ved Brug af en stor Jærnprocent og en lille Jærndiameter blev allerede fremhævet i de ældre Udgaver, men er skarpere begrundet i den foreliggende (Side 172), og der er udledt en simpel Formel (Side 162), der bedre end Ord klarlægger Forholdene. Saavel under ren Bøjning som under Bøjning med Normalkraft er otttekantede, ringformede og nogle andre specielle Tværnsnit behandlede, og der er medtaget mange nye Tabeller og Kurver, der formindsker Regnearbejdet. Ogsaa Afsnittet om Søjlemomenter er udvidet, saaledes at man paa Grundlag af rimeligt simplificerede Forudsætninger kan beregne disse Momenter, dog kun naar Søjleafstandene er ens. Under (3) Arbejdets Udførelse falder de væsentligste Udvidelser paa Æmnerne: Flyttelige Forme, Betons Sidetryk, Sandmaaling under Vand, Betontransport gennem Render og Rør, Mørtelsprøjter, Overfladebehandling, Slidlag og Nedbøjningsmaaling. Kontrol med Betonens Sammensætning er for en stor Del behandlet i Afsnit IV.

Betegnelsen 1' Del, der har været knyttet til 2' og 3' Udgave, er udeladt i den ny. Hvorvidt der vil komme en 2' Del omhandlende Jærnbetonens specielle Anvendelser, vil afhænge af det Timeantal, Faget i Fremtiden vil faa til Raadighed paa den polytekniske Lærestalt. Ogsaa paa dette Punkt har Bogen dog faaet en Udvidelse, idet Skorstene, Celleplader, Ovenlys og Kravene til brandsikre Bygninger er medtagne. Andre specielle Anvendelser, som lejlighedsvis er nævnt, vil man finde i Sagregistret under »Bygværker«.

København i Juli 1931.

E. Suenson.

## INDHOLD.

	Side		Side
<b>I. Indledning.</b>			
A. Jærnbetons Hovedegenskaber .....	1	2. Hurtighærdnende Portlandcement .....	52
B. » Brugsomraade .....	3	3. Alcement .....	53
C. » Historie .....	8	<b>IV. Betonen.</b>	
<b>II. Jærnbetons Egenskaber.</b>			
A. Adhæsion mellem Jærn og Beton.		A. Blandingsforholdets Omregning fra Maal-	
1. Normal og tangential Adhæsion. Glide-		forhold til Vægtforhold .....	59
spænding .....	10	B. Betonens Kitmassetæthed og Trykstyrke.	
2. Jærnets Indflydelse paa Glidespændingen	11	1. Forskellen mellem Betonens Middeltæt-	
3. Betonens Indflydelse paa Glidespændin-		hed og Kitmassetæthed .....	61
gen .....	15	2. Bestemmelse af Kitmassens Tæthed ...	64
4. Tilladelig Adhæsionsspænding .....	18	3. Trykstyrkens Afhængighed af Kitmas-	
5. Profiljærn .....	19	sens Tæthed .....	66
6. Rundjærns Minimalafstand fra Overfla-		C. Betonens Middeltæthed og Vægt.	
den og indbyrdes .....	20	1. Betonens Vægt .....	69
7. Specialjærn.		2. » Middeltæthed .....	70
a. Forskellige Former .....	21	3. Fullerkurven og lignende Kurver .....	71
b. Johnsons Ribbejærn .....	24	D. Vandets Art og Mængde.	
8. Jærn med Endekroge .....	26	1. Vandets Art .....	73
B. Jærnbetons Varighed.		2. Vand-Cement-Forholdets Betydning ...	73
1. Betons Evne til at hindre Rustdannelse	29	3. Vandmængdens Regulering .....	77
2. Havvands Indvirkning paa Jærnbeton	31	E. Grusets Art.	
3. Elektricitets Indvirkning paa »	33	1. Definition af Grus, Sand og Sten ....	80
C. Forhold i Varme og Ild.		2. Humusholdigt Grus .....	81
1. Varmeledningsevne .....	34	3. Sandets Indflydelse paa Styrke og Stø-	
2. Varmeudvidelse, Varmespændinger, Rev-		belighed.	
nedannelse .....	35	a. Kornstørrelsens Indflydelse paa	
3. Styrke efter Opvarmning .....	37	Styrken .....	82
4. Brandsikkerhed .....	39	b. Sandets Styrkeindeks .....	83
5. Brandtekniske Standarder .....	42	c. Den bedste Kornkurve .....	84
6. Skorstene og Røgkanaler .....	43	d. Sand som Handelsvare .....	85
7. Normer for Jærnbetonskorstene .....	44	e. Sandets Bedømmelse .....	85
8. Isolering af Jærnkonstruktioner .....	47	4. Stenene .....	86
<b>III. Jærn og Cement.</b>			
A. Jærnet.		F. Betonens Blandingsforhold.	
1. Normaldimensioner .....	49	1. Betonstyrkens Afhængighed af Blan-	
2. Jærnsorter .....	50	dingsforholdet .....	87
B. Cementen.		2. Betonens Støbelighed .....	92
1. Almindelig Portlandcement .....	51	3. Valg af Blandingsforhold .....	95
		4. Korrektioner for mangelfuld Sortering	96
		5. Udhytte .....	97
<b>V. Byggeelementernes Dimensionering og Udformning.</b>			
A. Tilladelige Spændinger .....	99	Eulers Formel .....	117
B. Tryk.		Ritters eller Rankines Formel .....	118
1. Uarmeret Betons Forhold overfor Tryk.		Kvadratiske og rektangulære Tvær-	
a. Betonens Trykstyrke .....	102	snits Inertiradius .....	120
b. Betonens Trykelasticitet .....	105	Dimensioneringsformel for kvadra-	
2. Armerede Prismer og Søjler. Centralt Tryk.		tiske og rektangulære Tværnit.	122
a. Almindelig Tværarmering.		Dimensionering af Søjler og Vægge	123
α. Tværnit og Armering .....	109	ζ. Jærnenes Stødning .....	123
β. Spændingsbestemmelse .....	111	η. Søjlefoden .....	124
γ. Prismers Styrke .....	111	θ. Fundamentet .....	126
δ. Prismers Sejghed, Tværudvidelse og		b. Bevikling.	
Længdeforkortelse .....	114	a. Prismers Styrke .....	129
e. Søjler med Udbøjningsfare.		β. » Længdeforkortelse .....	130
Inertimomenter .....	115	γ. Teoretisk Udledelse af Styrken .....	131
Udbøjningsfaren .....	117	δ. Søjler med Udbøjningsfare .....	132



	Side		Side
e. Dimensioneringens Udførelse.		c. Rektangulært Tværnsnit uden Trykarmring og med Betontrækspændinger.	210
Valg af Tværnsnitform	133	2. De virkelige Spændingsforhold.	
Armering	134	a. Forskellige Spændingsstadier	211
Tværnsnitstabeller	135	b. Nulliniens Beliggenhed	212
Hypptigt forekommende Dimensioneringsopgaver	137	c. Underarmerede Bjælker	212
ζ. Søjlefoden	140	d. Normalt armerede Bjælker.	
§. Bevlede Støbejernsøjler	140	a. Bøjningskurven	212
3. Armerede Prismer og Søjler. Eksk. Tryk	141	β. Brudspændinger	217
4. Funderingspæle.		γ. Overarmerede Bjælker	219
a. Egenskaber	141	f. Brudmomentets Størrelse	221
b. Dimensionering	142	g. Eksempelrække	222
c. Støbning	144	3. Tilladellige Spændinger.	
d. Ramning	144	a. Prøvebjælker	224
e. Bæreevne	146	b. Tilladellige Spændinger	227
f. Huses Fundering paa Pæle	148	4. Momenter efter Elasticitetsteorien.	
g. Pæle støtte i Jorden	150	a. Simpelt understøttede Bjælker	228
α. Pælehullet fremstilles ved Ramning	150	b. Indspændte Bjælker med konstant Tværnsnit	229
β. Boring	151	c. Kontinuerlige Bjælker.	
h. Pæle sammenlignet med andre Fundamenter.	151	a. Lejemomenternes Indflydelse paa Momentkurve og Lejetryk	231
<b>C. Træk.</b>		β. Lejemomenternes Bestemmelse.	
1. Uarmeret Betons Forhold overfor Træk.		Clapeyrons Ligninger	233
a. Træk- og Bøjningsstyrke	153	Lasten er symmetrisk om Fagmidten	234
b. Trækelasticitet	154	Lasten er usymmetrisk om Fagmidten	234
c. Rumfangsændring under Hærdning	155	Variabelt Inertimoment	235
d. Styrkeændring ved Udtørring og Vædning	158	γ. Tværkræfternes Bestemmelse	235
e. Svindrevner	160	δ. Influenstliner	235
2. Armeret Betons Forhold overfor Træk.		ε. 2-4 Fag. Konstant Tværnsnit og Faglængde. Jævnt fordelt Last.	
a. Spændingsbestemmelse	161	Pletvis Last forekommer ikke	237
b. Spændingsforhold i retnet Prisme	161	Pletvis Last forekommer	239
c. Jærnbetons Trækarbejdslinie	163	ζ. Uendelig mange Fag. Konstant Tværnsnit og Faglængde	243
d. Svindspændinger hidr. fra Armeringen.		η. 2-4 Fag. Konstant Tværnsnit. Variabel Faglængde	244
α. I et uendelig langt Frise	164	θ. Sikkerhed overfor Variationer af p : g	246
β. Ved et Prismes Ender	166	d. Overrørende Bjælkeender	247
e. Brudforlængelse og Revnespænding	167	e. Tværmomenter i Plader	248
f. Jærnprocentens Indflydelse paa Brudmaaden	169	f. Elasticitetsteoriens Gyldighed	248
g. Sikkerhed mod Revner	170	5. Momenter ved delvis Indspænding.	
h. Svindrevner stammende fra ydre Modstande.		a. Delvis Indspænding i Almindelighed.	
α. Absolut Modstand	172	α. Indspændingsgrader	249
β. Elastisk	173	β. Skønnede Indspændingsmomenter	252
3. Stødforbindelser.		γ. Grænser f. Indspændingsmomenterne	252
a. Umiddelbare Jærnforbindelser	175	δ. Spændvidder og Lejetryk	253
b. Betonforbindelser.		e. Sikkerhedsgraden	253
α. Oversigt	175	b. Delvis indspændte Plader.	
β. Brudmuligheder	177	a. Fordele ved at regne med delvis Indspænding	254
Forskydningsbrud	177	β. Hvert andet Jern opbejles	254
Bøjningsbrud	179	γ. Mindste Pladetykkelse	257
Trykbrud ved Krogene	180	δ. Givne Momentulpunkter	257
paa hele Stødlængden	182	6. Plader armerede i een Retning.	
4. Dimensionering af strakte Bygningsdele.		a. Tykkelse og Armering	258
a. Dimensioneringsformler	182	b. Plader uden Trykarmring.	
b. Stød i Trækstænger	183	α. Spændingsbestemmelse	260
c. Endeforankringer	183	β. Dimensionering	264
d. Hængesøjler	189	γ. Revnespændinger	270
<b>D. Bøjning.</b>		c. Trykarmerede Plader.	
1. Spændingsteori.		α. Almindelige Bemærkninger	271
a. Vilkaarligt Tværnsnit	191	β. Spændingsbestemmelse	273
b. Rektangulært Tværnsnit uden Trykarmring og uden Betontrækspændinger.		γ. Dimensionering	274
α. Spændingsbestemmelse	194	d. Plader armerede med Profiljern	276
β. Dimensioneringsformler	196	e. Plader belastede med Enkeltkræfter	276
γ. Tilladellige og økonomiske Spændinger	202	f. Huller i Plader	278
δ. Tabel over Tværnsnitkonstanter	203		
ε. Modstandsmomenter	207		
ζ. De formelle Spændingers Afhængighed af n	208		

	Side		Side
g. Varmespændinger i cylindriske Vægge	278	β. Forskydning i Bjælkehovedet	348
7. Krydsarmerede Plader.		γ. Tværkræfter i Bjælkehovedet	350
a. Indledning	280	c. Kasseformede Bjælker	352
b. Momentbestemmelse paa Grundlag af Brudtilstanden.		d. Bjælker med vilkaarligt Tværnsnit	352
α. Simpelt understøttede Plader.		e. Bjælker med variabel Højde	353
Kvadratisk Plade med jævnt fordelt Last	282	3. Adhæsionsspændinger.	
Kvadratisk Plade med Enkeltkraft i Midten	283	a. Den teoretiske Maksimalværdi	355
Rektangulær Plade med jævnt fordelt Last	284	b. Adhæsionsspændingens Middelværdi	356
Andre Pladeformer	286	c. Regler for Brug af Kroge	358
β. Delvis indspændte Plader	287	d. Valg af Jærndiameter	359
γ. Lasten er ujævnt fordelt	289	e. Brug af Specialjern	361
c. Momentbestemmelse efter Elasticitetsteorien	289	<b>F. Forskydningsarmring.</b>	
d. Konstruktive Regler	292	1. Dimensioneringsprinciper.	
e. De Pladen bærende Bjælker	292	a. Tverarmeringens Virkemaade	362
8. Bjælker med rektangulært Tværnsnit	293	b. Længdearmeringens Virkemaade	363
9. T-Bjælker uden Trykarmring.		c. Dimensioneringsprinciper	363
a. Hoved, Krop og Leje.		d. Mörsch's Gitterteori	366
α. Bjælkehovedet	295	2. Forsøgsresultater	368
β. Bjælkekroppen	297	a. Trækbrud	368
b. Spændingsbestemmelse.		b. Forskydningsbrud og Trykbrud	371
α. Nullinien ligger i Hovedet	299	3. Tilladellige Spændinger	371
β. Nullinien ligger i Kroppen.		4. Bøjler.	
Kroppen medregnes ikke	300	a. Bøjleformer.	
Kroppen medregnes	301	α. Rundjernsbøjler	373
c. Dimensioneringsformler.		β. Baandjernsbøjler	374
α. Nullinien ligger i Hovedet	302	b. Bøjlerens Beregning.	
β. Nullinien ligger i Kroppen	302	α. Bøjlerens totale Bøjleareal	375
γ. Økonomisk Højde	305	β. Bøjlerens Fordeling	376
d. Dimensionering i Praktis.		γ. Bjælker med Enkeltkræfter	377
α. Egenvægt og Højde	309	δ. Jævnt fordelt Last.	
β. Simpelt understøttede Bjælker	312	Nødvendigt Bøjleareal	377
γ. Kontinuerlige Bjælker	312	Konstant Gruppeafstand	378
10. T-Bjælker med Trykarmring	316	» tværnsnit	379
11. Celleplader	317	ε. Enkeltkræfter og jævnt fordelt Last	381
12. Særlige Bjælketværnsnit	320	ζ. Trekantslast	382
13. Plader og Bjælker, der danner en Vinkel med Kraftretningen	324	η. Vilkaarlig Last.	382
14. Polygonale Plader og Bjælker.		c. Forholdene ved Lejet	383
a. Polygonalt lodret Billede.		d. Indflydelse paa Glidespændingen	383
α. Plader	324	5. Skraajærn.	
β. T-Bjælker	326	a. Længdejernenes Fripunkter	384
b. Polygonalt vandret Billede	328	b. Skraatræksdiagram	385
15. Svindspændinger i enkelt armerede Bjælker	329	c. Skraajærnenes Afstand	388
16. Stødning af Jærn i Bjælker.		d. Skraajærnstværnsnit naar $f_B = 0$	389
a. Rundjern.		e. Konstruktive Regler	389
α. Spændingsforhold paa Stødlængden	330	6. Skraajærn og Bøjler samvirkende.	
β. Brudmuligheder	331	a. Kraftens Fordeling	390
Forskydningsbrud	331	b. Valg af Skraajærnsdiameter	392
Trykbrud	333	c. Armeringsprinciper	393
γ. Tverarmeringens Styrke	334	d. Betonen optager Forskydning	393
δ. Stødreger	335	e. Betonen optager Ikke Forskydning	395
b. Ribbjærn	336	f. Skraajærnenes Opbøjningspunkter	396
<b>E. Forskydnings- og Adhæsionsspændinger.</b>		7. Dimensioneringseksempler	
1. Betons Forskydningsstyrke	338	a. Simpelt understøttet Bjælke	396
2. Forskydningspændinger ved ren Bøjning.		b. Delvis indspændt Bjælke	397
a. Plader og rektangulære Bjælker.		c. Kontinuerlig Bjælke	399
α. Vandrette og lodrette Spændinger	341	d. Murbjælke	403
β. Spændingernes sande Værdi	343	e. Overrørende Bjælkeender	403
γ. Skraa Trækspændinger	343	f. Søjlefod	404
δ. Hovedspændinger	344	<b>G. Vridning.</b>	
ε. Spændingstrajektorier	346	1. Uarmerede Prismer	405
b. T-Bjælker.		2. Armerede Prismer	406
α. Forskydning i Bjælkekroppen	347	<b>H. Bøjning med Normalkraft.</b>	
		1. Uarmerede Tværnsnit	409
		2. Armerede Tværnsnit, hvis Randspændinger har samme Fortegn.	
		a. Vilkaarligt Tværnsnit.	
		α. Ekscentrisk Tryk	411
		β. Ekscentrisk Træk	413
		b. Rektangulært Tværnsnit	413



BOGSTAVSYMBOLER.

Materialet er angivet ved en nedre Indeks ( $b = \text{Beton}$ ,  $j = \text{Jærn}$ ). Forskydningspændinger er udtrykt ved  $\tau_b$  og  $\tau_j$ , de tilladte ved  $t_b$  og  $t_j$ . Normalspændinger er udtrykt ved  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ ; om fornødent er Paavirkningsmaaden angivet ved en øvre Indeks:  $\sigma_b^c$ ,  $\sigma_j^c$  (Tryk),  $\sigma_b^t$ ,  $\sigma_j^t$  (Træk). De tilladte Værdier er udtrykt ved  $s_b$  og  $s_j$ , og for Betonspændingens Vedkommende er Paavirkningsmaaden angivet ved en øvre Indeks:  $s_b^{bc}$  (Bøjningstryk),  $s_b^c$  (centralt Tryk),  $s_b^t$  (Træk). Styrketal (Brudspændinger) er udtrykt ved  $S$  med en øvre Indeks ( $b = \text{Bøjning}$  (Trækbrud),  $bc = \text{Bøjning}$  (Trykbrud),  $c = \text{Tryk}$ ,  $f = \text{Forskydning}$ ,  $t = \text{Træk}$ ,  $v = \text{Vridning}$ ). Længder i m er som Regel betegnet med et stort Bogstav, Længder i cm med et lille Bogstav. Efterfølgende Liste omfatter kun ofte brugte Symboler:

- $B$  = Bredde (m).
- $C$  = Trykkraft (kg).
- $C_s$  = skraa Trykkraft (kg).
- $E$  = Elasticitetstal (at).
- $E_b, E_b^c$  = Betons Trykelasticitetstal (at).
- $E_b^t$  = Træk " " "
- $E_j$  = Jærns Elasticitetstal " " "
- $F$  = Jærnbetontværsnits æquivalente Betonareal (cm<sup>2</sup>).
- $F_0$  = Søjles nødvendige Tværsnit, naar Udbøjning er hindret (§ 157).
- $F_M$  = Momentflades Areal (kg·cm<sup>2</sup>).
- $F_b$  = Betontværsnit (cm<sup>2</sup>).
- $F_k$  = beviklet Søjles Kærnetværsnit (cm<sup>2</sup>).
- $FG^c, FG^t$  = Jærns Flydegrænse ved Tryk, Træk (at).
- $G$  = hvilende Last (kg).
- $H$  = vandret forskydende Kraft (kg).
- $H_B, H_s$  = do., der optages af Bøjler, Skraajærn (kg).
- $I$  = Tværsnits Inertimoment (cm<sup>4</sup>).
- $I_b, I_j$  = Inertimoment af et Jærnbetontværsnits æquivalente Betontværsnit, Jærntværsnit.
- $I_s$  = Inertimoment af Søjletværsnit.
- $L$  = Længde (m) eller Luftrumfanget i nystøbt Beton (§ 75).
- $M, M'$  = bøjende eller vridende Moment (kgcm, naar ikke andet er nævnt).
- $M_0$  = største Moment i simpelt understøttet Bjælke (kgcm).
- $M_{100}$  = bøjende Moment i kgm/m. se § 682.
- $M_H$  = se § 613.
- $M_i$  = se § 643.
- $M_n, M_s$  = Normalkraft (kg) eller Cements Normprøve-Styrke paa et givet Tidspunkt (at).
- $P$  = Kraft (kg).
- $P_B$  = Brudlast (kg).
- $P_E$  = Brudlast for en Søjle (kg).
- $P_R$  = Revnelast for en Bjælke (kg).
- $P_b, P_f, P_j$  = Priser (§ 435).
- $P_c, P_s, P_{st}$  = Vægte (§ 73).
- $P_g$  = Vægt af vandfrit Grus (kg).
- $P_p$  = Støbevandets Vægt (§ 80).
- $Q$  = Tværkraft (kg) eller Summen af en Bjælkes hvilende og bevægelige Last (kg).

- $Q_0$  = Tværkraft ved et Bjælkelejes Forkant.
- $Q_B, Q_s$  = Tværkraft, der optages af Bøjler, Skraajærn. se § 682.
- $Q_H$  = Tværkraft i Bjælke, der er belastet med Momentfladen (kg·cm<sup>2</sup>).
- $Q_M$  = Tværkraft i Bjælke, der er belastet med Momentfladen (kg·cm<sup>2</sup>).
- $R$  = Lejereaktion (kg).
- $R_b$  = Betonrumfang (m<sup>3</sup>).
- $R_c, R_s, R_{st}$  = Rumfang (§ 73).
- $R_g$  = Rumfang af fugtigt Grus i Byggepladsmaal (m<sup>3</sup>).
- $R_m$  = Mørtelrumfang (m<sup>3</sup>).
- $R_p$  = Vandrumfang (m<sup>3</sup>).
- $S$  = Styrketal (at) eller statisk Moment (kgcm).
- $S^c, S^f, S^t, S^v$  = Tryk-, Forskydnings-, Træk-, Vridningsstyrke (at).
- $S_b^b$  = Betons Bøjningstrykstyrke.
- $S_b^{bc}, S_b^{bc}$  = Betons Bøjningstrykstyrke.
- $S_b^t, S_j^t$  = Betons og Jærns Trækstyrke.
- $S_{bj}$  = Jærns Gildespænding (at).
- $T$  = Trækraft (kg) eller Tæthed eller Tidslængde.
- $T_b$  = Betons Tæthed (§ 75).
- $T_c, T_s, T_{st}$  = Tæthed (§ 73).
- $T_k$  = Kitmassetæthed (§ 76).
- $T_m$  = Mørtels Tæthed (§ 77).
- $T_s$  = skraa Trækraft (kg) eller Sands Tæthed (§ 73).
- $V$  = Tværkraft (kg) eller Betons Vandindhold ved Udstøbningen (m<sup>3</sup>) eller den tilsatte Vandmængde (kun i § 80).
- $W$  = Tværsnits Modstandsmoment (cm<sup>4</sup>).
- $W_b$  = Modstandsmoment af et Jærnbetontværsnits æquivalente Betontværsnit. se § 618.
- $W_i$  = Modstandsmomentet af et Jærnbetontværsnits æquivalente Jærntværsnit eller som i § 309-11.
- $W_j$  = Modstandsmomentet af et Jærnbetontværsnits æquivalente Jærntværsnit eller som i § 309-11.
- $a$  = Tværsnits Totalhøjde (cm).
- $a_j$  = Jærnakseafstand i dobbelt eller alsidigt armeret Tværsnit, maalt vinkelret paa Bøjningsplanet (§ 153).
- $a_k$  = beviklet Søjles Kærnediameter (cm).

- $b$  = Tværsnits Bredde (cm).
- $b_0$  = Bredden af T-Bjælkes Krop (cm).
- $b_n$  = " " " " Hoved (Nyttebredde) (cm).
- $c$  = Tykkelsen af T-Bjælkes Hoved (cm). Se ogsaa § 678.
- $c_1, c_2$  = se § 278.
- $d$  = Rundjærns eller Sigtehuls Diameter (cm).
- $d'$  = Tværarmringens Diameter (cm).
- $e$  = Længde, specielt Bøjlegruppernes Afstand eller en Normalkrafts Afstand fra et Tværsnits Midt- eller Tyngdepunktslinie (cm).
- $e_j$  = Normalkrafts Afstand fra et Tværsnits Trækjærns Tyngdepunktslinie (cm).
- $f$  = Jærntværsnit (cm<sup>2</sup>). se § 177.
- $f_B$  = Bøjlegruppens Tværsnit (cm<sup>2</sup>).
- $f_1$  = enkelt Jærns Tværsnit (cm<sup>2</sup>). Se ogsaa § 670.
- $f_{100}$  = Jærntværsnit (cm<sup>2</sup>/m).
- $f_a, f_t$  = se § 670 og 613.
- $f_s$  = Skraajærntværsnit (cm<sup>2</sup>).
- $f^c$  = Trykjærntværsnit (cm<sup>2</sup>).
- $g$  = jævnt fordelt hvilende Last (kg pr. Længdeenhed) eller Søjlebevækkings Ganghøjde (§ 187).
- $h$  = Tværsnits Nyttehøjde (cm). § 272.
- $h_0$  = Højden af T-Bjælkes Krop (=  $a - c$ ).
- $h^c$  = Trykjærns Akseafstand fra Tryksiden (cm).
- $h^t$  = Trækjærns Akseafstand fra Træksiden (cm).
- $i$  = Tværsnits Inertiradius (cm).
- $l$  = Længde (cm) eller Betons Luftindhold paa et givet Tidspunkt (m<sup>3</sup>).
- $l_0$  = Bjælkes frie Spændvidde (cm).
- $l_s$  = Søjles Længde (cm).
- $m$  = Afstanden mellem et Tværsnits Træk- og Trykcentrum (cm).
- $m_s$  = do., naar Spændingerne er de tilladte.
- $n$  =  $E_j : E_b$  eller Antallet af en Bjælkes Trækjærn eller et andet rent Tal.
- $n_s$  = Antal Skraajærn.
- $o$  = Omkredsen af et Jærntværsnit (cm).
- $p$  = jævnt fordelt Last (kg pr. Længdeenhed) eller Betons Porerumfang (§ 75).
- $PH$  = Brintjon-Koncentration.
- $q$  =  $p + g$ .
- $r$  = Længde (cm).
- $r_c, r_s, r_{st}$  = absolute Rumfang (m<sup>3</sup>).
- $r_v$  = Vandrumfang (m<sup>3</sup>).
- $s$  = tilladt Normalspænding (at).
- $s_E$  = tilladt Beton-Trykspænding for Søjler.
- $s_b$  = tilladt Beton-Trykspænding.
- $s_b^{bc}$  = do. ved Bøjning.
- $s_b^c$  = do. ved centralt Tryk.
- $s_j$  = tilladt Jærn-Trækspænding.
- $t$  = Temperatur (C°) eller Tykkelse (cm), specielt Jærnoverfladens Afstand fra Betonoverfladen (§ 153).
- $t_b, t_j$  = tilladt Beton- eller Jærnforskydningspænding (at).
- $t_{bj}$  = tilladt Adhæsionsspænding (at).
- $u$  = Tyngdepunktsliniens Afstand fra Tværsnittets trykkede Rand (cm).
- $v$  = Vinkel eller Betons Vandindhold paa et givet Tidspunkt (m<sup>3</sup>).
- $v_g$  = den med 1 kg tørt Grus følgende Vandvægt (kg).
- $v_s, v_{st}$  = Vandvægte (§ 73).
- $w, w_n, w_b$  =  $I : I$  for Søjle (cm<sup>3</sup>).
- $w_b$  =  $I : I$  for Bjælke (cm<sup>3</sup>).
- $x$  = Nulliniens Afstand fra Tværsnittets trykkede Rand (cm).
- $z$  = Trykresultantens Afstand fra Nullinien (cm) eller Grundlinjen i en H-Flade (cm).
- $\alpha$  = rent Tal.
- $\beta$  = rent Tal, specielt  $x : h$ .
- $\gamma$  =  $\sigma_j : \sigma_b$  ved Bøjning eller Vægtfylde.
- $\gamma_c, \gamma_s, \gamma_{st}$  = Vægtfylder (kg/m<sup>3</sup>). Se § 73.
- $\gamma_s$  =  $s_j : s_b$  eller Sands Vt. (§ 73).
- $\delta_{11,3}$  = Jærns Brudforlængelse maalt paa Længden 11,3  $\sqrt{f}$ .
- $\epsilon$  = Længdeændring.
- $\epsilon^c, \epsilon^t$  = Forkortelse, Forlængelse. se § 670.
- $\epsilon_a$  = Betons, Jærns Længdeændring.
- $\epsilon_b, \epsilon_j$  = elastisk, plastisk do.
- $\epsilon_e, \epsilon_p$  = Betons Svind. Se ogsaa § 670.
- $\epsilon_s$  = Varmeledningsstat eller Længdeændring (cm).
- $\lambda$  =  $\frac{1}{3} \beta \cdot (3 - \beta)$ .
- $\mu$  = Momentfladetyngdepunkts Afstand fra højre, venstre Leje (cm).
- $\xi_h, \xi_p$  = Rumvægte (kg/m<sup>3</sup>). Se § 73.
- $\rho_c, \rho_s, \rho_{st}$  = Normalspænding (at).
- $\sigma$  = Søjles Brudspænding.
- $\sigma_E$  = Jærns Flydspænding. se § 670.
- $\sigma_a$  = Beton-Trykspænding.
- $\sigma_b, \sigma_b^c$  = Beton-Trækspænding.
- $\sigma_b^t$  = do. Svindspænding.
- $\sigma_{bs}$  = Jærn-Trækspænding.
- $\sigma_j, \sigma_j^t$  = Jærn-Trykspænding.
- $\sigma_j^c$  = Jærn-Trykspænding. se § 670.
- $\sigma_{ja}$  = Jærn-Svindspænding. Se ogsaa § 670.
- $\sigma_{js}$  = Svindspænding. Se ogsaa § 670.
- $\sigma_s$  = Forskydningspænding (at).
- $\tau$  =  $\tau$  i Nullinien ved Bøjning med Normalkraft (§ 664).
- $\tau_0$  =  $\tau$  i Nullinien ved ren Bøjning.
- $\tau_b$  = Adhæsionsspænding.
- $\tau_{bj}$  = Jærnforskydningspænding.
- $\tau_j$  = Jærnprøve (§ 148 og 276) eller Prøvestangs Brud-indsnævring (%). se § 618.
- $\varphi$  = Jærnprøve (§ 148 og 276) eller Prøvestangs Brud-indsnævring (%). se § 618.
- $\varphi_t$  = Jærnprøve (§ 148 og 276) eller Prøvestangs Brud-indsnævring (%). se § 618.

pr. Længdeenhed

## LITERATUR-FORKORTELSER:

- B. u. E. = Beton und Eisen  
 Byggematerialer = E. Suenson: Byggematerialer  
 D. A. f. E. = Deutscher Ausschuss für Eisenbeton  
 Forschungsarbeiten = Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens  
 H. f. E. = Handbuch für Eisenbetonbau  
 I. M. = Internationall Materialprøvingsforbund  
 Ing. = Ingeniøren  
 Mitt. u. F. = Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens  
 T. F. T. A. f. J. = Teknisk Forenings Tidsskrift (Afdeling for Jærnbeton)  
 U. I. E. E. S. = University of Illinois Engineering Experiment Station  
 Z. d. V. d. I. = Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure

## I. INDLEDNING.

## A. Jærnbetons Hovedegenskaber.

1. Ved Jærnbeton eller armeret Beton forstaas Beton, hvis Sammenhæng er forøget ved indstøbte Jærnstænger og Jærnbånd, den saakaldte Armering<sup>1)</sup>. Uarmeret Beton har kun ringe Styrke overfor Træk og Bøjning, og det er Armeringens Hovedopgave at raade Bod paa denne Mangel, men ogsaa Trykstyrken kan forøges ved hensigtsmæssigt Jærndindlæg i Betonen, og for alle Arter af Paavirkninger gælder, at Armeringen forøger Betonens Sejghed, saa at en Overbelastning ikke fremkalder et pludseligt Brud, men først medfører Deformationer, der varsler om Faren, saa denne kan forebyggès.

Til de Egenskaber, der har baaret Jærnbetonen frem, hører for det første dens store Varighed baade i Vand og Luft. Den angribes ikke som Træ af Svamp eller som Jærn af Rust, og dens Brandsikkerhed overgaar alle andre Byggematerialers.

Dernæst dens Billighed i Forhold til Jærn; ved Licitationer af større Brokonstruktioner har Maskinfabrikerens Tilbud været c. 50 % dyrere end Jærnbetonfirmaernes. Dertil kommer, at den ingen Vedligeholdelse kræver, saaledes som Jærnet; dette spiller en saa stor Rolle, at en Jærnbro maa være ca. 13 % billigere i Anlæg for at kunne konkurrere pekuniært med Jærnbetonen<sup>2)</sup>. En stor Del af Prisen falder paa Støbeformen, og da denne er omtrent ens for lette og svære Konstruktioner, er det navnlig de svære Konstruktioner, der er billige i Forhold til Jærn.

2. Jærnbetonens Massivitet og monolitiske Karakter medfører en Stivhed, der er en værdifuld Egenskab hos alle Bygværker, der er udsat for Rystelser, som Broer og Industribygninger med urolige Maskiner, f. Eks. Tekstilfabriker, hvor Konstruktionens Stivhed i høj Grad begunstiger Væverstolens gode Arbejde, og Trykkerier, hvor Fremstillingen af Farvetryk kræver urokkelige Maskiner, da Farverne ellers ikke træffer, hvor de skal. Ogsaa i Beboelseshuse er det en stor Behagelighed at være fri for de med Træbjælkelag følgende Rystelser. I Jordskælvslande er Jærnbeton det foretrukne Materiale.

Monoliteten medfører desuden en Tilpasningsevne, som andre Materialer ikke besidder. Da enhver Del af et Jærnbetonbygværk er, eller kan gøres, selv-bærende, er det ikke nødvendigt at opløse det i bærende og baarne Dele; man kan indenfor vide Grænser vælge den for Bygværkets Brug gunstigste Form og gøre denne Form bæredygtig ved en passende Armering. I Etageadskillelser kan man saaledes have store Aabninger, uden derfor at behøve de besværlige Udvekslinger, som er nødvendige ved Jærn- og Trækonstruktioner.

<sup>1)</sup> Om Beton armeret med Træ se *Tonindustrie-Zeitung* 1912, S. 351, og *B. u. E.* 1919, S. 85.

<sup>2)</sup> *Ingeniøren* 1906, S. 360.

**Ændringer** under Arbejdets Udførelse lader sig ret let foretage. Skal en Bjælke forstærkes, kan man forøge dens Højde eller Armering. Saadanne Ændringer lader sig vanskeligere foretage med valsede Jærndragere, der som Regel er bestilte lang Tid forud. Ændring af færdige Bygværker volder ulige mere Besvær, og Jærnbetonen kræver derfor i højere Grad end andre Materialer Forudseenhed hos Konstruktøren, idet der allerede ved Støbningen bør afsættes Huller eller indsættes Bolte til Bæring af Rørledninger, Transmissio-ner o. dsl. Naar først Betonen er hærdnet, er det baade besværligt og utiltalende at hugge Huller i den.

**Nedbrydning** af Jærnbetondæk sker paa den Maade, at Pladerne slaas i Stykker med en Mukkert, hvorved Betonen let adskiller sig fra Jærnet, som derpaa overklippes. Hvor Forholdene tillader det, kan man bruge en Ramklods. Bjælkerne mejsles igennem ved Enderne, saa de kun hænger i Jærnene, der derpaa gennemskaeres med en Stikflamme. Arbejdet sker særlig let med pneumatiske Mejsler, der udarbejder et Snit af kun ca. 2½<sup>cm</sup> Tykkelse. Se ogsaa *B. u. E.* 1911, S. 356. Flammeskæring skal ogsaa kunne anvendes paa selve Betonen. Ved et Forsøg i *Chicago* tog det 2¼ Minut at skære et 7<sup>cm</sup> vidt Hul i en 20<sup>cm</sup> tyk Betonplade (*T. F. T.* 1913, S. 262).

**3. Jærnbetonens Lydforplantningsevne** nævnes ofte som en for Materialets Brug i Boliger uheldig Egenskab, men det er til Dels med Urette. Man maa skelne imellem, om Lydgiveren er i direkte Berøring med Betonen eller adskilt fra denne ved et Luftlag. Slaar man med en Hammer paa en Betonvæg, vil Lyden forplante sig rundt i Huset gennem Væggen og de faste Dele, som Væggen er i Berøring med, og det samme vil ske, hvis man fastbolter en støjende Maskine direkte paa Væggen. Det bør man derfor ikke gøre, man bør isolere Maskinen fra Væggen ved Mellemlag af Korkplader, Gummi, Filt eller lignende. Er Lydgiveren adskilt fra Væggen, saaledes at Lyden kommer til denne i Form af Luftsvingninger (f. Eks. Tale, Musik), vil Betonvægge isolere bedre end dobbelte Bræddewægge, thi under disse Forhold vokser Isoleringsevnen med Væggens Lufttæthed, Vægt og Stivhed. Lægger man et Slidlag af Cementmørtel eller Terrazzo paa en tynd Jærnbetonplade, klinger Fodslagene igennem. Men bruger man blot et blødt Slidlag som Linoleum, bliver Lydisoleringsevnen saa stor, som man med Rimelighed kan forlange af en c. 10<sup>cm</sup> tyk Konstruktion. Og Isoleringsevnen kan forøges uden Grænser ved Isoleringslag ovenpaa Konstruktionen, hvilket vanskeligt lader sig gøre med Træbjælkelag.

Iøvrigt henvises til *Byggematerialer II*.

**4. Arkitektonisk** frembyder Jærnbetonen store Fordele, idet den kan fremstilles i smukke Former uden Brug af forloren Pynt. Intet andet Materiale taler saa tydeligt til Beskueren om de Kræfter, der virker i det; mindst af alle Jærnet, hvis fligede Profilers Bæreevne ingen Lægmand kan bedømme. Betonsøjlels og Betonbjælkens Tværnsnit viser umiddelbart Bæreevnen, derfor bliver der ganske af sig selv Stil over et rationelt dimensioneret Jærnbeton-Bygværk. Ingen kan benægte Stilfuldheden af et moderne Pakhus' Indre med de svære Søjler og Bjælker, der synes at kunne bære Alverden og danner et Hele, i hvilket Øjet ikke finder en eneste Forbindelse, der leder Tanken hen paa, at noget kunde svigte. Den raa Betonoverflade virker alvorligt og kræver en smuk Form for ikke at virke kedeligt, men til Gengæld fremhæver den Liniernes Skønhed, fordi der ikke er andet at se paa.

Naar der lyses efter en særlig Jærnbetonstil, er det ikke helt med Urette,

forsaavidt som Jærnbetonen adskiller sig fra de ældre Byggematerialer ved flere Ejendommeligheder, som kan udnyttes kunstnerisk. Til disse hører det intime Sammenhæng mellem de enkelte Konstruktionsdele; ved de ældre Byggemaader blev Bjælkerne lagt ovenpaa Søjlerne, her vokser de ud af dem, omtrent som Grenene paa et Træ. Ogsaa den støbte Karakter kan fremhæves ved bløde, afrundede Former, som de kendes fra Gips-, Jærn- og Bronzestøbning; Tekniken er jo for en Del den samme.

Men paa den anden Side er Jærnbetonen ikke traditionsløs; de almindelige Husbyggningskonstruktioner former sig i alt væsentligt som Trækonstruktioner; Højden af en Bjælke og Tykkelsen af en Søjle bliver nogenlunde den samme, hvad enten man bruger Træ eller Jærnbeton. Den kunstneriske Genarbejdelse, som Træbjælkelofterne har været Genstand for, kommer derfor Jærnbetonen til gode. Paa mange Punkter kan Ligheden forfølges; Kopbaandene mellem Træbjælken og dens Søjle gaar igen i Skraaningene under Betonbjælken; Sprængværker til Bæring af vidtspændte Lofter udføres paa samme Maade af Jærnbeton som af Træ, kun langt bedre, idet de ikke sætter sig, mens ophængte Trælofter synker stærkt i Aarenes Løb. Ogsaa Jærnbetonbindingsværket, som det fremtræder i moderne Forretnings- og Fabrikbygningers Ydervægge, hvor Søjler og Bjælker er støbte, og Felterne mellem dem udmurede, er nær beslægtet med Træbindingsværket.

Jærnbetonens Indtrængen i Husbygningen har medført et værdifuldt Samarbejde af Arkitekter og Ingeniører. Arkitekternes Sans for smukke Former og Ingeniørernes Sans for rationelle Former har paa en lykkelig Maade befrugtet hinanden. Arkitekten har lært, at en rationel Beregning kan skabe Skønhedsværdier, og Ingeniøren har lært, at Grundlaget for hans Beregninger ofte er forenklet ved Udskydelse af Faktorer, som den umiddelbare Beskuer af Bygværket ikke kan se bort fra, og at han kun ved at tage Hensyn til disse Faktorer kan regne sig til smukke Former. Den moderne Arkitektur er udsprunget af Jærnbetonen og søger i saa høj Grad sine Forbilleder hos denne, at selv murede Huse formes som støbte.

## B. Jærnbetons Brugsomraade.

**5.** Brugen af Jærnbeton har været i rivende Udvikling siden Slutningen af forrige Aarhundrede; paa mangfoldige Omraader har den fortrængt Brugen af Sten, Jærn og Træ<sup>1)</sup>.

I **Husbygningen** er det navnlig Dæk og Piller, der støbes af Jærnbeton, men ogsaa Fundamenter, Tage, indre og ydre Vægge. Den økonomiske Fordele ved at bruge Jærnbeton viser sig særlig, naar Nyttelasten er stor, eftersom en væsentlig Del af Prisen falder paa Støbeformen og dens Understøtninger, som paa det nærmeste er ens, hvad enten Bygværket er svært eller let. Derfor er Jærnbetonen først trængt ind i Fabriks- og Lagerbygninger, hvortil dog ogsaa den Omstændighed har bidraget, at man dér ikke behøver at

<sup>1)</sup> Jærnbeton bruges nu til saa forskellige Ting som Statuer (*B. u. E.* 1911, S. 329), Orgelpiber, kunstige Bjerge i zoologiske Haver (*T. F. T. A. f. J.* 1912, S. 40), Panserplader (*B. u. E.* 1908, S. 77, 107 og 283), Automobilkarosserier (*Motor* 1917, S. 964).

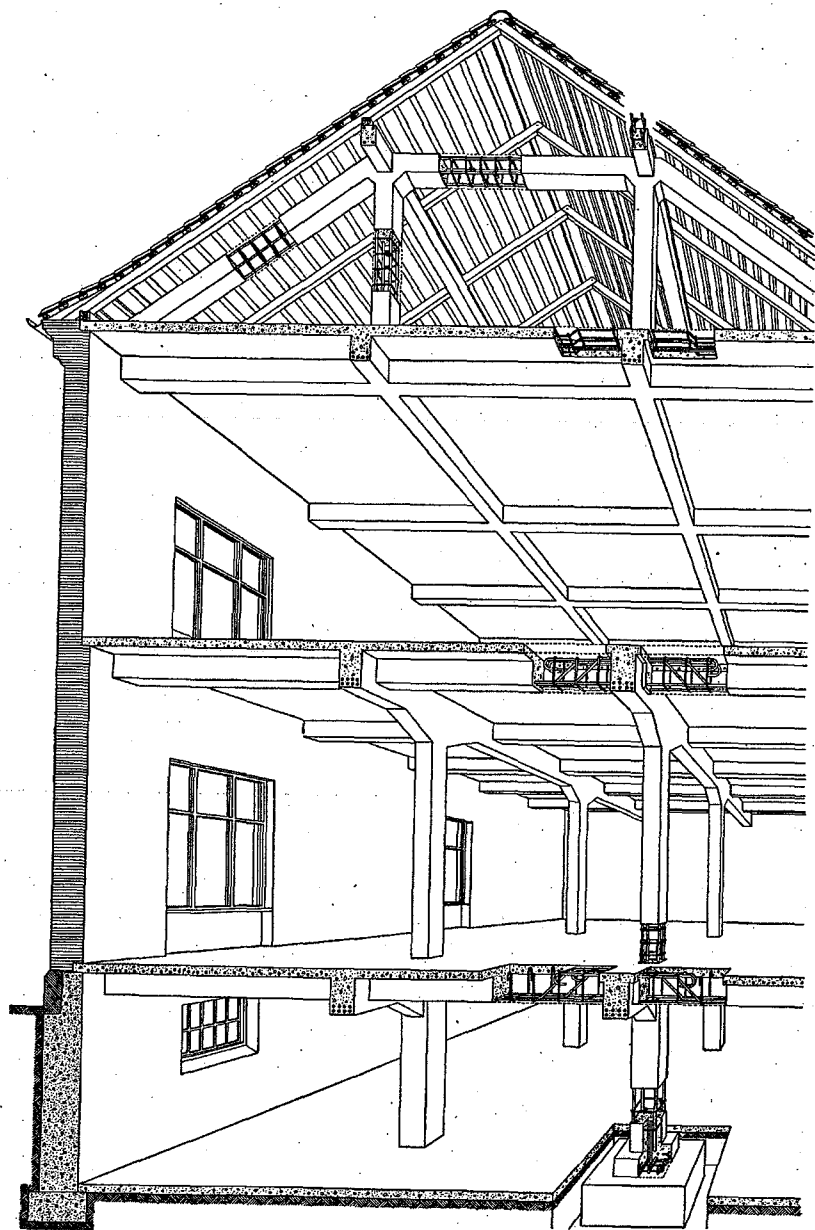


Fig. 1. Dæk og Piller af Jærnbeton; det øverste Dæk hænger i Taget.

skjule Bjælkerne, hvilket man som Regel maa i Boliger, da man vanskeligt kan faa Bjælkernes Inddeling og Værelsernes Inddeling til at falde sammen.

Dæk af Jærnbeton er meget stive; man færdes paa dem som paa den faste Jord og er helt fri for de enerverende Rystelser med klirrende Glas m. m., som altfor godt kendes fra Træbjækelag. De kræver kun ringe Vedligeholdelse, da man er fri for den Revnedannelse i Loftspudsen, som idelig forekommer ved Træbjækelag. De kræver ingen synlige Vinduesbjælker, saaledes at Vinduerne kan føres helt op til Loftsladen, hvilket giver bedre Lys ikke blot i store Arbejdsrum, men ogsaa i almindelige Kældere; denne Byggemaade bekæmpes dog af Brandforsikringsselskaberne, da Manglen af Vinduesbjælker letter Udbredelsen af en Brand til en overliggende Etage.

Til Tage bruges Jærnbeton i ringere Grad end til Etageadskillelser, man foretrækker de billigere Trækonstruktioner. Til disses Billighed maa dog bemærkes, at den delvis betinges af, at Trætage udføres efter haandværksmæssige Regler og derfor ikke har den Brudsikkerhed som en tilsvarende Betonkonstruktion. Men dertil kommer, at de fleste Tagkonstruktioner som Følge af deres Form er vanskelige at fremstille. Naar Tagene ikke er meget flade, maa der bruges en øvre Forskalling og bygges særlige Arbejdsbroer, og selve Støbearbejdet vanskeliggøres, naar Formene hverken er vandrette eller lodrette, men hældende. Jærnbeton er derfor navnlig paa sin Plads i flade Tage, men ogsaa til Manzardtage vil man trods Vanskelighederne med Fordel kunne anvende den, hvis man har Brug for den Plads, som ellers optages af de lodrette Træstolper under Sternegsimsen. I specielle Tilfælde kan hvælvede Tage med Trækbaandet liggende i Gulvet muliggøre en vidtgaaende Udnyttelse af Tagrummet. I moderne Bygninger stilles der ofte Krav om store Forsamlingsale uden Søjler, og disse Krav kan tilfredsstilles paa en ret økonomisk Maade ved at ophænge Lofterne i Taget. Simplest er det, naar Salen ligger i øverste Etage (Fig. 1), ligger den længere nede, maa ogsaa de overliggende Etager hænges op i Taget, eller ogsaa maa man gøre Brug af bærende Vægge.

Ydervægge af Beton har forskellige Mangler; de er mere varmeledende end Murværk og kræver som Regel et Pudslag, som det er vanskeligt at faa til at hæfte. I bægge Henseender er Slaggebeton at foretrække for Beton af Natursten. Endvidere vil Betonens Svind let foraarsage Revner. I en uarmeret Mur vil der komme faa, men grove Revner; ved fornøden Armering kan man undgaa disse Revner eller i alt Fald faa dem erstattet med talrige fine Revner, som ikke ses, men dertil kræves en Jærnmængde, der er proportional med Betontværsnittet, altsaa en meget stor Jærnmængde, naar Muren er tyk. Dette er en af Aarsagerne til, at man foretrækker Skeletbygninger, der for Façadens Vedkommende er bygget efter samme Princip som en Fyldingsdør, en ikke svindende Ramme, indenfor hvilken de enkelte Fyldinger kan svinde ugenert. Disse Fyldinger har da kun den Opgave at skjærme mod Vejret. De udføres hyppigst som  $1\frac{1}{2}$  Stens Teglstensmur, men ogsaa Slaggebeton og Cellebeton kan anvendes. Pladsbesparende er en tynd Jærnbetonplade, indvendigt isoleret med Korkplader eller lignende.

Om slige Skeletbygninger er mere økonomiske end murede betinges bl. a. af Dækkenes Antal. Er Dækkene faa, saaledes at Murene ikke bliver grumme meget tykkere, end man vilde gøre dem i en Skeletbygning af Isoleringshen-

syn, er det økonomisk ogsaa at gøre Brug af dem som bærende. Er Dækkene derimod saa talrige, at man efter Byggeløven kommer til meget store Murtykkelser, kan Skeletsystemet stille sig fordelagtigt, navnlig naar der tages Hensyn til den Plads, der spares. Om Skelettet bedst fremstilles af Jærnbeton eller af Staal afhænger ligeledes af Dækkenes Antal. Skeletbygninger med indtil 12 Dæk bygges i U. S. A. som Regel af Jærnbeton, og der findes en enkelt Bygning med 35 Dæk.

Indervægge af armeret Beton gøres tynde og kan da uden større Udgift armeres saa stærkt, at de ikke revner, saaledes som Plade- og Brædevægge. I Forhold til murede Vægge har de derimod ingen væsentlige Fordele udover at være pladsbesparende og at kunne konstrueres selvbærende, og de har den Mangel, at senere Flytning af Døraabninger er besværlig.

Fritstaaende Jærnbetonpiller kan holdes langt spinklere end murede og ofte spinklere end Staalpiller, naar de Krav, Myndighederne stiller til Brandisolerings, skal overholdes. Brugen af enkelte Betonpiller i et iøvrigt muret Hus kan under uheldige Omstændigheder medføre Ulemper, fordi Betonpillerne ikke sætter sig, saaledes som Murværket. Forholdene er, som naar man i Teglstensfacader indbygger Vinduesindfatninger af Natursten. Hvis Teglstensmurværket ikke er opført i en hurtigtstørknende Mørtel, vil dets mange Fuger medføre en Sænkning, som Naturstensrammen med sine faa Fuger ikke deltager i, og Rammen faar derved alt det overliggende Murværk at bære; først knækker Overliggeren og eventuelt Saalbænken, siden knuses de lodrette Naturstensstykker. Det er navnlig hurtig Muring i vaadt Vintervejr, der kan faa slige Følger. Vil man undgaa dem, maa man enten bruge en hydraulisk Mørtel eller vente med at indbygge Rammerne, til Murene har sat sig. Naar Talen er om Betonpiller har man kun den første Udvej, og det maa anbefales at gøre Brug af den, i alt Fald ved Vinterbyggeri.

Arbejdshastigheden ved Brug af Jærnbeton kan blive meget stor, naar man indretter sig praktisk. Hurtigst kommer man frem ved Skeletbygninger, hvor Betonskelettet kan føres tilvejs uafhængigt af Murarbejdet. Hvis Murene er bærende, gaar det mindre raskt, fordi Murarbejdet maa hvile, medens Dækkene udføres; store Bygninger bør under disse Forhold udføres aftrappede, saaledes at baade Mursvende og Betonstøbere kan holdes i stadigt Arbejde. Selv om der tabes nogen Tid under Bygningens Rejsning, vil man som Regel genvinde den senere, fordi Fuldendelsesarbejderne kan paabegyndes tidligere. Efter at Alcementen og de øvrige hurtigt hærdnende Cementer er fremkomne, er Mulighederne for hurtigt Byggeri forøgede i en Grad, som man for faa Aar siden ikke vilde have drømt om.

Iøvrigt har Jærnbetonen mange Fortrin som Husbygningsmateriale. Sammenlignet med Træ er den brandsikker, og den angribes ikke af Svamp og Insekter; sammenlignet med Murværk medfører den en betydelig Pladsbesparelse, der navnlig er værdifuld paa dyre Byggegrunde, og brede Lysaabninger, da de mellemliggende Piller kan holdes smalle.

6. Til Broer bruges Jærnbeton ved alle Spændvidder helt op til 200<sup>m</sup>.

I Vandbygningen finder den udstrakt Anvendelse til Kajmure, Bolværker, Dokke m. m. Ved Fremstilling af Kajmure, Bølgebrydere og Bropiller støbes

indtil 50<sup>m</sup> lange, hule Kasser, der bugseres paa Plads og derefter fyldes med Sten eller Beton, saa de danner urokkelige Blokke.

Vandbeholdere, Siloer o. lgn. fremstilles i udstrakt Grad af Jærnbeton. Undertiden, f. Eks. ved Fremstilling af store Bryggerkar, spiller det en Rolle, at man kan forme Karret efter Omgivelserne og derved undgaa Pladsspild.

I Vejbygningen fremstilles de moderne Automobilveje i stigende Grad af

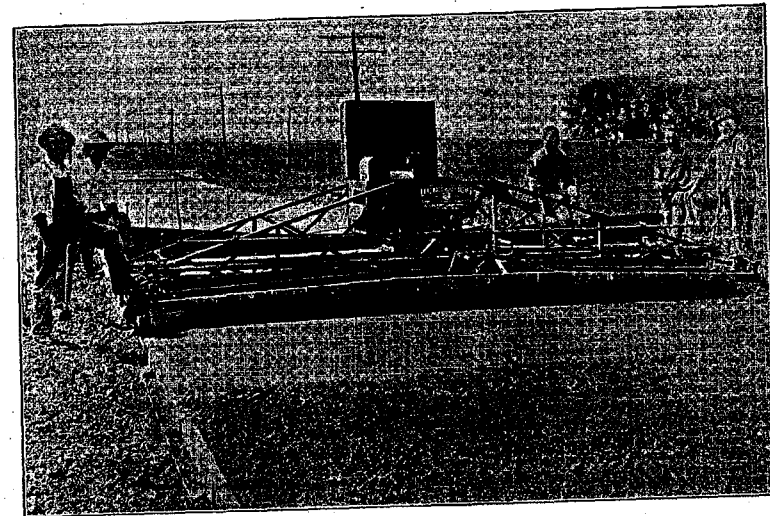


Fig. 2. Betonvej under Fremstilling med Lakewood Stampemaskine.

Jærnbeton<sup>1)</sup> (Fig. 2), i Jærnbanebygningen eksperimenterer man med Materialets Brug til Sveller<sup>2)</sup> og Vogne<sup>3)</sup>.

I Maskinbygningen bruges Jærnbeton i Stedet for Støbejern til store Maskinstativer og Svinghjul<sup>4)</sup>.

7. I Skibsbygningen er det navnlig Pontoner og Pramme, der bygges af Jærnbeton.

Til Pontoner er Materialet saa godt egnet, at det formentlig ganske vil fortrænge Træ og Jærn paa dette Omraade.

Det danske Orlogsværft har siden 1909 haft en Jærnbeton-Pontoner i Brug, og der er Intet at udsætte paa den. En i 1910 fremstillet Bro-Pontoner sank derimod under en natlig Storm; den laa og gned op ad Brohovedet, og et løst, flydende Træstykke, der havde lejet sig mellem dette og Pontonen, skamfildede da et ret stort Hul i dens Side. Slige lokale Paavirkninger maa holdes borte ved Hjælp af Fendere (vandraette Trælister) paa de udsatte Steder.

Gennemrustede Jærnpontoner har man repareret ved at udføre Bunden med et tyndt Lag Jærnbeton (T. F. T. A. f. J. 1913, S. 16).

<sup>1)</sup> Ellert & Suenson: Betonveje, Kbhvn. 1924; E. Suenson: Betonveje; Cementbetonkørebaner (Dansk Vejtidskrift 1924, S. 30; 1925, S. 168).

<sup>2)</sup> Der Bauingenieur 1920, S. 699; Ing. 1920, S. 643.

<sup>3)</sup> B. u. E. 1923, S. 91; Ing. 1920, S. 618.

<sup>4)</sup> T. F. T. 1908, S. 128 og 180; B. u. E. 1908, S. 156. Om Statsbanernes flyttelige Kranfødder se Ing. 1915, S. 549.

**Pramme af Jærnbeton** er billige, kræver ingen eller kun ringe Vedligeholdelse og er meget modstandsdygtige.

Det danske Ingeniørkorps har siden 1912 haft en Stenpram i Brug, og den fejler Intet. Gamle udtjente Træpramme har man omstøbt med Jærnbeton (B. u. E. 1917, S. 140). Om Konstruktionen af Pramme se: *Walter Stross: Schwimmkörper aus Eisenbeton (Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft XVI); Schiffbau* 1912, S. 69, 184; 1913—14, S. 740; *Der Bauingenieur* 1920, S. 469 og 490.

**Skibe** byggedes der en Del af under Verdenskrigen paa Grund af den herskende Tonnagemangel, men det voldsomme Fald i Skibspriser ved Fredsslutningen standsede Virksomheden. Jærnbetonskibe frembyder de samme Fordele som Jærnbetonpramme og er meget stive og derfor fri for Rystelser, men de er tungere end Jærnskibe med samme Lasteevne.

Allerede i 1855 fremstillede Franskmanden *Lambot* en Robaad, men Brugen af Materialet i større Stil skriver sig fra 1896 og skyldes Italieneren *Gabellini*, hvis Værft stadig hører til de største paa dette Omraade.

De i Danmark byggede Jærnbetonfartøjer er omtalte i *T. F. T.* 1927, S. 103; til disse hører *Bartels*, som er det største af de i Europa byggede (*Ing.* 1920, S. 360, 407, 451), og *Triton* (*Ing.* 1921, S. 602), Om Svømmere se *Ing.* 1920, S. 385. Om de danske og norske Byggeregler se *E. Suenson: Vorschriften für den Bau von Seeschiffen aus Eisenbeton* (B. u. E. 1918, S. 59) samt denne Bogs 2den Udgave. Se lævrigt *N. K. Fougner: Seagoing and other Concrete Ships*, London 1922 og *B. u. E.* 1917, S. 101 (*Boon*).

### C. Jærnbetonens Historie.

8. Jærnbetonens Oprindelse maa henføres til Midten af forrige Aarhundrede. Omkring 1850, da Portlandementens Fabrikation fra at være Englændernes Hemmelighed gik over til at blive Fællesjeje, og Kunststenindustrien samtidig begyndte at tage Fart, var Anvendelsen af et Jærnskelet inden i Stenene almindelig kendt.

I 1835 gjorde Englænderen *Brunei* Forsøg med fritbærende Mure armerede med Baandjærn<sup>1)</sup>. Den engelske Arkitekt *Tyerman* fik i 1854 Patent paa en Jærnbetonkonstruktion<sup>2)</sup>.

I 1855 udtog Franskmanden *Lambot* Patent paa at erstatte Træ i Skibe og Beholdere med Jærnbeton, og en lille Robaad, han samme Aar lod støbe til Udstillingen i Paris, eksisterer endnu. Men dette Patent førte ikke til noget.

Den første, der for Alvor kastede sig over Sagen, var Handeltgartneren *Monier*, der muligvis har kendt *Lambots* Patent og set hans Baad. Han støbte sine Plantebaljer af Jærnbeton, og i 1867 tog han Patent paa Forfærdigelsen af alle Slags transportable Beholdere af dette Materiale. Senere udvidedes Patentet til at gælde Rør og Reservoirer, Broer, Trapper og Jærnbanesveller (1875).

*Monier* udførte en Del Beholdere af Indtil 200 m<sup>3</sup> Rumfang og nogle Broer; men megen Fortjeneste har han næppe haft af det, thi i 1876 undlod han at betale sin Patentafgift, saa at Patentet forfaldt og blev Almenejendom. I de følgende Aar 1877—80 fornyede han det atter og komplementerede det, og han synes at være kommen i Forbindelse med en Tekniker, thi de nye Patenttegninger viser betydelig mere Forstaaelse af Jærnets Virkemaade end de ældre. Disse Patenter lykkedes det ham at slaa til Lyd for og faa solgt i de omgivende Lande. Hans Udbytte blev dog ikke stort, og han havde ikke Held med selv at skabe sig en Forretning i Frankrig. Efter Jordskælvet ved Revieraen i 80erne agiterede han for Jærnbetonhuse paa Grund af deres Soliditet og fik bygget nogle Villaer i Nizza; han paabegyndte ogsaa en Fabrikation af Jærnbeton-Liggister. I 1906 døde han. *Moniers* Betydning er navnlig den, at han forstod Jærnbetonens Værdi og opreklamerede den uden at bidrage væsentligt til dens tekniske Udvikling.

At Jærnbetonen trængte igennem skyldes navnlig to Mænd, Ingeniør *Wayss* i Tyskland og Entreprenør *Hennebique* i Frankrig.

*Wayss* havde paa en Udstilling i Antwerpen set *Moniers* Beholdere og Rør. De var for spinkle til at være af Beton, og for svære til at Materialet kunde være Støbejærn (de var asfalterede, derfor sorte); han søgte da nærmere Oplysninger og fik saa stor Tillid til Opfindelsen, at han afkøbte *Monier* hans Patent og opgav sin Forretning for fuldstændig at vie sig til Indførelsen af det nye Materiale i Tyskland. Sammen med *Bauschinger* paabegyndte han videnskabelige Forsøg med det, lærte dets Styrke at kende og lærte at lægge Jærnet paa dets rette Plads, nemlig der, hvor Trækspændingerne findes. Da *Monier* besøgte *Wayss* i Berlin, og der paa Arbejdspladsen blev vist ham en Plade med Jærnet liggende i Undersiden, rystede han paa Hovedet og indprentede Arbejderne, at Jærnet altid skulde lægges i Midten. *Wayss* søgte at forklare ham Fordelen ved den ny Ordning, men den anden blev ved sit og udbrod tilsidst ærgerlig: »Hvem er Opfinderen, De eller jeg?« hvortil *Wayss* svarede: »De er den første, der har forbundet Beton med Jærn, og derfor opkalder jeg ogsaa Systemet efter Dem; men jeg er den første, der

<sup>1)</sup> B. u. E. 1913, S. 169. <sup>2)</sup> *Hager: Theorie des Eisenbetons* 1916, S. 1.

har anbragt Jærnet rigtigt; desværre har jeg ikke taget Patent paa det.« *Wayss* undersøgte ogsaa Adhæsionen mellem Jærn og Beton og paaviste Betonens rustbeskyttende Evne; det skyldes hans Energi, at »*Moniersystemet*«, hvorved forstaaes plane eller hvelvede Jærnbetonkonstruktioner uden Ribber, vandt saa hurtig Indpas i Tyskland.

I Frankrig hvelvede Bevægelsen indtil 1892, da *Hennebique* og *Coignet* omtrent samtidig tog Patent paa Bjælker af Jærnbeton. Ideen var ikke ny; Jærnbetonbjælker var allerede anvendt i andre Lande<sup>1)</sup>, ganske vist kun udtagelsesvis, men en stærkere Anvendelse laa i Luften. Allerede Udvikling, Jærnbetonen har faaet. Det skyldes hans Forretningstalent og praktiske Sans. at Jærnbetonen nu paa næsten alle Omraader staar som en farlig Medbejler til baade Murværk Jærn og Træ. Blandt konstruktive Forbedringer, der skyldes *Hennebique*, maa særlig nævnes Jærnets Opadbejning ved Lejerne samt Indlæg af Bøjler.

Ingen af de nævnte Foregangsmand var Teoretiker. Det første Forsøg paa at opstille Dimensioneringsformler for Bjælker blev gjort af *Koenen* i Berlin paa Opfordring af *Wayss*; ved Opstillingen af disse Formler forudsattes Nulllinien liggende midt i Tværsnittet uden Hensyn til hvor stærkt Bjælken var armeret; den første videnskabelige Behandling foretog *Neumann* i Brünn 1890. I 1894 fremsatte *Coignet* og *Tedesco* en Beregningsmaade, der paa det nærmeste svarer til den nu hyppigst anvendte, hvor man ser bort fra Betonens Trækstyrke.

I Danmark blev Jærnbetonen første Gang anvendt 1891, nemlig til Dæk i Statens Museum for Kunst (Hvælvinger med indtil 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub> m Spændvidde), til det hvelvede Tag paa Hellerup Glasfabrik (12<sup>1</sup>/<sub>2</sub> m Spændvidde) samt til Blokke i en Bølgebrøder udenfor Frihavnen.

I 1892—93 blev der anvendt Jærnbetonplader til Beskyttelse af Frihavnens Bolværker mod

Pæleorm 1893 paabegyndtes Fremstillingen af *Monier*rør.

1894 blev Fodgængerbroen ved Langelinie udført (ca. 19 m Spændvidde).

1895—97 blev der bygget 6 Vejbroer og en Gangbro over Kystbanen.

I 1896 blev der støbt en *Monier*bro (Spændvidde 12,5 m, Bredde 8 m) over en Arm af Odense Aa; Broen blev nedbrudt 1910.

Se lævrigt *E. Suenson: Jærnbetonens Historie i Danmark* (*T. F. T.* 1927, S. 103) og: *Zur Geschichte des Eisenbetons in Dänemark* (B. u. E. 1906, S. 137).

<sup>1)</sup> 1ste Gang, 1886, til Biblioteket i Amsterdam.



## II. JÆRNBETONS EGENSKABER.

### A. Adhæsion mellem Jærn og Beton.

#### 1. Normal og tangential Adhæsion. Glidespænding.

9. Cementmørtel hefter mere eller mindre stærkt til Omgivelserne og de Genstande, der er indstøbt i den. Naar Beton revner, gaar Brudfladen ofte tværs gennem Stenene i Stedet for at følge disses Overflade. Man skelner mellem normal og tangential Adhæsion.

Bach og Graf har prøvet at indstøbe 1<sup>mm</sup> tykt Jærnblik i Cementmørtellegemer (Fig. 3) og trække dem over, hvorved det viste sig, at Mørtlen adhærerede væsentlig stærkere til rustent end til glat Blik, og at Vandhærdning gav langt højere Værdier end Lufthærdning, nemlig 19,2 mod 7,7<sup>at</sup>, naar Blikket var rustent<sup>1)</sup>. Saa høje Værdier for Adhæensionsspændingen vinkelret paa Fladen faar man dog kun ved særlig omhyggelig Støbning, i Praksis tør man slet ikke regne med den.

Det er den tangential Adhæensionsspænding, der har Betydning for Praksis, og dens Brudværdi bestemmes ved at trække eller trykke en indstøbt Jærnstang ud af en Betonklods

og dividere den hertil fornødne Kraft med Stangens indstøbte, prismatiske Overflade. Det saaledes bestemte Tal, der i det følgende betegnes ved  $S_{bj}$ , kaldes ogsaa for **Glidespændingen**<sup>2)</sup>. De fundne Værdier varierer meget stærkt, lige fra næsten Nul til 65<sup>at</sup>. Forsøgsordningen har været som vist paa Fig. 4—6. Den

tilspidsede Dorn øverst paa Fig. 4 tjener til at maale Stangens Glidning; denne er nemlig lig Formindskelsen af Længden  $x$ , der med en Mikrometerskrue kan maales meget nøjagtigt<sup>3)</sup>. Naar Jærnstangen strækkes (Fig. 4 og 5), vil dens Diameter formindskes, hvorved den lettere løsner sig, medens det omvendte er Tilfældet, naar Stangen trykkes (Fig. 6); og ved Forsøgene har og-

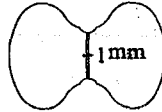


Fig. 3.

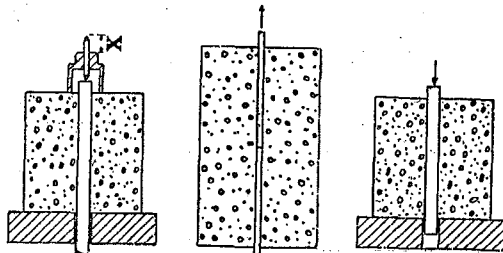


Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

saa den sidste Ordning givet størst Glidespænding. De fleste Forsøg er udførte efter Fig. 4<sup>1)</sup>.

Glidespændingens Størrelse afhænger af saavel Jærnets som Betonens Beskaffenhed; nedenfor behandles de to Faktorer hver for sig.

#### 2. Jærnets Indflydelse paa Glidespændingen.

10. **Udtrækningsdiagrammer.** Hvis Jærnet ikke er prismatisk, men forsynet med Fordybninger og Fremspring, kan det ikke glide i Betonen uden at beskadige denne. Forsøger man at trække et saadant Jærn ud, vil det springe, saafremt Indstøbningslængden er tilstrækkelig stor, og i modsat Fald vil det forsøge at glide og enten afskære den Beton, der er indstøbt i Fordybningerne, eller ogsaa sprænge hele Betonklodsen efter Længden i flere Stykker.

Er Stangen derimod glat og prismatisk, vil den kun fastholdes som Følge af Cementens Vedhængning og som Følge af Friktionen; naar Trækket har naaet en vis Størrelse, glider Jærnet ud af Betonen efterladende et Hul med ubeskadigede Vægge. Fig. 7 viser Udtrækningsdiagrammer<sup>2)</sup>, hvor Trækket er

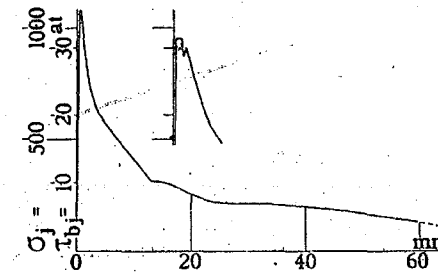


Fig. 7.

afsat som Ordinat og Variationen af  $x$  (se Fig. 4) som Abscisse. Inden Maksimallasten er naaet, er Bevægelsen formentlig elastisk; under Maksimallasten ophæves Adhæsionen, og Jærnet begynder at glide, kun hæmmet af Friktionen; hvis Størrelse naturligvis er stærkt afhængig af, om Jærnet er snorlige eller noget buget, men i alle Tilfælde hurtigt formindskes<sup>3)</sup>. Diagrammet tilhøjre paa

Figuren, af hvilket kun Toppen er gengivet, er optaget paa tilsvarende Maade, men paa hvert enkelt Belastningstrin ventedes saa længe, at Stangen kom i fuldstændig Ro; Maksimallasten blev saaledes holdt i 50 Minutter, hvorved Stangen fik Tid til at glide. Hurtige Forsøg giver altsaa noget for høje Værdier<sup>4)</sup>.

11. **Indstøbningslængdens Indflydelse.** Adhæensionsspændingens Brudværdi, Glidespændingen,  $S_{bj}$ , bestemmes som ovenfor nævnt ved at dividere Trækraften i Stangen med dennes indstøbte, prismatiske Overflade, forudsættes altsaa jævnt fordelt. Forholdene er grafisk fremstillede i Fig. 8, hvor Adhæensionsspændingen er afsat vandret ud til venstre fra Stangen og den tilsvarende Trækspænding i Stangen vandret ud tilhøjre. Paa en Længde  $dx$  af Stangen

<sup>1)</sup> Denne Forsøgsordning muliggør en Maaling af Glidningen, men har den Mangel, at paa det Sted, hvor Jærnet træder ud af Betonen, er Jærnet mest strakt, medens Betonen er stærkest sammentrykket. Man maa derfor formode, at Sammenhængen ophæves hurtigere her, end Tilfældet er i Praksis, hvor begge Materialer gerne er strakte samtidig som i Fig. 5, der stammer fra mine egne Forsøg (Ing. 1908, S. 127).

<sup>2)</sup> Optagne af Bach (Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 22, S. 11 og 22).

<sup>3)</sup> Glat afdrejede Stænger kan undertiden blive saa ru under Glidningen, at Friktionen efterhaanden vokser, endog op over den oprindelige Glidespænding (Mitt. ü. F. Heft 22, S. 37).

<sup>4)</sup> De to Diagrammer kan dog ikke direkte sammenlignes, da Betonen var noget forskellig.

<sup>1)</sup> Handbuch für Eisenbetonbau I 1912, S. 360.

<sup>2)</sup> De første Forsøg er gjort af Bauschinger, der fandt en Glidespænding af 40—47<sup>at</sup>, og af Tedesco, der med 6 Døgn gamle Mørtelprismer fandt 20—25<sup>at</sup>.

<sup>3)</sup> Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens Heft 22, S. 7.

maa Summen af AdhæSSIONsspændingerne være lig den Trækraft, som Stangen paa Strækningen  $dx$  afgiver til Betonen; er Stangen cylindrisk med Diameter  $d$ , har man derfor:

$$\tau_{bj} \cdot \pi d \cdot dx = \frac{1}{2} \pi d^2 \cdot d\sigma_j$$

eller

$$\frac{d\sigma_j}{dx} = \frac{4}{d} \cdot \tau_{bj}.$$

Kurverne for  $\tau_{bj}$  og  $\sigma_j$  bestemmer derfor hinanden.

Hvis AdhæSSIONsspændingen fordelte sig jævnt over den indstøbte Overflade (Fig. 8), maatte den til Stangens Udtrækning nødvendige Kraft  $P$  være propor-

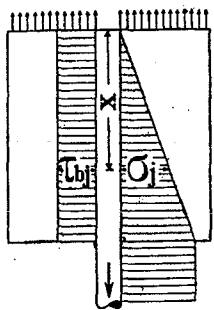


Fig. 8.

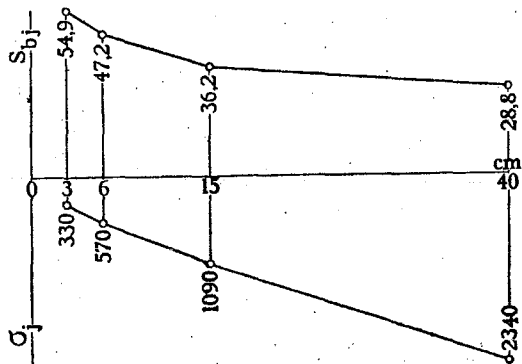


Fig. 9.

tional med den indstøbte Stanglængde, men talrige Forsøg har vist, at  $P$  vokser langsommere end Stanglængden. Eksempelvis fandt *Bach* den paa Fig. 9 viste Variation af Glidespændingen; denne er afsat opefter som Ordinater, og Indstøbningslængden som Abscisse; nedad er Jærnets maksimale Trykspænding afsat<sup>1)</sup>.

Dette forklarer *Mörsch* paa følgende Maade<sup>2)</sup>: Under de paa Fig. 4 viste Forhold vil Jærnet ved  $a$  (Fig. 10) være strakt, mens Betonen er trykket. AdhæSIONen maa derfor straks opheves umiddelbart ved Overfladen, mens Friktionen virker og overfører Stangens Træk til Betonen, hvorved Spændingen i begge Materialer aftager. Med Spændingen formindskes den indbyrdes Forskydning, og i en vis Dybde naas derfor et Punkt, hvor den ikke er stærk nok til at overvinde AdhæSIONen, men hvor AdhæSIONsspændingen er lige under Brudværdien, og paa

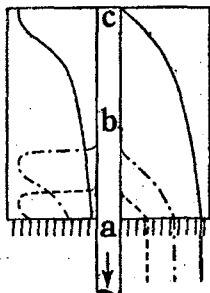


Fig. 10.

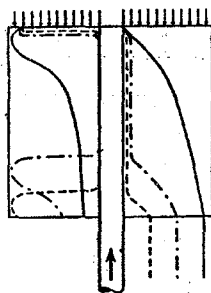


Fig. 11.

<sup>1)</sup> Stængerne blev trykket ud, Mørtlens Blandingsforhold var 1:3 (*Zeitschrift d. Ver. deutsch. Ing.* 1911, S. 859).

<sup>2)</sup> *Der Eisenbetonbau* 1912, S. 69. Den grafiske Fremstilling her afviger noget fra *Mörsch*'.

den følgende Strækning vil da Trækket i Jærnet meget hurtigt overføres til Betonen, saa at begge Materialer bliver spændingsløse. I Fig. 10 er denne Spændingstilstand fremstillet ved en punkteret Linie forneden til venstre, mens den tilsvarende Kurve til højre angiver Jærnets Normalspænding. Naar Trækket i Stangen forøges, skrider Glidningen et Stykke frem, som de stiplede Kurver viser, og naar Trækket yderligere forøges, naas tilsidst Brudstadiet, hvis Spændinger er fremstillede ved fuldt optrukne Linjer. Dersom Indstøbningslængden er  $bc$  i Stedet for  $ac$ , falder Stykket  $ab$  af den optrukne Kurve bort, mens den øvrige Del af Kurven forbliver uforandret. Den samlede Glidemodstand vokser derfor ikke proportionalt med den indstøbte Overflade, men væsentlig langsommere.

Hvis Stangen trykkes ud af Betonen (Fig. 6), vil der ogsaa ved Jærnstangens øvre Ende optræde AdhæSIONsspændinger (Fig. 11), saa at Spændingskurven i Begyndelsen har to Kulminationspunkter, der, efterhaanden som Trykket forøges, rykker nærmere sammen for tilsidst, naar Maksimallasten er naaet, at falde sammen i den fuldt optrukne Kurve. AdhæSIONs- og Friktionsspændingerne er viste større i Fig. 11 end i Fig. 10 paa Grund af Jærnets Tværvudvidelse i første Tilfælde.

Hvis Stangen trækkes ud som paa Fig. 5, vil Forholdene i Princippet være som Fig. 11 viser, naar blot alle Pilene vendes om, og AdhæSIONs- og Friktionsspændingerne formindskes noget.

12. Glidespændingens Afhængighed af Indstøbningslængden har ogsaa vist sig ved Bøjningsforsøg, som *Bach* har udført med Bjælker (Fig. 12), armerede

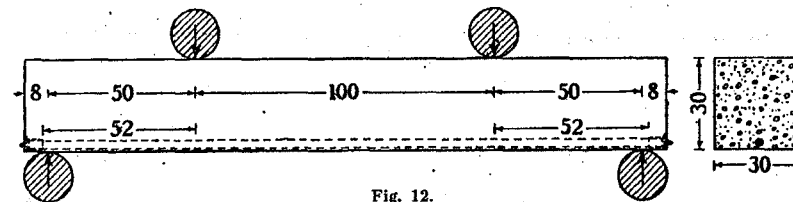


Fig. 12.

med et enkelt Stykke 25<sup>mm</sup> Rj. og belastede med to Enkeltkræfter, der forøgedes, indtil Jærnet gled ved en af Enderne<sup>1)</sup>. Inden Jærnet glider, vil der paa Strækningen mellem de to Kræfter, hvor Momentet overalt har samme Værdi, danne sig lodrette Revner, der fra Bjælkens Underside strækker sig op til den neutrale Flade<sup>2)</sup>, og den Trækraft, der virker i Tværsnittet gennem een af de ydre Kræfter, kan derfor kun overføres gennem Jærnet, og man er i Stand til at beregne den ved at gøre visse Forudsætninger. Denne Trækraft forudsættes nu, ligesom ved direkte Trækforsøg, jævnt fordelt over Indstøbningslængden  $l$ , der regnedes kun at være 50<sup>cm</sup>, eftersom den yderste Ende af Jærnet var holdt adskilt fra Betonen<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> *Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74.

<sup>2)</sup> Den første Revne fremkom ved samme bøjende Moment uden Hensyn til Indstøbningslængden og Bjælkens Spændvidde.

<sup>3)</sup> I Virkeligheden dog kun paa de yderste 6<sup>cm</sup>, saaledes at den sande Indstøbningslængde var 52<sup>cm</sup>, men af Grunde, som jeg ikke vil udrede her, regnedes der kun med 50<sup>cm</sup>. Ved Bedømmelsen af Resultaterne maa der tages Hensyn til, at  $l$  i Virkeligheden var 2<sup>cm</sup> større end forudsat, hvilket mærkes mest paa den lille Indstøbningslængde.

I Jærnenes Endeflader var der indskruet Stifter, hvis Bevægelse vinkelret paa Bjælkens Endeflader maalt med Mikrometerskrue. Det tilsvarende Arrangement for Jærn med Kroge er vist paa Fig. 43.

Ved at variere  $l$  og dermed Bjælkens Spændvidde fandtes:

Indstøbningslængde $l$ cm.....	75 (= 30 d)	50 (= 20 d)	25 (= 10 d)
Glidespænding $S_{gl}$ at.....	21,7	22,9	35,7
— $1 \frac{1}{2}$ % .....	95	100	156

Ved Bedømmelsen af disse Tal maa der tages Hensyn til, at Lejetrykket er størst i sidste Tilfælde, og med Lejetrykket vokser formentlig Friktionen mellem Jærn og Beton.

**13. Flydegrænsens Betydning.** Selv om Indstøbningslængden gøres nok saa stor, kan Trækkraften  $P$  aldrig overstige Jærnets Flydegrænse, thi ved den stærke Forlængelse og Tværsammentrækning, der kendetegner Flydningen, vil Adhæsionen ophæves. Naar man ved de mere eller mindre hurtige Laboratorieforsøg ofte er kommet op paa betydelig højere Spændinger, skyldes det, at Flydningens Forplantelse op gennem Stangen varer nogen Tid, i hvilken Lasten kan forøges. Hvis man i længere Tid vilde holde et snorlige Jærn paa Flydegrænsen, er der næppe Tvivl om, at det vilde glide. Glidespændingens Størrelse kan derfor kun findes ved Forsøg med lav Jærns pænding.

**14. Jærndiameterens Indflydelse.** Glidespændingen vokser med Rundjærnets Diameter, selv om Jærns pændingen ved Udtrækningen er langt under Flydegrænsen. Dette kan delvis skyldes, at Betonen slutter sig bedre til Jærnet, jo større Krumningsradius er, men den væsentligste Aarsag er dog sikkert, at Stangens Spænding og dermed dens Længdeforøgelse og Tværforkortelse bliver mindre, naar Diameteren vokser. I Praksis regnes dog med samme tilladelige AdhæSSIONSPÆNDING for svære og spinkle Jærn.

Eksempelvis fandt Bach følgende Værdier for Glidespændingen:

Indstøbt Længde i cm	Jærnstangens Tværsnit					
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
	10 O	20 O	40 O	20·20	10·40	4·40
10	17,1	25,1				
15	14,1	18,5	27,7	26,2	19,6	22,6
20	12,2	15,6				
25	13,6	18,1				
30	11,3	15,3	26,8	19,8	18,4	

Betonen var 3 Maaneder gammel, og Sammensætningen var 100 Maal Grus (sammenblandet i Forholdet 100 Maal Si : 150 Maal S) : 25 Maal Cement og 15 Rumprocent (o: 7,89 Vægtprocent) Vand.

**15. Jærnoverfladens Art.** I Praksis er Stængerne aldrig absolut glatte, Jærn og Beton vil altid gribe noget ind i hinanden, og for at Glidning skal ske, maa der ske et Forskydningsbrud (Afslibning) enten i Betonen eller i Jærnets Glød- og Rustskal. Jærnoverfladens Art spiller derfor en meget stor Rolle. Saaledes fandt Bach, at afdrejede Stænger kun gjorde halv saa megen Modstand som Stænger, der havde Valsehuden paa, men var rustfri<sup>1)</sup>, og for stærkt rustne Stænger var Glidespændingen atter 44 pCt. højere end disses. Ved disse Forsøg var Stængerne saa rustne som vel muligt (Fig. 13), og i Praksis synes der derfor aldrig at være Anledning til at rense Jærnet for Rust. Ikke desto mindre maa det anbefales at afbørste de løse Rustflager, navnlig naar Jærnet er udsat for skiftende Paavirkninger, som i Tidens Løb kunde

<sup>1)</sup> Naar Bjælker som Fig. 12 armeredes med afdrejede Jærn, fandt Bach og Graf (D. A. f. E. Heft 9, S. 83), at Lasten ikke kunde forøges væsentlig ud over den Last, ved hvilken Bjælken revnede.

tænkes at fremkalde en Glidning af Jærnet indenfor Rustskallen<sup>1)</sup>.

Ligesom en ujævn Jærnoverflade vil ogsaa en lille Skævhed eller Krumning i Jærnet i høj Grad forøge Glidespændingen<sup>2)</sup>.

Til forzinket Jærn adhærer Mørtlen godt.

**16. Sammenfatning.** Resultatet af det foregaaende er, at et indstøbt, snorlige Jærn ikke kan belastes over Flydespændingen uden at glide, mens det paa den anden Side godt kan glide, inden Flydespændingen er naaet, naar Indstøbningslængden er for kort. I Praksis maa man derfor sørge for, at Indstøbningslængden er tilstrækkelig til, at Jærnet kan belastes op indtil Flydespændingen.

Indstøbningslængden maa derfor vokse med Jærnets Tværsnit og Flydespænding og med Overfladens Glathed.

Fig. 13<sup>2)</sup>. Rustfrit og stærkt rustent Rundjærn fra Bachs AdhæSIONSFORSØG. Det første er i Indleveringstilstanden, det andet har ligget ude fra April til August.



### 3. Betonens Indflydelse paa Glidespændingen.

**17. Vandmængdens Indflydelse.** Glidespændingen bliver størst, naar Jærnet indstøbes i en jordfugtig Beton; baade mere og mindre Vand forringer den<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Kirsch har ved nogle Forsøg (I. M. 1909, IX, 4), der dog ikke er særlig tillidvækkende, fundet, at gentagne Paavirkninger forringer Glidespændingen, naar Jærnet er rustent og kun da

<sup>2)</sup> Naar saaledes Jærn med rektangulært Tværsnit undertiden giver større Glidespænding end Rundjærn (ofte er Forholdet det modsatte, se *Engineering News* 1904, Nr. 10 og *Ways & Freitag: Der Eisenbetonbau*, 2den Udg., S. 49) kan det skyldes slige Skævheder og specielt en Vridning omkring Længdeaksen, hvilket jo ingen Indflydelse har paa Rundjærnet.

<sup>3)</sup> *Mitteilungen über Forschungsarbeiten*, Heft 72—74, S. 9.

Bach har prøvet Virkningen af forskellige Vandtilsætninger liggende mellem 12 % og 21 % af den kuasterre Cement-Sand-Singel Blandings Volumet, men fandt, at 15 Volumenprocent (7,89 Vægtprocent) var den mindste Vandmængde, hvormed de paagældende Materialer vilde kunne

I Praksis er man nødt til at arbejde med en vaadere Beton, og om man gør den lidt mere eller mindre vaad, spiller ingen stor Rolle, som følgende Forsøg viser<sup>1)</sup>:

Vandtilsætning i Vægt %	6,8	7,8	9,0	10,0
Konsistens	for tør	ret tør	ret vaad	for vaad
Glidespænding i at	24,9	21,7	20,0	18,2
— i %	100	87	80	73
Tærningestykke i at	274	224	201	166
— i %	100	82	73	61
Trækstyrke i at	20,0	19,0	17,0	17,3
— i %	100	95	85	87

Den første Konsistens var kun jordfugtig, de to mellemste skulde svare til den tørreste og vaadeste Konsistens, der i Praksis bruges til Jærnbeton. Alle senere refererede Forsøg af Bach er udført med een af disse to Konsistenser. Den ret tørre Beton havde en saadan Konsistens, at man kunde vente at faa den tættere ved Stampning, medens en egentlig Stampning af den ret vaade Beton ikke lod sig udføre. Til Tærningerne (30<sup>cm</sup>) brugtes Stampere, der vejede 12<sup>kg</sup>, og hvis Klods var 8,5<sup>cm</sup> høj og havde en kvadratisk Grundflade paa 12 × 12<sup>cm</sup>. Naar man lod en saadan Stamper to Gange i Træk falde ned fra 20<sup>cm</sup> Højde paa Midten af en færdigstøbt Tærning af ret tør Beton, saa trængte den anden Gang ca. 8<sup>cm</sup> ned i Betonen. Den ret vaade Beton var derimod saa blød, at naar man stillede Stampere paa dens Overflade, sank den omtrent lige saa dybt ned i Betonen, alene under Indflydelse af Egenvægten<sup>2)</sup>.

18. Blandingsforholdets Indflydelse paa Glidespændingen fandt Bach & Graf at være som Fig. 14 viser for Mørtel, der dels hærdnede vaadt hele Tiden, dels kun 7 Døgn og derpaa i Luften<sup>3)</sup>. Ved vaad Hærdning ses Glidespændingen at vokse stærkt med Mørtelens Fedme.

Mellem Glidespændingerne for Skærvebeton og Rundstensbeton fandt Bach ingen stor Forskel, og det var ogsaa uvæsentlig, om Stenmængdens (5—15<sup>mm</sup>) Forhold til Sandmængden (0—5<sup>mm</sup>) varierede mellem 100 St: 53,7 S og 100 St: 167 S (efter Maal). Derimod gav Mørtel 1:2 en 60 pCt. større Glidespænding end Grusbeton 1:2:3, hvilket stærkt taler for at omgive Jærnene med Mørtel<sup>4)</sup>.

forarbejdes til Jærnbeton i Praksis, og denne Vandmængde var desuden den, der gav størst Adhæsion; tilsattes 18% i Stedet for 15%, sank Glidespændingen omtrent til det halve (1 Maaned gamle Prøver).

Feret har saa nøjagtigt som muligt gentaget Bachs Forsøg, men fandt, at Glidespændingen voksede med Vandmængden, indtil denne var kommen op paa 21%. Han mener, at Grunden til det afvigende Forhold skyldes, at hans Jærn stod lodret ved Stampningen, medens Bachs laa vandret, saaledes at der har samlet sig Vand under det, desto mere jo vaadere Betonen var (Baumaterialenkunde 1906, Side 1). Der er dog Grund til at tillægge Bachs Forsøg størst Vægt da de er bleve bekræftede ved alle hans senere Forsøg, og da de er udført med store Prismer med 22<sup>cm</sup> Sidelinie, medens Feret brugte 7<sup>cm</sup> Tærninger.

<sup>1)</sup> Forsøgene er udført af Bach og Graf (Mitt. u. F. Heft 72—74) med Bjælker som Fig. 12. Betonen hærdnede under fugtig Sand og var 45 Døgn gammel ved Prøvningen. Det var Grusbeton 1:2:3. Konsistensbetegnelserne har jeg selv indført; de originale Betegnelser er: Jordfugtig, Vandtilsætning  $\alpha$  og  $\beta$ , Støbebeton.

<sup>2)</sup> Mitt. u. Forschungsarbeiten, Heft 72—74, S. 15.

<sup>3)</sup> Mørtelen var ca. 50 Døgn gammel og udstøbt i en blød Konsistens (10,0, 10,2, 10,6 og 13,6% Vand). Rundjærnet var 20<sup>mm</sup> tykt og blev trukket ud af Prismene, hvis Størrelse var 22·22·20<sup>cm</sup> (Armerter Beton 1910, S. 277; her gengivet efter H. f. E. I 1912, S. 369).

<sup>4)</sup> For Mørtelen var Glidespændingen lig  $\frac{1}{6}$  af Tærningestykken, mens den for almindelige Betonsorter gerne ligger mellem  $\frac{1}{10}$  og  $\frac{1}{14}$  af Tærningestykken. Tallene gælder for blaa (ikke rustent) Jærn (Mitt. u. Forschungsarbeiten, Heft 72—74 og Heft 95, S. 12).

Indslæmning af Jærnet med Cementvælling eller Mørtel 1:1 umiddelbart før Indstøbningen medførte, at Glidespændingen steg ca. 12 pCt. i en saa fed Blanding som 1:2:3<sup>1)</sup>; i magrere Beton maa Virkningen derfor kunne blive betydelig<sup>2)</sup>.

Hærdningsmaadens Indflydelse. For 45 Døgn gamle Bjælker af Grusbeton med tilhørende Tryk- og Trækprøvelegemer fandt Bach & Graf følgende absolute (og relative) Brudspændinger:

Kun vaad Hærdning <sup>3)</sup> :				7 Døgn vaad Hærdning, derpaa i Luften <sup>4)</sup> :							
Bifh. 1:3:4		1:2:3		1:1 $\frac{1}{2}$ :2		Bifh. 1:3:4		1:2:3		1:1 $\frac{1}{2}$ :2	
Ret tør Konsistens	$S_{bj}$	17,5 (81)	21,7 (100)	32,9 (152)	Ret tør Konsistens	$S_{bj}$	13,0 (68)	19,2 (100)	21,1 (110)		
	$S^c$	146 (65)	224 (100)	282 (126)		$S^c$	149 (56)	264 (100)	310 (117)		
	$S^t$	13,9 (73)	19,0 (100)	23,2 (122)		$S^t$	10,5 (79)	13,3 (100)	13,1 (98)		
Ret vaad Konsistens	$S_{bj}$	17,3 (87)	20,0 (100)	30,6 (153)	Ret vaad Konsistens	$S_{bj}$	13,0	20,9			
	$S^c$	138 (69)	201 (100)	264 (131)		$S^c$	130	278			
	$S^t$	12,4 (73)	17,0 (100)	22,8 (134)		$S^t$	8,6	12,3			

For alle tre Blandingsforhold ses den vaade Hærdning at have givet størst Glidespænding, og dette skyldes dels de bedre Hærdningsvilkaar, der medfører en større Klæbekraft<sup>5)</sup>, dels at Betonen ved tør Hærdning svinder og trækker sig løs fra Jærnet ved Blokens Ender, saa at den effektive Indstøbningslængde forringes.

Medens Længdesvindet virker skadeligt, fremkalder Tværsvindet en forøget Klemkraft, og ved et Sammenspil af disse to Virkninger lader Kurven i Fig. 14 for tør Hærdning sig muligvis

forklare; hvis Tværsvindet virkede alene, vilde Kurven for tør Hærdning ligge over Kurven for vaad Hærdning og være stejlere end denne, da Svindet vokser med Mørtelens Fedme. Længdesvindet vil derimod sænke Kurven og gøre den

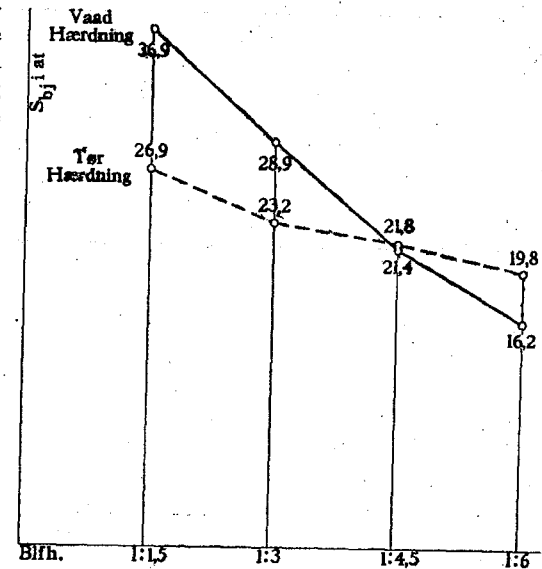


Fig. 14.

<sup>1)</sup> Mitt. u. Forschungsarbeiten, Heft 72—74.

<sup>2)</sup> Denne Stigning fandtes kun for ikke rustent Jærn, for stærkt rustent Jærn var Stigningen uvæsentlig.

<sup>3)</sup> Mitt. u. Forschungsarbeiten, Heft 72—74, S. 42. <sup>4)</sup> Heft 95, S. 17.

<sup>5)</sup> Den større Glidespænding, man som Regel finder ved vaad Hærdning, forklarer Bach (Mitt. u. Forschungsarbeiten, Heft 45—47, S. 61) ved, at Betonens Volumenforøgelse medfører et Pres mod Jærnet. Men naar et Legeme udvider sig, vil ogsaa dets Hulrum udvide sig. Virkningen skyldes snarere en Afsætning af Krystaller i Jærnoverfladens Smaagruber.

fladere, idet den effektive Indstøbningslængde aftager med Mørtlens Fedmæ, og Resultatet kan derfor godt blive den punkterede Kurve.

**19. Stampnings Indflydelse.** Det ligger i Sagens Natur, at en omhyggelig Stampning er af største Betydning for Adhæsionen, idet den presser Cementvællingen ind mod Jærnstangen og driver Luftblæerne tilvejs; disse vil ellers blive siddende paa Stangen og formindske Adhæensionsfladen. Den Mørtel eller Beton, der bruges til Jærnenes Dækning, bør derfor gennemarbejdes godt, inden Formen fyldes yderligere. Ved nogle Forsøg, som *Bach* udførte, og ved hvilke 5 ens Bjælker blev støbte efter hverandre i Forme, der stod paa samme Bræddeunderlag, saaledes at Bjælke Nr. 1 fik Rystelserne fra Stampningen af Nr. 2 til 5, Nr. 2 Rystelserne fra Stampningen af Nr. 3 til 5, medens Nr. 5 ingen Efterrystning fik, fandtes følgende Glidespændinger<sup>1)</sup>:

	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
Jordfugtig Beton .....	41,6	35,1	36,0	39,5	21,1
Ret vaad Beton .....	24,3	20,9	27,1	26,0	13,2
— — — — —	30,9	22,9	29,2	24,3	15,1

Man ser, at Værdierne er langt ringere for Nr. 5 end for de andre Legemer.

**20. Alderens Indflydelse.** Glidespændingen vokser med Alderen, saaledes at den i Løbet af et Aarstid bliver  $1\frac{1}{2}$  Gang saa stor som efter 28 Døgn.

Feret fandt for plastisk Mørtel 1:3 (Klitsand), der hærtnede i fugtig Luft:

Alder .....	1 Uge	2 Uger	4 Uger	8 Uger	12 Uger	26 Uger	1 Aar	4 Aar
$S_{bj}$ i <sup>nt</sup> .....	13,1	18,1	18,7	21,1	19,5	23,0	29,5	32,6
— i % .....	70	97	100	113	104	123	158	174

Ved samtidig udførte Træk- og Trykforsøg voksede Trækstyrken fra 4 Ugers til 4 Aars Alderen fra 15,3 til 34,4<sup>nt</sup> eller 125 pCt., Trykstyrken fra 138 til 281<sup>nt</sup> eller 105 pCt.

*Bach* og *Graf* fandt for Grusbeton 1:2:3<sup>2)</sup>:

Alder .....	28 Døgn	45 Døgn	6 Mdr.	1 Aar
Bjælkerne holdtes vaade i hele Hærdningstiden.				
$S_{bj}$ for ret vaad Beton .....	17,0 (100)	20,0 (118)	26,7 (157)	25,6 (151)
— — — tør .....	19,6 (100)	21,7 (111)	27,7 (141)	30,6 (156)
Vaad Hærdning i 7 Døgn, derpaa Lufthærdning.				
$S_{bj}$ for ret vaad Beton .....	16,6 (100)	20,6 (124)	21,3 (128)	25,4 (153)
— — — tør .....	19,1 (100)	22,5 (118)	25,1 (132)	25,6 (134)

**21. Olies Indflydelse.** Hvis Betonen gennemtrænges af Olie eller Tjære, forringes Glidespændingen<sup>3)</sup>, og det samme gælder, naar man af Hensyn til Vandtætheden blander Olie i Betonen<sup>4)</sup>.

#### 4. Tilladelig Adhæensionsspænding.

**22.** Blandt de mange Faktorer, der har Indflydelse paa Glidespændingen, tager man i Praksis kun Hensyn til een, nemlig Betonens Kvalitet. Man regner Adhæensionskraften jævnt fordelt over den indstøbte Stangoverflade og sætter den tilladelige Adhæensionsspænding til:

$$t_{bj} = \frac{1}{10} \cdot s_b^{bc}, \quad (1)$$

hvor  $s_b^{bc}$  er den tilladelige Betontrykspænding ved Bøjning (§ 128).

<sup>1)</sup> Rundjærnets Diameter var 20 mm, Betonens Alder 26—28 Døgn (*Mitt. u. Forschungsarbeiten*, Heft 22, S. 26).

<sup>2)</sup> *Mitt. u. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74 og 95, S. 7 og 10.

<sup>3)</sup> *I. M.'s Kongresforhandlinger* i København 1909, IX 1 d, S. 7.

<sup>4)</sup> *Teknisk Forenings Tidsskrift, Afd. f. Jærnbeton*, 1913, S. 26.

Hvis den tilladelige Adhæensionsspænding  $t_{bj}$  og en bestemt Træk- eller Trykspænding i Jærnet  $\sigma_j$  skal naas samtidig, maa der være et vist Forhold mellem Rundjærnets Diameter  $d$  og Forankringslængden  $l$  (Fig. 15), der findes af Ligningen:

$$\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma_j = l \cdot \pi \cdot d \cdot t_{bj}, \text{ hvoraf:}$$

$$l = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sigma_j}{t_{bj}} \cdot d = 2,5 \cdot \frac{\sigma_j}{s_b^{bc}} \cdot d. \quad (2)$$



Fig. 15.

Med  $\sigma_j = 1200$  og  $s_b^{bc} = 50$ , altsaa  $t_{bj} = 5$ , faas f. Eks.  $l = 60d$ .

Naar to Rundjærn stødes, skal de altsaa overdække hinanden paa den ved (2) bestemte Længde, og man maa aldrig lade et Rundjærn ende i mindre Afstand end denne fra det Punkt, hvor det har Spændingen  $\sigma_j$ .

For almindelig god Beton kan Glidespændingen sættes til  $\frac{1}{11} S^c$  eller  $\frac{1}{7,6} S^c$ , eftersom Jærnet er blaat eller rustent. For stenfri Mørtel kan Glidespændingen sættes til  $\frac{1}{8} S^c$ , naar Jærnet er blaat, og støbes der Mørtel omkring Jærnene, vil det derfor være berettiget at sætte  $t_{bj} = \frac{1}{9}$  af Mørtelens  $s_b^{bc}$ .

#### 5. Profiljærn.

**23.** Det kunde ligge nær at søge en bedre Forbindelse tilvejebragt mellem Betonen og Jærnet ved at forøge dettes Overflade, f. Eks. bruge et  $\square$  forment Profil. Hvis man erstatter et 30 mm Rundjærn, hvis Tværnsitsareal og Periferi er henholdsvis 7,1 cm<sup>2</sup> og 9,4 cm, med et tysk

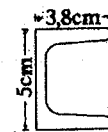


Fig. 16.

Normalprofil Nr. 5 (Fig. 16), saa vil Arealet være det samme, medens Periferien er ca. 24 cm, altsaa ca. 155 pCt. større. Imidlertid maa man regne med den Mulighed, at Betonen kan revne langs den punkterede Flade, saa at den indesluttete Beton glider sammen med Jærnet, og for at være rigeligt paa den sikre Side, vil vi regne Forholdet mellem Glidespændingen og Betonens Forskydningsstyrke lig 0,6, altsaa:

$$S_{bj} = 0,6 S^f \quad \text{eller} \quad S^f = 1,67 S_{bj},$$

og Længden af den punkterede Linie maa derfor multipliceres med 1,67 for at kunne sammenlignes med de fuldt optrukne. Den saaledes konverterede Længde af den omskrevne Polygon bliver  $5 + 2 \cdot 3,8 =$  ca.  $1,67 \cdot 5 =$  ca. 21 cm, eller ca. 3 cm kortere end Jærnets Periferi. Ved Brugen af andre Profiler maa man paa samme Maade undersøge, om der er Fare for Glidning langs den omskrevne Polygon. Korsformede Jærn som Fig. 17 kan altid udnyttes helt, thi den punkterede Trekantside vil ved Multiplikation med 1,67 blive større end Summen af de to fuldt optrukne. Man bruger dog meget sjældent Profiljærn, thi dels er de dyrere end Rundjærn, og dels er det svært, naar de ligger vandret, at faa de nedadvendende Flader godt omstøbt. Selv Rundjærn lader sig vanskeligt godt understøbe, naar de ligger vandret; det med Henblik paa god Indstøbning ideelle Tværnsnit af et vandret liggende Armeringsjærn vilde være et linseformet (Fig. 18).

Ved Bøjningsforsøg fremtræder Glidningen ikke paa samme Maade som

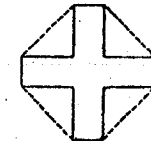


Fig. 17.

Fig. 18.

Rundjærns, idet Profiljærnene paa Grund af deres store Modstand mod Bøjning sprænger den underliggende Beton.

Bach & Graf har gjort Forsøg med Bjælker, hvis Tværnsnit (30-30<sup>cm</sup>) ses paa Fig. 19. Der var 2<sup>cm</sup> Beton under alle Jærnene. Under Tværnsnittene er Glidespændingerne angivet i % af Glidespændingen for Rundjærn (Mitt. u. Forschungsarbeiten, Heft 72-74, S. 76).



Jærndimension i mm.....	12-40	25	40.12	50.50	NP-8	50-50	50-50
$S_{bj}$ i %.....	63	100	79	43	56	56	58
Bjælkens Bæreevne i %....	91	100	106	110	130	132	137
Jærnets Vægt							

Som man ser, har Rundjærnet den største Glidespænding, hvilket dels skyldes, at det ikke sprænger Betonen, dels at dets Overflade gerne er mere ru end Flad- og Profiljærnenes, men desuden spiller det en stor Rolle, at Profiljærnene ikke lader sig saa tæt indstøbe (Bjælkerne laa vandret ved Støbningen) som Rundjærnene. Derfor er Glidespændingen større for Fladjærnet, der staar paa Højkant, end for det, der ligger ned, og særlig lille for Vinklen, der aabner sig nedad; for denne spiller det desuden en Rolle, at Betonen under den kun er i svag Forbindelse med den værige Beton. Imidlertid er Forholdet mellem Overflade og Vægt saa meget større for Profiljærnene end for Rundjærnet, at de, hvis Prisen pr. kg var den samme, vilde være fordelagtigere at bruge, navnlig det sidste, der ligger gunstigt for Støbningen.

6. Rundjærns Minimalafstand fra Overfladen og indbyrdes.

24. Naar to Rundjærn indstøbes ved Siden af hinanden, kunde de tænkes at glide sammen med den Beton, der ligger mellem Tangentplanerne (Fig. 20), men i saa Fald maatte Afstanden mellem deres Akser være mindre end  $\frac{1}{2}\pi d : 1,67 = 0,94d$ , hvilket er udelukket.

Der er heller ingen Fare for Brud langs de nederst i Fig. 21 punkterede Flader, og det kan overhovedet siges, at naar det dækkende Betonlag ikke gøres tyndere, end Hensynet til Rust og Ild kræver (§ 34), og naar Afstanden mellem Jærnene holdes saa stor, som Hensynet til en god Omstøbning fordrer (hvorom nærmere i § 421), saa vil der være mindre Fare for Brud i Betonen end for Glidning.

For det yderste Jærn tilhøjre i Fig. 21 bliver Betingelsen for, at Modstanden i de punkterede Flader er lig Glidemodstanden:

$$\frac{1}{2}\pi d \cdot S_{bj} + 2a \cdot S^f = \pi d \cdot S_{bj}, \quad \text{hvoraf:} \quad a = \frac{1}{2}\pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \frac{1}{2}\pi d \cdot 0,6 = 0,47d^1)$$

For Hjørnejærnet faas:

$$\frac{1}{2}\pi d \cdot S_{bj} + 2a \cdot S^f = \pi d \cdot S_{bj}, \quad \text{hvoraf:} \quad a = \frac{3}{8}\pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \frac{3}{8}\pi d \cdot 0,6 = 0,71d.$$

Det sværeste Jærn, man plejer at bruge, har  $d = 4\text{ cm}$ , for dette kræ-

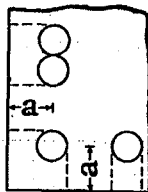


Fig. 21.

<sup>1)</sup> Der er altsaa aldrig Fare for Brud langs de punkterede Linjer, og det bekræftes ved de gjorte Forsøg. Derimod har Bach & Graf fundet under de paa Fig. 12 viste Forhold:

Omtrentlig Betontykkelse under Jærnet i cm ....	1	2	4
Glidespænding i at.....	21,9	22,7	23,1

altsaa en ringe Vækst af Glidespændingen med voksende Tykkelse. Dette forklares ved, at der, naar saa svært Jærn (25<sup>mm</sup>) glider, ofte danner sig Længderevner under det, men i ringere Grad, naar Laget er tykt (H. f. E. I 1912, S. 383).

Forsøg af Probst med 20<sup>mm</sup> Rj. viser en større Virkning af Betonlagets Tykkelse, men synes at tyde paa, at Bjælkens største Bæreevne allerede er naaet ved 12<sup>mm</sup> Tykkelse (H. f. E. I 1912, S. 388).

Naar det dækkende Betonlag gøres saa tykt, som Hensyn til Rust og Ild kræver, behøver man næppe at frygte for tidlig Glidning, thi de svære Jærn, som er mest udsat, sikrer man altid ved Kroge.

ves  $a = 0,71 \cdot 4 = 2,84\text{ cm}$ , og da det dækkende Betonlag aldrig gøres tyndere end 1<sup>cm</sup>, er der heller ikke her nogen Fare paa Færde.

Kun hvis der ligger flere Jærn samlede, som vist øverst i Fig. 21, bliver Forholdene værre. Man faar:

$$\pi d S_{bj} + 2a S^f = 2\pi d \cdot S_{bj}, \quad \text{hvoraf:} \quad a = \frac{1}{2}\pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \frac{1}{2}\pi d \cdot 0,6 = 0,94d.$$

En saadan Ordning bruges imidlertid aldrig.

Ligger Jærnene i Undersiden af en Bjælke (Fig. 22), kan der ske en Afskæring langs den øverste punkterede Linie. Betingelsen for, at Modstanden i denne er lig Glidemodstanden, bliver:

$$\pi d S_{bj} = a S^f \quad \text{eller:} \quad a = \pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \pi d \cdot 0,6 = 1,89d.$$

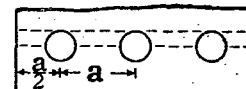


Fig. 22.

Betingelsen for, at Modstanden i den nederste punkterede Linie er lig Glidemodstanden, bliver:

$$\pi d S_{bj} = \frac{1}{2}\pi d S_{bj} + (a - d) S^f \quad \text{eller:} \quad a = d \left( 1 + \frac{1}{2}\pi \frac{S_{bj}}{S^f} \right).$$

Sættes  $S_{bj} = 0,6 S^f$ , faas:  $a = 1,94d$ . Naar Afstanden mellem Jærnene ikke gøres mindre end 2d, er altsaa Faren for et gennemgaaende Brud udelukket, og gøres den mindre, vil i Henhold til ovenstaaende Beregninger Bruddet ikke ske over Jærnene, men mellem disse, hvilket jeg ogsaa har fundet bekræftet ved Forsøg (Fig. 23<sup>1)</sup>).

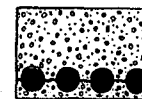


Fig. 23.

7. Specialjærn.

a. Forskellige Former.

25. Man maa regne med, at et glat og snorlige Rundjærn glider, naar det belastes over Flydegrænsen. I Praksis er Jærnene mer eller mindre ru og ikke altid helt lige, og saadanne Jærn kan ofte belastes indtil Brud, saafremt Forankringslængden er rigelig, men man stoler ikke paa disse naturlige Ujævnheder, med mindre Jærnet er spinkelt ( $d \geq 12\text{ mm}$ ) og Bygværket af underordnet Betydning. I alle andre Tilfælde skaffer man sig den ønskede, yderligere Sikkerhed mod Glidning ved enten at kroge Jærnenden, hvorom nærmere i § 29, eller ved at bruge Specialjærn med ujævn Overflade.

Der eksisterer forskellige Slags patenterede Betonjærn, der ved Udvalsningen forsynes med Fremspring og Fordybninger, der forøger Glidemodstanden, samtidig med at Tværnsnitsarealet saavidt muligt holdes konstant. De fremstilles gerne af haardt Staal med højtliggende Flydegrænse. Disse Jærn, af hvilke de vigtigste er vist i Fig. 24-31, kan ikke glide uden enten at medtage den Beton, der ligger i Fordybningerne, eller at presse den tilbage, hvorved Betonblokken sprænges efter Længden i 3 eller flere Stykker. Jo sværere Blokken er, des vanskeligere sprænges den<sup>2)</sup>. De viste Jærn er omtrent jævnbrydige, bortset fra Bølgejærn og Thacher Jærn, der er daarligere, fordi de har svagt hældende Flader, der lettere sprænger Betonen end Flader, der staar vinkelret paa Trækkets Retning<sup>3)</sup>.

De gode Specialjærn udmærker sig fremfor Rundjærnene ved, at de forbin- der sig inderligt med Betonen og fuldstændig følger dennes Formforandringer.

<sup>1)</sup> Ingeniøren 1909, S. 409.  
<sup>2)</sup> Man kan ogsaa modarbejde Sprængningen ved at lægge en skruevunden Armering af f. Eks. 5<sup>mm</sup> Rj. omkring Jærnet.  
<sup>3)</sup> Samtlige Jærn med Undtagelse af de i Fig. 25 og 29 viste er undersøgte af Bach og Graf (Mitt. u. Forschungsarbeiten, Heft 72-74).

Naar Betonen svinder, kan den trække sig løs fra Rundjærnet, mens Specialjærnet forhindrer en saadan Bevægelse. Rundjærnets Fastsiddende er for en stor Del betinget af Betonens Klemning; tænker man sig denne ophævet ved en stor Temperaturforandring, eller ved at Betonen gennemtrænges af Vand<sup>1)</sup> eller en anden Vædske, vil Rundjærnet ligge helt løst, ikke Specialjærnet. Ogsaa skiftende Paavirkninger kan tænkes at ophæve Rundjærnenes Adhæsion.

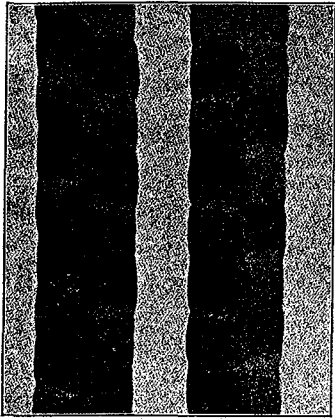
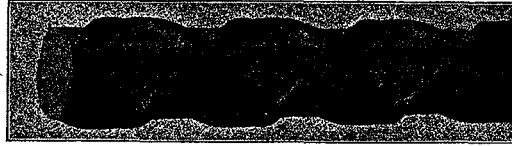
Fig. 24. Johnsons Knudejern<sup>2)</sup>.

Fig. 26. Diamond Jern.

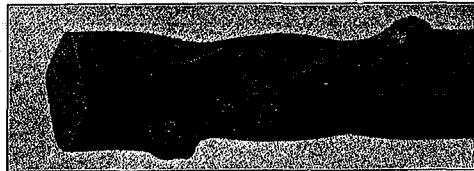


Fig. 27. Lug Jern.



Fig. 25. Johnsons Ribbejern.

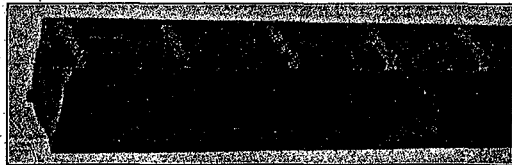


Fig. 28. Cup Jern.



Fig. 29. Ransome Jern.



Fig. 30. Bølgejern.



Fig. 31. Thacher Jern.

<sup>1)</sup> Ved nogle franske Forsøg fandtes Glidespændingen større i tør end i vaad Beton, men de er ikke blevne bekræftede (se § 18). Ved mine Forsøg (Ing. 1908, S. 131) havde det heller ingen Virkning, at Betonen lagdes i Vand.

<sup>2)</sup> Forsøg med denne Jærnform, der nu er forladt til Fordel for Ribbejernene (Fig. 25), er omtalt i Ing. 1908, S. 127.

26. Vortejærn er Rundjærn, der er udvalset med smaa fremspringende Vorter, spredt over hele Overfladen. Det har samme Pris som almindeligt Rundjærn. For en Stang med 12,8 mm Diameter fandtes:  $FG^t = 3520$ ,  $S^t = 4520$ ,  $\delta_{11,8} = 25,6\%$ .

Kahnjærn, der leveres med de i Fig. 32 viste 4 Profiler, adskiller sig fra de øvrige Specialjærn ved at have en jævn Overflade, men til Gengæld bliver de flade Ribber skaarne delvis løse og høje op under 45° (Fig. 33), saa at de danner en Slags skraa Bøjler, der er i fast Forbindelse med Armeringsjærnet paa et kort Stykke og derfor er langt virksommere end løse Bøjler, da de forhindrer en Glidning af Jærnet i Betonen. Se især *Ingeniøren* 1910, S. 214.



Fig. 33.

Profil Nr.			
I	II	III	IV
	Tværsnit i cm <sup>2</sup> :		
2,55	5,10	8,95	12,75
	Vægt i kg/m:		
2,0	4,0	7,0	10,0

Materialet er haardt Staal med  $FG^t = 30-3500$ ,  $S^t = 45-5500$  og  $\delta_{min} = 20\%$ . Saafremt Fligene fraskilles ved Klipping, bliver de meget skøre (*Byggematerialer* I, 1920, § 281).

Ankerskinner maa ogsaa henregnes til Specialjærnene, og en enkelt Udførelsesform, den Jordahlske, er vist i Fig. 34. Samtidig med at de danner Armering, tjener de til Fastgørelse af Transmissionslønner og lign. De udvalses af Martinstaal i Længder paa 12-15 m og forsynes ved Indstøbningen med Baandjærnsbøjler. De kan indlægges baade i Bjælker og Søjler og danner en Rille, hvori Bolte med rektangulært Hoved kan indføres. Foruden den viste Skinne, hvis Tværsnitsareal er 6,5 cm<sup>2</sup>, fremstilles ogsaa en noget afvigende Form med Tværsnitsareal 8,56 cm<sup>2</sup>. Lignende Skinner fremstilles ogsaa af Støbejern<sup>1)</sup>. En simpel Erstatning er vist i B. u. E. 1918, S. 58. Saadanne Ankerskinner er dog ikke jævngode med almindelige Armeringsjærn; i Styrkeberegninger bør de kun indføres med Halvdelen af deres Tværsnit<sup>2)</sup>.

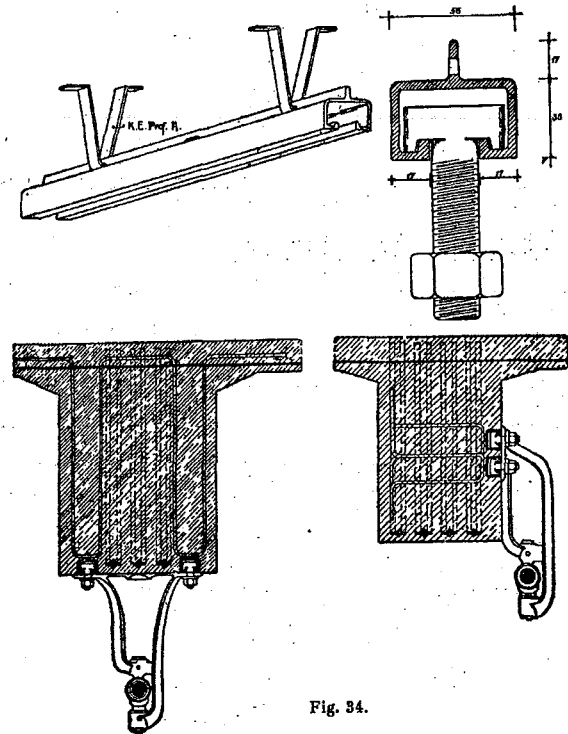


Fig. 34.

<sup>1)</sup> Ing. 1914, S. 675; B. u. E. 1914, S. 47.

<sup>2)</sup> B. u. E. 1924, S. 176.

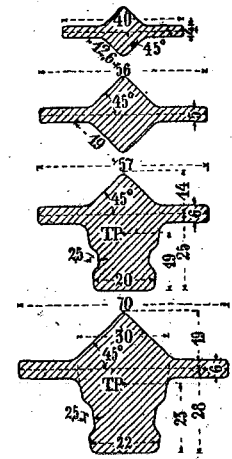


Fig. 32.

### b. Johnsons Ribbejern.

27. Johnsons Ribbejern (Fig. 25) er de eneste, der forhandles i Danmark, og Resultaterne af nogle Forsøg med disse skal omtales<sup>1)</sup>.

Udtrækningsforsøg. Ved at indstøbe  $\frac{1}{2}$ ' Jærn som Fig. 35 og 36 viser og gøre Udtrækningsforsøg paa et Tidspunkt, hvor Betonens Tærningestykke var 460<sup>st</sup>, fandtes følgende.

Jærnene med 12<sup>cm</sup> Indstøbningslængde lod sig trække ud af Betonen (Fig. 37), men først

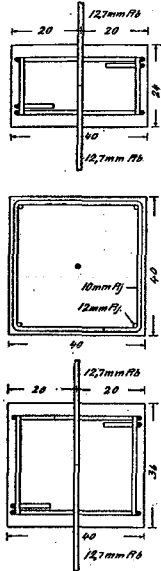
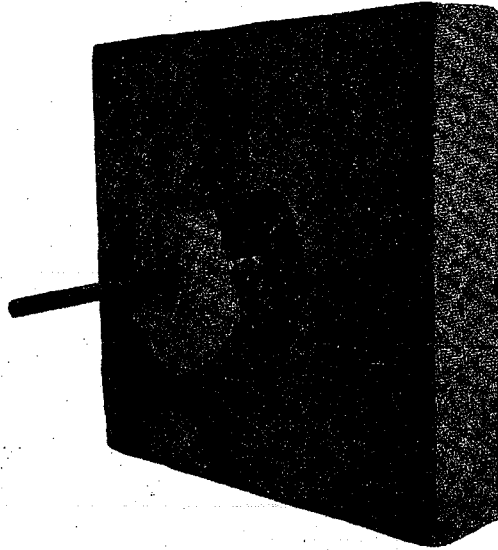


Fig. 35—36.

Fig. 37. Ribbejern med 12<sup>cm</sup> Indstøbningslængde.

ved en Jærnspånding, der kun var lidet lavere end de paagældende Jærns Trækstyrke. Efter at Glidningen var begyndt, sank Lasten til 40% af Maksimallasten, og den holdt sig nogenlunde konstant paa denne Værdi under den videre Udtrækning. Ved Jærnenes Udtrækning var Mellemrummet mellem Tværribberne fyldt med fastsiddende Mørtel, som Fotografiet viser. Medens der ved tidligere Forsøg med Specialjærn altid er sket en Sprængning af Betonlegemet, har dette i det foreliggende Tilfælde været saa stærkt, at der er sket en virkelig Glidning, hvorved den af Ribberne indesluttede Beton er blevet afskaaret. Efter Forsøget blev Legemerne flækkede (Fig. 38). Bæge Jærnene ses at være glidne, men det nedre har efter nogle Millimeters Glidning atter klemt sig fast. Det øvre Jærn er derimod trukket helt ud, og Hullets hvide Bagflade viser, ligesom Fig. 37, at Betonen er skaaret af; de to Jærn har været adskilt af en tynd Mørtel-lamel, og paa det mørke Parti over denne har der ingen Tværribbe været, og her er Betonen derfor ikke blevet afskaaret.

Jærnene med 18<sup>cm</sup> Indstøbningslængde sprang udenfor Betonen tilsyneladende uden at glide. Heller ikke ved Flækning af Legemerne kunde der paavises en maaelig Glidning, men at der ikke desto mindre har fundet en lille Bevægelse Sted, fremgaar af Fig. 39, der viser et af de flækkede Legemer, efter at Stængerne er løftede ud, og Fig. 40, der viser en af de tilhørende Stænger. Man vil se, at hver enkelt Tværribbe har udøvet et saa stort Tryk paa Betonen, at der er sket Forskydningsbrud i denne langs Kegleflader. Disse Brudfladers Vinkel med Jærnaksen er mindre end 45° i Overensstemmelse med den alm. Lov for Forskydningsbrud, hvorefter Bruddet sker i Flader, hvis Trykspænding er lavere end Trykspændingen i de Flader, hvor Forskydnings-spændingen er størst. At Forskydningen overhovedet kan ske, er formentlig betinget af Jærnets Tværsammentrækning.

Skønt Prøvelegemerne var støbt med megen Omhu, viste det sig ved Flækningen, at der kun langs den under Støbningen opadvendende Flade af Jærnet, var en fejlfri Tilslutning af

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Beton armeret med Ribbejern (Ing. 1921, S. 741).

Betonen (Fig. 39). Langs Jærnets Underside var Tilslutningen mangelfuld, fordi den ret høje Betonmasse under Jærnet var sunket noget sammen inden Størkningen.

I samtlige Prøvelegemer dannede der sig, da Jærnets Flydegrænse var naaet, en kredsformet Revne i Betonen uden om Jærnet, og under den videre Flydning fulgte den indenfor liggende Beton med Jærnet. I Prøvelegemerne med 12<sup>cm</sup> Indstøbningslængde dannedes der kun en enkelt Krave, hvis Form ses paa Fig. 37; i Legemerne med 18<sup>cm</sup> Indstøbningslængde dannede der sig to Kraver (Fig. 41). Disse Kravedannelser skyldes Tværribberne; i Begyndelsen maa den yderste af de helt indstøbte Ribber optage næsten hele Kraften, og naar denne har naaet en af Betonens Kvalltet afhængig Værdi P, sprænges den første Krave af. P behøver ikke at falde sammen med Flydelasten, men Sprængningen bliver først synlig ved denne; tidligere er Jærnets Forlængelse for ringe. Efter den første Kravedannelse maa

Ribbe Nr. 2 tage næsten hele følge, men først naar P er steget re Krave kræver mere Kraft end den nydannede Betonoverflade til-dre yderligere Sprængninger af for overvinde Betonens Forskyd-Fig. 39 viser. Efter at dette er Mørtelkegle udefter, idet Keglen let dels ved en elastisk Tilbage-slibning af disse; samtidig sker bagud i Bevægelsens Retning-ningen sig ind i Betonen, men Ribbe til Ribbe paa Grund af

ber og Betonen, og i en vis Dybde fra Overfladen maa Jærnspåndingen være under Flydegræn-sen, og endnu dybere maa den helt forsvinde.

Et Jærn, der er gledet saa stærkt som det nederst i Fig. 38 synlige, skulde man vente var uden nogensomhelst Adhæsiionsforbindelse med Betonen, men brækkes Jærnet ud, sidder der Betonklumper paa det i større eller mindre Udstrækning. Fig. 42 viser venstre Halvdel af den indre

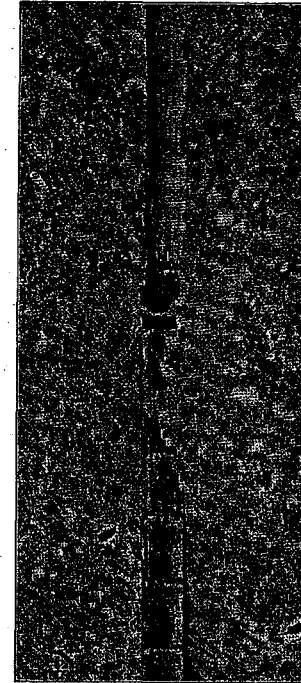


Fig. 38.

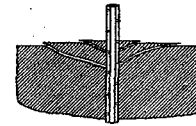


Fig. 41.



Fig. 42.

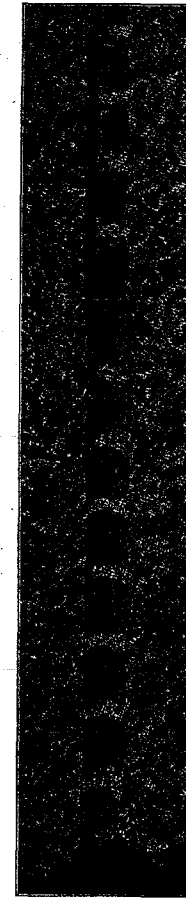


Fig. 39.

Kraften, og en ny Kravedannelse kan yderligere, da Dannelsen af den stør-Dannelsen af den lille. Derefter er strækkelig modstandsdygtig til at hin-denne Art, og Ribbe Nr. 3 maa der-ningsmodstand paa den Maade, som sket, glider den sammen med den lille virker som en Kile, der udvider Hul-presning af Væggene, dels ved en Af-der en Udtværing af Jærnet i Ribben Paa denne Maade forplanter Flyd-ningen sig ind i Betonen, men Ribbe til Ribbe paa Grund af

Kraften i Jærnet bliver mindre fra Fig. 40. Friktionen mellem de glidende Rib-ber og Betonen, og i en vis Dybde fra Overfladen maa Jærnspåndingen være under Flydegræn-sen, og endnu dybere maa den helt forsvinde.

Et Jærn, der er gledet saa stærkt som det nederst i Fig. 38 synlige, skulde man vente var uden nogensomhelst Adhæsiionsforbindelse med Betonen, men brækkes Jærnet ud, sidder der Betonklumper paa det i større eller mindre Udstrækning. Fig. 42 viser venstre Halvdel af den indre



Ende af et saadant Jærn efter Udtagelsen af det flækkede Prøvelegeme. Man ser den vedhængende Beton og ved a to tomme Rum, som de glidende Ribber har ladet bag sig, og som er 2<sup>mm</sup> lange, men trods denne store Forskydning af Jærnet i Forhold til Betonen adhærerer denne stadig.

Ved efter Forsøget at maale paa de 4 Jærn med 12<sup>cm</sup> Indstøbningslængde viste det sig, at Afstanden mellem Tværribberne, der før Forsøget var 19,5<sup>mm</sup>, var blevet forøget til 21<sup>mm</sup> paa den frie Del af Jærnet og 2-4<sup>cm</sup> ind i Betonen, paa de følgende 2-6<sup>cm</sup> aftog Forøgelsen retlinet til Nul, medens det ikke kunde paavises, at de inderste 5-6<sup>cm</sup> havde deltaget i Flydningen.

Paa Jærnene med 18<sup>cm</sup> Indstøbningslængde kunde der ikke paavises Flydning paa de inderste 7-9<sup>cm</sup>, men af Fig. 39 ses, at der har været store Spændinger helt ind til den sidste Ribbe, uden at der dog er foregaaet nogen maalelig Bevægelse.

Med Hensyn til den nødvendige Indstøbningslængde, naar man vil undgaa Glidning og sikre sig Brud i Jærnet, viser Forsøgene, at  $l = 14,2d$  er tilstrækkelig, og at  $l = 9,5d$  er nær ved at være tilstrækkelig. Eftersom man tager den 1' eller den 2' af disse Værdier, findes følgende Glidspændinger, naar Periferien regnes lig  $\pi \cdot 1,27 = 3,99$ :

$$S_{bj} = 89^{at} = \frac{1}{4,7} \cdot S_b^c \quad S_{bj} = 134^{at} = \frac{1}{3,1} \cdot S_b^c,$$

idet Tærningestykken var  $S_b^c = 420^{at}$ .

Den tilladelige AdhæSSIONsspænding og tilhørende Indstøbningslængde kan derfor passende sættes til:

$$t_{bj} = \frac{1}{20} \cdot S_b^c \quad \text{nødv. } l = 5 \cdot \frac{\sigma_j}{S_b^c} \cdot d,$$

idet  $\sigma_j$  er Jærnets Trækspænding.

Bjælkeforsøg med Ribbejærn omtales i § 294, 296-9, 301 og med stødte Ribbejærn i § 485.

**28. Ribbejærns Dimensioner og Styrke.** Ribbejærnene forhandles med de i Tabel 1 indførte Dimensioner. Ved Forsøg paa Statsprøveanstalten fandtes de i Tabel 2 indførte Værdier. Alle Stængerne kunde i kold Tilstand bøjes gennem en Vinkel paa 180°, saaledes at den indre Krumningsdiameter var 2 Gange Prøvestangens, uden at revne paa den strakte Side.

Tabel 1. Fabrikantens Opgivelser.

Diameter i	engl. Tom.	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$
mm	9,5	12,7	14,3	15,9	19,1	22,2	25,4	28,6	31,7	
Vægt i kg/m	0,566	0,982	1,280	1,563	2,262	3,07	4,00	5,08	6,26	
Nyttigt Tværsnit i cm <sup>2</sup>	0,710	1,226	1,613	1,935	2,838	3,87	5,03	6,39	7,87	

Tabel 2.

Diameter i engl. Tom.	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1
Vægt i kg/m	0,955	1,530	2,175	3,045	3,83
Vægtfylde	7,855	7,835	7,830	7,815	7,84
Tværribbernes Rumfang i %	2,3	2,0	1,3	1,2	1,5
Nyttigt Tværsnit i cm <sup>2</sup>	1,19	1,91	2,75	3,85	4,81
Flydegrænse $\sigma_F$ i at	3770	3320	3210	3080	2950
Styrke S i at	6030	5640	5410	5210	5050
$\sigma_F : S$	0,626	0,589	0,594	0,591	0,584
$\delta_{11,3}$ i %	23,8	22,5	23,5	22,8	24,2

Ved mine egne Forsøg fandtes:

$\frac{3}{4}$ " Jærn:  $f = 1,16-1,24$  cm<sup>2</sup>,  $\sigma_F = 2970-3550$  at,  $S^t = 5430-6100$  at,  $\frac{\sigma_F}{S^t} = 0,55-0,63$ ,  $\delta_{11,3} = 23-27$  %.

$1\frac{1}{4}$ " Jærn:  $f = 7,98$  cm<sup>2</sup>,  $\sigma_F = 3300$  at,  $S^t > 6260$  at,  $\frac{\sigma_F}{S^t} < 0,53$ .

## 8. Jærn med Endekroge.

**29. Form og Virkemaade.** Skønt Specialjærnene, der i hele deres Længde er i inderlig Forbindelse med Betonen, er særligt formaalstjenlige, bruges de kun lidet i Europa; her sikrer man sig mod Glidning ved at forsyne de almindelige Rundjærn med Endekroge. Fig. 43 viser 3 forskellige Krogformer indtegnede i Enden af en Forsøgsbjælke. For den enes Vedkommende, den simple

Hage, der er trukket fuldt op, er desuden vist Anbringelsen af den tidligere omtalte, indskruede Stift til Maaling af Jærnets Gliden. Ved at maale Afstanden  $x$  med en Mikrometerskrue under Bjælkens forskellige Belastninger kan man paavise, hvornaar

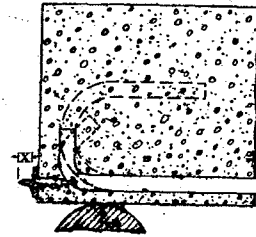


Fig. 43.

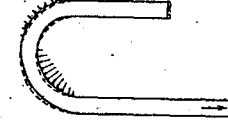


Fig. 44.

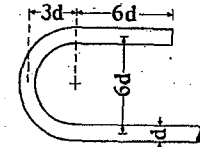


Fig. 45.

den første lille Bevægelse af Jærnet i Forhold til Bjælkens. Endeflade finder Sted, og det har vist sig, at den indtræder tidligere for glatte Jærn end for Jærn med Glødskaal, hvorimod Tidspunktet ikke paavirkes væsentlig af, om Jærnene har Kroge eller ej. Men medens et lige Jærn glider videre under samme Last, der altsaa bliver Bjælkens Brudlast, kan Krogene belastes yderligere, navnlig den største af dem<sup>1)</sup>. Efterhaanden som Lasten stiger, bliver Bevægelsen større, Krogens nedre Runding presses stærkt mod Betonen (Fig. 44), og Krogen deformeres som vist; der sker altsaa en Glidning, men den kan ikke blive stor paa Grund af den stærke Friktion i Rundingen. Den simple Hage aabner sig langt lettere og sprænger det dækkende Betonlag af, medens den spidse Krog i Godhed staar mellem de to andre<sup>2)</sup>.

De store Kroge er for første Gang brugt af *Considère*, der ved Forsøg har fundet, at de, naar de paa Fig. 45 skrevne Maal overholdes, sikrer Jærnet mod at glide, inden Betonen er ødelagt. Længden af en saadan Krog er  $6d + \pi \cdot 3d$ , regnet fra den punkterede Linie gennem Centrum, mens et lige Jærns Overlængde er  $3,5d$ ; Krogen kræver altsaa en Ekstralængde af  $(2,5 + 3\pi)d \approx 12d$ . Hvis Krogens lige Stykke gøres længere end  $6d$ , kan det naturligtvis kun gavne, hvorimod en Forøgelse af Diametermaalet  $6d$  kan tænkes at gøre Skade ved at lette en Glidning. En slavisk Overholdelse af Diametermaalet er dog ikke nødvendig alene af den Grund, at det jo burde vokse med aftagende Betonkvalitet.

**30. Nogle Brudmuligheder.** Naar man bruger *Considères* Kroge, kan en egentlig Glidning kun ske paa den i Fig. 44 viste Maade, og denne Glidning standser af sig selv og er derfor ufarlig. Men Krogens Tryk paa Betonen kan blive saa stort, at Betonen knuses eller spaltes som omtalt i § 260 og 518. Skal saadanne Sprængninger undgaaes, maa Betonen have en passende Styrke og passende Tværdimensioner eller en passende Tværarmring, hvorom nærmere nævnte Steder.

<sup>1)</sup> For at faa Krogformens Virkning bestemt uden Hensyn til AdhæSIONEN prøvede man at indstøbe afdrejede og olierede Jærn. Sættes Brudlasten for Bjælker med slige Jærn uden Kroge lig 100, blev den for Jærn med simpel Hage 169, med spids Krog 180 og med stor Krog 196 (*D. A. f. E.* Heft 9, S. 83).

<sup>2)</sup> I tidligere Tid brugte man ogsaa at spalte Jærnenden varmt, og det gav en bedre Forankring end den simple Hage, idet Sprængningsvirkningen var ringere (*Baumaterialienkunde* 1906, S. 350); men Fremgangsmaaden var dyr og er nu helt forladt.

Ligger Krogens Overside nær ved Betonens Overflade, kan Krogen aabne sig, som paa Fig. 46, der viser Enden af en Forsøgsbjælke, og under saadanne Forhold vil Krogformen Fig. 47 utvivlsomt være bedre, men det er simplere at bruge en Tværarmring, enten Nakkebøjler af 5—7 mm Rj. (Fig. 48) lagt om

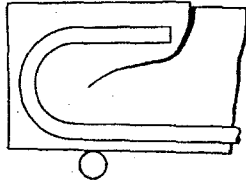


Fig. 46.

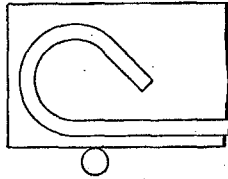


Fig. 47.

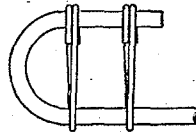


Fig. 48.

hver enkelt Krog, eller Ringbøjler omsluttende flere Kroge, eller endelig almindelige Bjælkebøjler (Fig. 408 i § 417). Slige Bøjler har vist sig i høj Grad at forøge Krogens Virkning<sup>1)</sup>.

**31. Nødvendig Forankringslængde.** Vil man undgaa, at Krogtrykket sprænger Betonlegemet, maa man klargøre sig, hvorfra de Modtryk kommer, der skaffer Ligevægt, og derefter dimensionere Betonlegemet; Undersøgelser af denne Art vil blive foretaget under Omtalen af de forskellige Konstruktionsformer.

Her skal kun fremdrages det meget simple Tilfælde, at Krogen tjener til Forankring af et Jærn i en stor Betonklods, et Tilfælde, som kun er lidet undersøgt.

Ved Forsøg med de i Fig. 49 viste Legemer af en særlig stærk Beton (Blokken vandrette

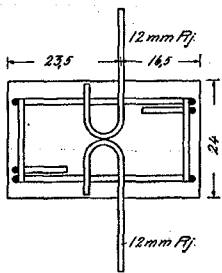


Fig. 49.

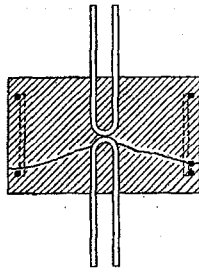


Fig. 50.

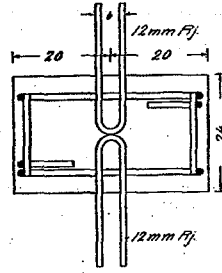


Fig. 51.

Billede ses i Fig. 35—36), skete Bruddet i Jærnene udenfor Betonen, skønt Indstøbningslængden kun var  $10d$ , og ved eet af Legemerne Fig. 51 skete Bruddet paa samme Maade, medens der i det andet skete Trækbrud i Betonen (Fig. 50). Der er næppe Tvivl om, at Bruddet altid vil ske paa denne Maade, naar Indstøbningslængden er for ringe til at sikre Brud i Jærnet (se ogsaa Fig. 41); Bruddet begynder ved Krogen og forplanter sig derfra ud til Overfladen efter en meget flad Kegel.

Under disse Forhold maa Brudkraften  $P$  vokse med Indstøbningslængden  $l$ , Betonens Trækstyrke  $S_b^c$  og Bøjlels eller Krogens Bredder  $b$ , idet  $P$  fordeler sig over denne. Sættes  $P = \frac{1}{a} \cdot l \cdot S_b^c \cdot b$ ,

$$\text{findes: } l = a \cdot \frac{P}{S_b^c \cdot b} = a' \cdot \frac{P}{S_b^c \cdot b},$$

naar Trækstyrken regnes at være proportional med Trykstyrken. Indføres Brudværdien af  $P$  ved Forsøget Fig. 50, findes  $a' = 3,52$ , og overføres denne Værdi til en almindelig Krog, faas:

<sup>1)</sup> D. A. f. E. Heft 20, S. 52.

$$l = 3,52 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma_j}{S_b^c \cdot 7d} = 0,396 \cdot \frac{\sigma_j}{S_b^c} \cdot d.$$

Indføres  $S_b^c = 3,64 \cdot s_b^{bc}$  (§ 128), og regnes med 7—8 dobbelt Sikkerhed, findes:

$$l_{\text{nødv}} = \frac{\sigma_j}{1,2 \cdot s_b^{bc}} \cdot d = \frac{d}{4} \cdot \frac{\sigma_j}{3 \cdot t_{bj}}$$

Da man ved Brug af denne Formel stoler paa Betonens Trækstyrke, maa den ikke anvendes, hvor et Brud kan medføre Ulykker. I saadanne Tilfælde maa man kun stole paa Betonens Trykstyrke.

## B. Jærnbetons Varighed.

### 1. Betons Evne til at hindre Rustdannelse.

**32. Erfaringer.** Efter alt, hvad der foreligger, vil Jærnet i et veludført Betonbygværk<sup>1)</sup> være beskyttet mod Rust i en meget lang Aarrække<sup>2)</sup>. Alle Erfaringer i modsat Retning slammer fra cementfattig Beton eller daarligt Arbejde.

En i Grenoble 1886 bygget Vandledning med 25<sup>m</sup> Trykhøjde blev 15 Aar efter (1901) undersøgt, og man fandt Mørtlen uforandret, og alt Jærnet, selv de 1<sup>mm</sup> tykke Bindetraade, sammenhængende med Mørtlen og ubeskadiget (Ingeniøren 1901, S. 208). Af en i München 1892 nedlagt Rørledning blev et Rør taget op 1902, og Traadene var ganske rustfrie. I begge disse Tilfælde har Mørtlen dog formentlig været meget fed. I Østrig har man undersøgt nogle 13-aarige Buebroer, hvis Underside havde været stærkt udsat for Lokomotivvæg. Jærnet, der var dækket af 1—3<sup>cm</sup> Beton af Blanding 1:3, var uforandret, kun paa eet Sted, hvor Betonen var synlig porøs, var Jærnet ret stærkt rustent. (B. u. E. 1908, S. 376).

Senere Undersøgelser af en Mængde tyske Jærnbetonbroer (Ing. 1916, S. 237) har vist, at ingen er helt fri for Rustangreb, og at dette udgaar fra Revnerne i Betonen. Rustdannelsen var stærkest, naar det dækkende Mørtelag var tyndt, og voksede med Broens Alder og navnlig med Luftens Forurening.

Skulde det mod Forventning vise sig, at Jærnets Varighed i en veludført Konstruktion kun er midlertidig, vil man kunne forøge den ved at bruge forzinket Jærn og ved at behandle Betonens Overflade med Tætningsmidler. Mulligvis vil man ogsaa kunne komme ind paa at blande rusthindrende Stoffer i Mørtelvandet, hvorom nærmere i *Byggematerialer I*, 1920, § 514 og *Schweizerische Bauzeitung* 1915, Nr. 11 og 12; 1917, Nr. 6.

**33. Betonens Alkalitet og Tæthed** er de to Aarsager til den beskyttende Virkning. Det Vand, der findes i Betonen, er mættet med Kalk og beskytter derfor Jærnet mod Rust, og vandrer der Vand ind udefra, vil dette ligeledes mætte sig med Kalk. Cementens Størkning og Hærdning beror nemlig hovedsagelig paa Udskillelse af smaa Krystaller af Kalciumhydroksyd  $\text{Ca(OH)}_2$ : Kalk af samme kemiske Sammensætning som læsket Kalk, af hvilken der derfor altid vil være store Mængder tilstede.

Andre uædle Metaller som Zink, Bly, Tin, Kobber og Aluminium, der i Modsætning til Jærnet angribes af Alkalier, lites i Berøring med Beton.

<sup>1)</sup> Talen er her udelukkende om Beton af Portlandcement. Ved Vandbygningsarbejder i Tyskland bruges undertiden Kalk-Trass-Beton med Jærnindlæg, men om Jærnets Varighed under disse Forhold vides intet nærmere; den er dog sikkert stor, hvis Betonen er tæt.

<sup>2)</sup> Nogle mener endog at have konstateret, at rustne Stænger bliver rustfrie efter nogen Tids Indstøbning, men det beror dog sikkert paa en Fejltagelse. Man har villet forklare Rustens formentlige Forsvinden ved at den opløses af Mørtlen, mens denne endnu er flydende, idet der da i Mørtelen skulde findes surt Kalciumkarbonat,  $\text{CaH}_2(\text{CO}_3)_2$ , som er i Stand til at opløse Jærnoxid (se *Den Tekniske Forenings Tidsskrift* 1909, S. 201 og B. u. E. 1912, S. 48). Men da Luftens Kulsyre ikke kan trænge ind i den vandfyldte Mørtel, vil der næppe kunne dannes sig nævneværdige Mængder af det paagældende Karbonat. Iøvrigt har jeg selv konstateret, at Jærnstænger, der var rustne ved Indstøbningen, ogsaa var rustne, da de 6 Maaneder senere blev trukne ud (Ingeniøren 1908, S. 130).

Kalciumhydroksyd er ganske vist meget tilbøjeligt til at optage Kulsyreanhydrid fra Luften og omdanne sig til Kalciumkarbonat, og en saadan Omdannelse sker der ogsaa i Betonen, overalt hvor denne er i Berøring med Luften, men god Beton er for tæt til, at Kulsyren kan trænge ind, og Karbonatdannelsen bliver derfor rent overfladisk.

Er der Revner i Betonen, gennem hvilke Luften kan trænge ind til Jærnet, er Muligheden for et lokalt Rustangreb tilstede, men er Revnerne fine; vil Luftcirkulationen i dem være saa ringe, at Angrebet ingen Betydning faar under normale Forhold.

Ved Belastning af en Jærnbetonbjælke vil Betonen revne, naar dens Trækspænding har naaet Brudværdien, men er der meget Jærn i Bjælken, vil Revnerne være yderst fine. *Probst* udsatte i flere Døgn saadanne Bjælkens Underside for en Blanding af Ilt, Kulsyreanhydrid og Vanddamp, uden at det paavirkede Jærnet. Først naar Bjælkerne overbelastedes saa stærkt, at Revnerne gabe som Følge af Jærnets Flyden, først da begynte Jærnet at ruste (*E. Probst: Einfluss der Armatur und der Risse im Beton auf die Tragsicherheit*).

Ved lignende Forsøg i *Dresden (D. A. f. E. Heft 31, S. 70)* gjordes følgende lagtagelse. En Bjælke (Nr. 16) belastedes saa stærkt, at den formelle Jærnspeinding ( $\sigma_j = 2620$ ) laa ved 69 % af Flydespændingen. Ved denne Last var der 10 tydelige Revner, af hvilke 1 gik tværs over Undersiden, mens de øvrige kun var synlige i Hjørnerne. Bjælken blev derpaa i Løbet af 3 Aar belastet 591 500 Gange. I de første 2 Aar var Lasten saa stor, at den gav  $\sigma_j = 1/2 \cdot 2620$ , i det sidste Aar gik man op til  $\sigma_j = 1000$ . Bjælken opbevaredes indendørs, men 10 Gange om Aaret blev den lagt i Vand i tre Døgn, uden at Belastningsvekslingerne afbrødes. Ved den paafølgende Undersøgelse viste det sig, at Flertallet af de gamle Revner havde forlænget sig, og at nye var komne til, men det, som navnlig har Interesse, er, at da man blottede Bjælken Jærn ud for een af de gamle Revner, der stadig kun var synlig i Bjælkenes ene Hjørne (Forsøgsberetningen er ikke helt klar paa dette Punkt, men jeg gaar ud fra, at Bjælken blev undersøgt i belastet Tilstand), saa viste alle 4 Jærn sig rustangrebne i Revnens Forlængelseslinie. Revnen maas altsaa faktisk have strakt sig tværs over hele Bjælkenes Underside, men den har været for fin til at kunne ses, og dog har den givet Anledning til Rustangreb.

De fine Revner er altsaa ikke absolut ufarlige, og da de i Tidens Løb kan udvides af Temperaturvariationer, bør man i særlige Tilfælde, f. Eks. naar Luften er meget syreholdig, ved Bygværkets Projektering have sin Opmærksomhed henvendt paa dette Punkt.

Jærnbeton maa ligesom uarmeret Beton beskyttes mod gennemsvivende Vand, der lidt efter lidt vil opløse Kalken. Vandbeholdere, Tunnellofter o. lign. maa derfor enten støbes af en vandtæt Beton eller forsynes med et vandtæt Isolationslag.

**34. Dæklagets Tykkelse.** En Betingelse for Jærnets Bevarelse er naturligvis, at det er helt indhyllt i Mørtel; træder det frem i Betonens Overflade, vil det ruste, saafremt de øvrige Betingelser (Ilt og Fugtighed) er tilstede. Ved Betonkonstruktioner, der er udsatte for fugtig Luft, maa man derfor i særlig Grad drage Omsorg for, at Jærnet overalt bliver fuldkommen dækket af et tæt Mørtellag. Dettets beskyttende Evne vokser i højere Grad med Porerens Finhed end med deres Længde; 1<sup>cm</sup> Mørtel 1:2 er derfor at foretrække for 2<sup>cm</sup> Mørtel 1:4<sup>1</sup>). Bortset fra Bygværker i tør Stueluft bør Mørtelen (< 5<sup>mm</sup>) ikke være magrere end 1:2, og Dæklagets Tykkelse kan da fastsættes efter følgende Regler.

Indendørs Bygværker, der ikke er udsatte for Vejrlig eller stærk Fugtighed:	1 <sup>cm</sup>
Udendørs Husbygværker og andre Husbygværker udsatte for Vejrlig eller stærk Fugtighed samt Bygværker i Jord:	2 <sup>cm</sup>
Udendørs Brobjælker, Brobuer, Brosøjler og Kranskinnebrugere:	3 <sup>cm</sup>
Bygværker udsatte for Syredampe:	indtil 5 <sup>cm</sup>
Bygværker i Havvand (§ 36):	2—5 <sup>cm</sup>

<sup>1</sup> D. A. f. E. Heft 31, S. 83.

## 2. Havvands Indvirkning paa Jærnbeton.

**35. Tætheden** spiller en særlig stor Rolle for Jærnbeton, der skal modstaa Havets Paavirkninger. Angaaende almindelig Betons Forhold i Havvand henvises til *Byggematerialer* 1911, § 1164—70, for Jærnbetonens Vedkommende kommer yderligere Faren for Jærnets Rusten til. Ligger Betonen under Vandlinien, eller er dens Porer blot altid vandfyldte, synes der intet at ske, men er den skiftevis udsat for Vædning og Udtørring, ophober Havvandets Salte sig i den og omdanner den fri Kalk til uopløselige Kalksalte, hvorved Betonens rustbeskyttende Evne forsvinder. Derfor maa man hindre Havvandet i at bevæge sig i Porerne ved at bruge en vandtæt Beton, eventuelt i Forbindelse med en Overfladetætning. Man kan yderligere sikre sig mod Rustdannelse ved at bruge forzinket Jærn.

Paa Københavns Rhed, hvor Saltholdigheden svinger omkring 1 %, blev der i 1893 bygget en Bølgebryder af hule Grovbetonblokke med tynde Tværvægge af Jærnbeton. I 1904 blev Bølgebryderen forkortet, og de paagældende Blokke blev da brugt som Stenkastning foran en anden Bølgebryder, hvorved de vælledes om paa Siden, saaledes at Blokkenes Hulhed vendte ud mod Søen, og Tværvæggene blev frit tilgængelige for Vandet; Blokkene laa helt under Vand. I 1930 lod Havnebygmester *Lorenz* nogle af disse Vægge tage op til Undersøgelse, hvorved Betonen viste sig ganske ubeskadiget og Jærnene rustfri; kun paa enkelte Punkter, hvor Jærnet laa meget nær ved Overfladen, var der nogen Rustdannelse. Væggene var kun 6 1/2<sup>cm</sup> tykke og støbte af en stenfri Mørtel 1:3 med ret finkornet Strandsand; Jærnnettet laa midt i Væggen med gennemsnitlig 2,5<sup>cm</sup> Mørtel udenfor sig. Disse lagtagelser bekræfter, at svagt saltholdigt Vands kemiske Indvirkning paa veludført Beton er uvæsentlig.

For Efterbehandlings Indflydelse paa Betonens Holdbarhed kan opstilles følgende Regler:

- (1) Langvarig Vandlagring vil forøge Tætheden og derved hæmme de tærende Stoffers Indtrængen.
- (2) Langvarig Luftlagring vil omdanne Overfladens Kalk til Karbonat, hvis kemiske Modstandsevne er større.
- (3) Overstrykning med eller bedre Indbørstning af ren Cement, Kultjære eller Asfalt stopper Overfladens Porer og udelukker de tærende Stoffer paa de Steder, hvor Laget ikke beskadiges.

Af Beretningerne fra de internationale Skibsfartskongresser 1908, 1912 og 1923 fremgaar, at man de fleste Steder har gjort gode Erfaringer med Jærnbeton i Havvand, naar blot Blandingen har været fed, og Jærnet har ligget 2—3<sup>cm</sup> fra Overfladen. Endvidere fremhæves Betydningen af at stryge med Kultjære eller ren Cement.

Se Havneingeniør *Vedels* Referat i *T. F. T.* 1908, S. 254 og Professor *Munch-Petersens* Referat i *Ingeniøren* 1912, S. 555. Af Varighedsforsøg skal nævnes:

Prof. *Möller* har anbragt Plader af 1 C : 2 1/2 S : 2 Si ved Nordsøens Kyst saaledes, at de ved Flod var under Vand, ved Ebbe over Vand. Efter 13 Aars Forløb var Jærnene rustfri, overalt hvor deres Afstand fra Betonens Overflade var over 5<sup>mm</sup> (Referat af *I. M.s* Kongresforhandlinger i København 1909, tysk Udgave Side 132).

Ingeniør *H. Wortmann* har i Ymuidens Havn ophængt 4 smaa Bjælker saaledes, at de skiftevis var vaade og tørre, og med en Belastning svarende til  $\sigma_j = 1225$ . Efter 3 Aars Forløb var Betonen fri for Revner og Jærnet blankt (*B. u. E.* 1908, S. 404), bortset fra nogle enkelte over-

fiadiske Rustpletter. 1<sup>m</sup> Beton indeholdt 400<sup>kg</sup> Cement (I. M. 1909, IX, 1 d, S. 7). Se dog *Ingeniøren* 1914, S. 144.

I Ravenna ved det adriatiske Hav findes Jærnbetonpæle, der har holdt sig fortrinligt i 12 Aar, og i Limfjorden findes Pæle, der fra 1906 til 1913 intet har lidt. I det nordlige Norge har man derimod gjort daarlige Erfaringer ved Anvendelsen i Vandbygning paa Grund af Frostens Virkning (I. M. 1912, Kongresforhandlinger, Sektion B, S. 92).

**36. Arbejdsregler.** Jærnbeton, der ligger helt under Vand, er næppe ugunstigere stillet end Jærnbeton i Broer og kan derfor fremstilles efter samme Regler som disse, idet dog Vandbygværkernes Utilgængelighed opfordrer til skærpet Paapasselighed. Derimod kræver Jærnbeton, der skiftevis vædes og udtørres, og navnlig Jærnbeton, der ligger lige i Vandlinien, en særlig omhyggelig Fremstilling i Overensstemmelse med efterfølgende Regler<sup>1)</sup>:

*Sand, Sten og Grus* skal, med mindre andre Materialer foreligger, som maa anses for at være lige saa modstandsdygtige, saavidt muligt tages fra Strand eller Havbund og være fri for Dyreskaller. Groft Sand er langt at foretrække for fint, navnlig naar der spares paa Cementen. Rundsten er at foretrække for Skærver, da de lettere giver en tæt Beton.

*Mørtelens Blandingsforhold* bør vælges under Hensyntagen til de ydre Forhold og Sandets Flnhed mellem 1:2 og 1:1 efter Rumfang; bruges fint Sand, bør Forholdet vælges mellem 1:1½ og 1:1<sup>2)</sup>.

*Betonens Stenindhold* bør under Hensyntagen til de samme Faktorer vælges saaledes, at Betonen bliver letbøelig og kommer til at indeholde mellem 380 og 600<sup>kg</sup> Cement pr. m<sup>3</sup> hærdnet Beton. Indenfor disse Rammer falder følgende Blandingsforhold:

Cement i kg/m <sup>3</sup>	600	600	600	555	443	380
Blfh.	1:1:1,67	1:1,5:1,06	1:2:0,46	1:1:2	1:1,5:2,5	1:2:2,82

*Jærnets Minimumsafstand* fra Betonens Overflade vælges mellem 2 og 5<sup>cm</sup> efter Forholdene, saaledes at man bruger en desto større Afstand, jo magrere Beton der anvendes, jo mere salt-holdigt Havvandet er og jo mere udsat Betonen er for ydre mekaniske og kemiske Paavirkninger, hvorved navnlig tages Hensyn til Virkningen af direkte Bølgeslag eller af skiftende Vandstand, der vekselvis bringer Overfladen i Berøring med Havvandet og Luft.

*Beskyttelse af Overfladen* ved særlige Foranstaltninger bør foretages, saafremt Konstruktionen er udsat for særlige mekaniske eller kemiske Paavirkninger (f. Eks. stærkt Slid eller Angreb af Svoilbrinte fra Bunden). Det anbefales at undgaa skarpe Kanter.

*Formene* skal være af høvet Træ eller af Jærn eller af et Stof med lige saa glat Overflade, med mindre Betonen overtjæres eller behandles paa anden særlig Maade, inden den udsættes for Havvandet.

*Støbeskel* bør undgaaes, i alt Fald fra 25<sup>cm</sup> under Lavvandslinien til 50<sup>cm</sup> over Højvandslinien. *Hærdningstiden*, regnet til Betonens Udsættelse for Havvandet, skal for Beton af Portlandcement mindst være 6 Uger. Saafremt Betonen overtjæres eller beskyttes paa anden særlig Maade, er alene Styrkehensynet bestemmende.

**37. Molerement** er Portlandcement sammenmalet med Moler<sup>3)</sup>. Dettets Kiselsyre binder en Del af den Kalk, som Portlandcementsen udskiller under Hærdningen, og Produktet angribes derfor mindre af Havvand. Desuden bliver Betonen mere plastisk og derved egnet til Udstøbning under Vand. Cementen fremstilles enten af raat Moler og er da graa, eller af brændt Moler og er da rød. Den graa Cement er den mest plastiske, men svinder meget stærkt under Hærdningen (§ 69), og naar dette Svind hæmmes af en Armering, har det undertiden medført stærk Revnedannelse. Den røde Cement er den kemisk virksomste og synes ikke at svinde væsentlig stærkere end Portlandcement; i Forbindelse med Bakkegrus giver den en Mørtel, der i sleben Tilstand er meget smuk. Bægge Cementer staar i Henseende til Styrke og Frostfasthed tilbage for Portlandcement, men paa Grund af deres kemiske Overlegenhed bruger det danske Vandbygningsvæsen dem til Grovbeton.

<sup>1)</sup> Disse er opstillede af Dansk Ingeniørforening; de gengives her med enkelte Tilføjelser og Ændringer.

<sup>2)</sup> Se T. F. T. 1913, S. 212—13.

<sup>3)</sup> Cementen er opfundet af Ing. A. Poulsen.

Vægtforholdet mellem Klinker og Moler er 75:25. Den røde Cement, der indførtes 1924, fremstilles af itugaede, brændte Molersten.

**Andre kalkfattige Cementer** som Højovncement og Alcement har ogsaa vist sig holdbarere end Portlandcement.

### 3. Elektricitets Indvirkning paa Jærnbeton.

**38.** Hvis elektriske Ledninger befæstes til Beton paa en saadan Maade, at Overgang er mulig, vil Virkningen afhænge af Betonens Tørhedstilstand. Tør Beton er nemlig lidet, vaad Beton stærkt ledende. I tør Beton vil Strømmen derfor ikke kunne naa en skadelig Styrke; Tørheden beskytter saavel uarmeret som armeret Beton mod Ødelæggelse.

Heller ikke vaad Beton tager Skade, med mindre der er Jærn indstøbt i den, men er dette Tilfældet, og bevæger Strømmen sig fra Jærnet til Betonen, vil Jærnet ruste og sprænge Betonen. Ubeskyttet Jærn bør derfor ikke forekomme i Fundamenter, hvor der er Fare for, at det kan optage Retourstrømme, og elektriske Sporvejs Skinner, der danner Retourledning, bør ikke befæstes direkte til Jærnbeton. Ogsaa i Fabriker med fugtig Luft maa de elektriske Installationer foretages saaledes, at der ikke kan ske Overgang. Iøvrigt sikrer man sig bedst mod Elektrolyse ved at bruge en fed, vandtæt Beton (Vandtæthedsmidler er uvirksomme) og asfaltere Overfladen. Betonen maa ikke fremstilles med Havvand eller iblandes Salte.

*Deutscher Ausschuss für Eisenbeton* har gjort en Del Forsøg, der er refererede i Heft 15. Sendes en elektrisk Strøm gennem en i Beton indstøbt Jærnspral, følger den Jærnet uden at paavirke Betonen paa nogen skadelig Maade; er Jærnet derimod afbrudt, saa at Strømmen tvinges igennem Betonen, vil der, saafremt Betonen er vaad, og saafremt Strømmen er ensrettet, udvikles Ilt ved Anoden, som derfor rustet og sprænger Betonen; er Betonen tør, som i Husbygningskonstruktioner, eller er det Vekselstrøm, rustet Jærnet ikke. Rusttrykket i vaad Beton kan stige til 330<sup>at</sup>.

*Bureau of Standards* (Technologic Papers No. 18, 1913) har gjort Forsøg, der viser, at uarmeret Beton ikke beskadiges af elektriske Strømme<sup>1)</sup>, og at armeret Beton kun beskadiges, naar den er vaad, og naar Strømmen har direkte Adgang til Jærnet, ved at dette rager ud eller er dækket af et ganske tyndt og mangelfuldt Betonlag. I slike Tilfælde sker Ødelæggelsen kun i Nærheden af Jærnet; er dette Anode, vil det ruste, som ovenfor beskrevet, er det Katode, vil den omgivende Beton blive omdannet til en Del, der i tør Tilstand smulrer mellem Fingrene, og dette Tilfælde er det farligste, da det ikke giver Anledning til Sprængninger og overhovedet ikke kan ses udvendig. Til sætning af Chlorider befordrer i høj Grad Elektrolysen, 1% Kogsalt eller Kalciumchlorid, hundreddoble Ødelæggelsen. Deigdannelsens Aarsag er, at Natrium og Kallium ophober sig i den Jærnet omgivende Beton og angriber denne. En saadan direkte Ødelæggelse af Betonen har ikke vist sig ved de europæiske Forsøg og heller ikke i Praktis.

**39. Lynafledning.** Efter alt at dømme danner Jærnbetonens Jærn et naturligt Lynleder-system, der overflødig er kunstigt, saafremt man foroven forbinder det med nogle Spidser og fornedet med Grundvandet. En særlig metallisk Forbindelse mellem de enkelte Jærnstænger anses for overflødig, idet den almindelige Tværarmring menes at være tilstrækkelig. Selv om Jærnene enkelte Steder er adskilte af tynde Betonlag, sker der ingen Skade i Henhold til de Forsøg, man har gjort med at lade stærke Udladninger foregaa gennem Beton. Udladningerne følger Jærnet, og, hvor dette er afbrudt, gaar de gennem Betonen uden at gøre væsentlig Fortræd. Er Betonen vaad, ser man slet ingen Virkning af Gennemslaget, der antagelig fordeles sig over et stort Areal; er Betonen tør, danner der sig et »Lynrør« fra det ene Jærn til det andet; dette Rør er, efter at den første Udladning har fundet Sted, ganske fint, men ved gentagne Udladninger smelter Væggene sammen til en sort, glasagtig Masse, saa at Rørvidden kan vokse til 2,5 mm. Selv Lynrør af 4<sup>cm</sup> Længde fremkalder ingen Sprængning af den omgivende Beton.

Ved metalklæde Tage er man udsat for, at Lynet følger Klædningen indtil Tagkædet og, ved der at springe over til Armeringen, sprænger Betonen; derfor bør Klædningen forbindes med Armeringen saavel ved Tagryggen som ved Tagkædet.

Der foreligger intet Eksempel paa, at Lynnedslag i Jærnbetonkonstruktioner har gjort væsentlig Skade, og naar man alligevel ofte forsyner høje Bygværker med selvstændigt Lyn-

<sup>1)</sup> Se f. Eks. Ing. 1915, S. 156.

aflederanlæg<sup>1)</sup>, er det dels fordi Udgiften dertil er ringe, dels af Angst for at lede vagabonderende Strømme fra Jorden ind i Armeringen, som derved udsættes for at ruste. Mindre begrundet er formentlig Frygten for elektrolytisk Virkning af de svagere Strømme, som Potentialforskelle mellem Jord og Atmosfære fremkaldes. Til direkte Iagttagelse af Lynets Virkning er der i Tyskland i 1911 bygget et 12<sup>m</sup> højt Jærnbeton-Stillads, men der foreligger endnu ingen Resultater.

## C. Jærnbetons Forhold i Varme og Ild.

### 1. Varmeledningsevne.

40. Et Stofs Varmeledningsevne er proportional med Varmeledningstallet  $\lambda$  (se *Byggematerialer* II, 1922, § 469). For Jærn er  $\lambda = 56$ , for Beton af Natursten kun 1 og for Slaggebeton endnu mindre<sup>2)</sup>. Indstøbt Jærn er derfor godt beskyttet mod Temperaturforandringer, og en Betonvæg er en fortræffelig Isolator i Ildebrandstilfælde.

$\lambda$  vokser med Betonens Tæthed og Vandindhold.

I høje Temperaturer vil Cementen udskille Hydratvand, hvilket virker forringende paa Ledeevnen, da meget af Varmen bindes (§ 42).

Beton har et ca. dobbelt saa stort Varmeledningstal som tørt Teglstensmurværk, og den egner sig derfor mindre godt til Ydermure om Boliger og Stalde; den bortleder Varmen hurtigere, og Væggene dugger, da Betonen kun er lidet vandsugende. Denne Dugdannelse kan ogsaa finde Sted paa Jærnbetonlofter over Stalde, naar Ydertemperaturen er lav, og der ikke er Hø i Loftrummet. Til Skure og lign., hvis Indertemperatur ingen Rolle spiller, kan man godt bruge Ydervægge af Jærnbeton, og naturligvis kan man ogsaa bruge dem til Boliger, saafremt de varmeisoleres.

De nævnte Dugdannelser foregaar i alle Slags Huse, uden at det bemærkes, og er for en stor Del Skyld i, at Vægge og Lofter i Tidens Løb sværtes, idet Luftens Støv fæstner sig paa de vaade Flader. Anvender man ulige varmeledende Materialer Side om Side, kun dækkede af et tyndt Pudslag, viser Forskellen sig efterhaanden, ved at Pudsen sværtes ulige stærkt<sup>3)</sup>. Naar Felterne i en Jærnbetonskeletbygning udmures bindigt med Søjlerne og hele Fladen pudses, viser Skelettet sig snart som Striber i Pudsen. Først bliver disse Striber hvide, da de tørrer hurtigere end Felternes Puds, og i denne Periode vil Støvet fæstne sig paa de vaade Felter. Senere vil Murens Yderside og Inderside forholde sig forskelligt. Yderpudsen vil i Regnvejr suge Vand og ogsaa overføre Vand til Murværket, men ikke til Betonen. Pudsen vil derfor tørre hurtigst paa Betonunderlaget, hvor den ingen Vandreservoir har, og hvor den i Opvarmingsperioden forsynes med Varme fra den varmeledende Beton, og de hvide Striber vil derfor holde sig. Paa Murens Inderside vil der derimod ske Dugdannelse paa den varmeledende Beton, ikke paa Murværket, og Resultatet bliver, at Skelettet fremtræder mørkt og Felterne lyse. Vil man undgaa disse Fænomener, maa Betonpillerne skalmures eller paa anden Maade isoleres.

<sup>1)</sup> Om almindelige Lynaflederanlæg se § 55, Stykke 15 samt *Den tekniske Forenings Tidsskrift* 1912, S. 105 (Ernst) og *Vejledning vedr. Udførelse af Lynaflederanlæg* (Elektricitetskommissionen 1928).

<sup>2)</sup> Se *Byggematerialer* II, 1922, § 475 og 497. Det synes, som om man indenfor visse Grænser kan paaregne, at Betonens  $\lambda$  bliver det dobbelte af den Værdi, der gælder for Tilslagstoffet (Grus, Slagger, Savsmuld m. m.) i løs Form.

<sup>3)</sup> *Byggematerialer* II, 1922, § 487.

41. Jærnbetonvægges Isoleringsevne faar man et Begreb, om gennem følgende Beregning. Hvis en  $a^m$  tyk Jærnbetonvæg (Fig. 52) paa et givet Tidspunkt  $T$  har Temperaturer  $t_0$  i Yderfladen og  $t_1$  i Indersiden, vil den i Tiden  $dt$  gennemstrømmes af Varmemængden

$$dV = \lambda \cdot \frac{t_0 - t_1}{a} \cdot F \cdot dt,$$

hvor  $F$  er Gennemstrømningsarealet (se *Byggematerialer* II, 1922, § 469). Hvis  $t_1$  derved forøges med  $dt_1$ , medens  $t_0$  holdes konstant, vil Væggens Middeltemperatur forøges med  $\frac{1}{2} dt_1$ , og hvis Væggen ingen Varme afgiver, medgaar hele  $dV$  til dens Opvarmning, altsaa

$$dV = c \cdot \gamma \cdot F \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot dt_1$$

hvor  $c$  og  $\gamma$  er Væggens Varme- og Vægtfylde. Elimineres  $dV$  faas:

$$\frac{dt_1}{t_0 - t_1} = \frac{dT}{a^2 \cdot c \cdot \gamma} \cdot 2\lambda.$$

Integreres Denne Ligning, og kaldes den til  $T=0$  svarende Værdi af  $t_1$  for  $t_1'$  findes:

$$\frac{t_0 - t_1'}{t_0 - t_1} = e^x \quad \text{hvor} \quad x = \frac{T}{\frac{1}{2} \cdot c \cdot \gamma \cdot a^2 \cdot \lambda}$$

$e$  er Basis for de naturlige Logarithmer. Med de for Jærnbeton gældende Værdier  $c = 0,27$ ,  $\gamma = 2400 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 1$  bliver Eksponentens Nævner  $324 a^2$ , og da  $\log e = 0,434$ , bliver:

$$T = 750 a^2 \cdot (\log(t_0 - t_1') - \log(t_0 - t_1)).$$

Hvis man ved en Ildebrand har  $t_0 = 1015^\circ$ ,  $t_1' = 15^\circ$ ,  $a = 0,15^m$  og vil vide, hvorlængde det varer, inden  $t_1$  kommer op paa  $500^\circ$ , naar  $t_0$  ikke ændres, giver Ligningen:

$$T = 750 \cdot 0,15^2 \cdot (3 - 2,71) = 4,9 \text{ Timer.}$$

Med  $a = 0,10^m$  findes 2,2 Timer. Da Væggen i Virkeligheden afgiver Varme til Omgivelserne, bliver de sande Værdier af  $T$  større end beregnet, saa man vil se, at selv en tynd Jærnbetonvæg er en god Isolator i Ildebrandstilfælde.

42. Hvor meget større  $T$  er, fremgaar af *T. Grut's* Forsøg, de første paa dette Omraade. De udførtes ved Hjælp af 2 hule Betoncylindre med  $34^{\text{cm}}$  udvendig Diameter og  $10^{\text{cm}}$  Vægttykkelse. Højden var  $51^{\text{cm}}$ , Materialet var Grusbeton, og Blandingsforholdet henholdsvis  $1 : 1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$  og  $1 : 2 : 3$ . Se lævrigt *Den tekniske Forenings Tidsskrift* 1903, Side 206. Cylindrens Hulrum blev opvarmet til  $1000^\circ$  ved Hjælp af en elektrisk Strøm, og Væggens Temperatur i 1, 2, 3, 5, 7 og 9<sup>m</sup> Afstand fra Indersiden blev aflæst hver halve Time paa le Chateliers Platin-Rhodium-Pyrometer. I Løbet af 7-8 Timer blev Ligevægtstilstanden naaet, nemlig:

Afstand fra Indersiden:	0	1	2	3	5	7	9 <sup>cm</sup>
Temperatur:	1004	834	679	600	449	348	264 <sup>o</sup> C.

Tallene er Middelværdier for begge Cylindre. Som man ser, synker Temperaturen hurtigt udefter, og ved en Ildløs, hvor Betonen kun paavirkes fra en Side, er det kun de yderste ca.  $5^{\text{cm}}$ , der beskadiges. Er det en Etageadskillelse af Jærnbeton, der opvarmes fra neden, vil Jærnet omtrent være under de samme Betingelser som det Pyrometer, der befandt sig  $2^{\text{cm}}$  fra Cylindrens Indervæg. I dette Punkt var Temperaturen som Middelværdi for begge Cylindre efter

	1	2	3	4	5	6	7 Timer
	259	424	537	601	637	659	675 <sup>o</sup> C.

Cylindrene var 3 Maaneder gamle, men den fede blev før Forsøget opvarmet til  $1000^\circ$  indvendig og atter afkølet. Derved blev Vandet drevet ud, og denne Cylindere var ved de Temperaturmaalinger, af hvilke de ovenstaaende Middeltal er dannet, stadig omtrent 1 Time forud for den anden, da der ikke brugtes Varme til Vandfordampning.

Lignende Resultater er Prof. Woolson kommen til (*H. f. E.* 1913, VIII, S. 12).

Af Grut's Forsøg kan udledes  $\lambda = 0,67$ , der gælder for stenfattig, tør Beton.

Om Transmissionsberegninger se *Byggematerialer* II, 1922, § 492-95.

### 2. Varmeudvidelse, Varmespændinger, Revnedannelse.

43. Varmeudvidelse. Jærnbeton udvider sig ved Opvarmning ligesom andre Stoffer, men samtidig vil der foregaa en Udtørring, der — omend først i Løbet af nogen Tid — bringer Betonen til at svinde.

Naar hærdnet, sandfri Portlandcementmørtel opvarmes meget langsomt (i Løbet af 4 Mdr.) fra 0 til 800°, begynder den med at udvide sig, men denne Udvidelse naar allerede ved 100° sit Maksimum (ca. 0,15 mm/m). Mellem 100 og 500° svinder Mørtelen, og Svindets Maksimum er ca. 0,53 mm/m. Mellem 500 og 800° indtræder der atter en Udvidelse, og ved 800° er Svindet formindsket til 0,1 mm/m. Disse Forhold er en Følge af Cementens Vandafgivelse; ved 100° forsvinder Kapillarvandet, ved højere Temperaturer uddrives Hydratvandet. At Svindet standser ved ca. 500° skyldes formentlig, at Cementens Hovedbestanddel Ca(OH)<sub>2</sub> afgiver sit Vand ved 530°.

Varmeudvidelsestallet er for blødt Staal  $\frac{1}{80000}$  og for Beton  $\frac{1}{100000}$ . Dette sidste Tal kan bruges for saavel Mørtel som Beton uafhængigt af Blandingsforhold<sup>1)</sup>, Alder<sup>2)</sup> og Lagringsmaade<sup>3)</sup>, thi alle de Natursten, der bruges som Tilslag, har denne Udvidelse, og Cementens Indflydelse er ringe, da der kun er lidt af den, og da dens Varmeudvidelse og Udtøringsvind delvis ophæver hinanden.

For Jærnbeton regner man uden Hensyn til Armeringsgraden med Udvidelsestallet  $\frac{1}{100000}$ . Produktet af dette og Jærnets Elasticitetstal er 2,1<sup>at</sup>, men de danske Normer tillader, at Værdien afrundes til 2<sup>at</sup>.

Overfor blivende Temperaturændringer maa der tages samme Forholdsregler ved Jærnbeton som ved Jærn. Det gaar ikke an at bygge en bærende Jærnbetonsøjle hul og bruge den til Skorsten, thi naar den forlænger sig, vil den aflaste de øvrige Søjler saa meget, at den selv knuses. Skorsten skal bygges saaledes, at intet hindrer deres Længdeændringer. Forbigaaende Ændringer af Lufttemperaturen medfører derimod ringere Rumfangsændringer af Jærnbeton end af Jærn, dels fordi Betonen er en daarligere Varmeleder, dels fordi de ledsages af Fugtighedsændringer, der ikke paavirker Jærnet, medens de hos Betonen medfører Rumfangsforandringer, der delvis neutraliserer de af Temperaturændringer fremkaldte (§ 708).

**44. Varmespændinger, Revnedannelse.** Da Staalet udvider sig noget mere end Betonen, har det Tendens til at sprænge denne ved en Temperaturstigning. Forskellen i Udvidelse er imidlertid saa ringe, at de almindeligt forekommende Temperaturvariationer ingen Spændinger af Betydning fremkalder, kun i Ildebrandstilfælde vil de kunne naa en betydelig Værdi.

De Spændinger, der opstaar i et Jærnbetonprisme ved Opvarmning, svarer ganske til de Spændinger, Betonens Svind fremkalder. Da Forskellen mellem Udvidelsestallet er  $\frac{1}{80000}$ , vil 1° Temperaturstigning have samme Virkning, som naar Betonen svinder  $\frac{1}{80000}$  mm pr. m.

Man kan følgende bruge Formel (91) i § 236, og sættes f. Eks.  $\varphi = 1\%$  giver den:

$$\sigma_f^2 = \frac{2100000}{615000} \cdot \frac{1}{1 + \frac{15 \cdot 1}{100}} = 4,57^{at} \quad \text{og} \quad \sigma_b^2 = \frac{4,57}{100}^{at}$$

Disse Spændinger skulde altsaa fremkomme ved 1° Opvarmning af et Jærnbetonprisme med  $\frac{1}{100}$  Jærn.

Ved Forsøg i Berlin med 3 Betonsorter (Pimpstensbeton) fandtes Udvidelsen pr. 100<sup>m</sup> Længde ved 1° Opvarmning:

Beton A: 0,94 mm; armeret med 2 1/4% Jærn: 1,01 mm
» B: 1,09 » ; » » » » » : 1,15 »
» C: 1,11 » ; » » » » » : 1,17 »

Den armerede Beton ses at have forlænget sig  $\frac{1}{3} \cdot (0,07 + 0,06 + 0,06) = 0,0634$  mm mere end den uarmerede. Jærnet har altsaa paatvunget Betonen en Forlængelse pr. Længdeenhed:  $\varepsilon =$

<sup>1)</sup> Haardt Staal udvider sig noget mindre, Svejsjærn noget mere (se Byggematerialer I, 1920, § 306).

<sup>2)</sup> U. I. E. E. S. Bulletin No. 126 (Matsumoto). <sup>3)</sup> D. A. f. E. Heft 23, S. 46.

0,0634 : 100 000 svarende til Trækspændingen  $\sigma_b^2 = 140 000 \cdot \varepsilon = 0,089^{at}$ , naar Betonens Trækelasticitetstal er 140 000<sup>at</sup>. Til Gengæld har Jærnet faaet en Trykspænding  $\sigma_f^2 = 0,089 \cdot \frac{978/4}{21/4} = 3,86^{at}$ .

Varmtvandsbeholdere, Skorstene, Røgkanaler og lign., der til Stadighed eller forbigaaende er ulige varme i deres forskellige Dele, er meget tilbøjelige til at revne som Følge af de Trækspændinger, Temperaturforskellen fremkalder, men fremstilles ikke desto mindre i stor Udstrækning af Jærnbeton, da man ved rigtig Armering er i Stand til at holde Revnerne nogenlunde fine. I delvis fyldte Varmtvandsbeholdere er Spændingerne større end i helfyldte; derfor er vide Tilførselsledninger, der muliggør hurtig Tømning og Fyldning, at tilraade.

Til Kedelindmuring har Jærnbeton vist sig at være særlig godt egnet, da den ikke revner saa stærkt som Murværk, hvilket navnlig er en Fordel, hvor der bruges kunstig Træk<sup>1)</sup>.

Til alle slige Bygværker menes en ret mager og vaadstøbt Beton at være fordelagtig, da den i Kraft af sin Porøsitet bedre taaler en uens Varmeudvidelse uden at revne, men Hensynet til Styrke og Rustbeskyttelse maa dog ikke forsømmes. Om Valg af Sand og Sten gælder det i § 46 sagte. Betonen bør være mindst 1 Maaned gammel, inden den tages i Brug.

### 3. Styrke efter Opvarmning.

**45. Varmegradens Betydning.** Betons Trykstyrke paavirkes kun i ringe Grad af en Opvarmning, naar denne ikke overstiger ca. 300°. T. Grut har opvarmet Mørteltærninger 1 : 3 til forskellige Temperaturer og senere knust dem, hvorved han fandt de nedenfor angivne Styrketal<sup>2)</sup>. Tærningernes Kantlængde var 5,2<sup>cm</sup>, Alderen 2 1/2—3 Maaned (8 Døgn i Vand, ellers i Luft):

Opvarmet til	20°	100°	150°	200°	300°	500°	700°	1000°
S <sup>c</sup> i at	373,9	370,1	425,3	424,2	379,2	304,6	171,3	47,1

Styrken stiger altsaa i Begyndelsen og synker derpaa, men en Opvarmning til 300° vil endnu forøge Styrken.

Lignende Forsøg har Professor Woolson udført<sup>3)</sup>:

t° C.	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
Basaltbeton:													
S <sup>c</sup> i	at	136	136	136	134	128	120	113	103	92	82	71	57
%	100	100	100	99	94	88	83	76	68	60	52	42	29
Kalkstensbeton:													
S <sup>c</sup> i	at	128	110	99	90	81	75	68	63	56	52		
%	100	86	77	70	63	59	53	49	44	41			

**Trykelasticitetstallet** er efter en Opvarmning langt stærkere forringet end Trykstyrken; den Sammentrykning, som en given Spænding medfører, kan for Beton, der har været opvarmet til 700°, være 20 Gange saa stor efter Opvarmningen som før denne. Woolson fandt:

<sup>1)</sup> Roterende Ristningsovne af Jærnbeton har været brugt i Nordamerika siden 1912 (T. F. T. 1913, S. 38). Ofte bruges hule Mure dannede af to Vægge med 10<sup>cm</sup> Luftmellemrum; Væggene gøres 13—20<sup>cm</sup> tykke hver, og krydsarmeres med f. Eks. 8 Rj. 10<sup>mm</sup> pr. m i begge Retninger; Indersiden maa føres med liddaste Sten. Se iverigtig Teknisk Forenings Tidsskrift, Afdeling for Jærnbeton 1913, S. 16; B. u. E. 1914, S. 207; Ingeniøren 1915, S. 397.

<sup>2)</sup> Teknisk Forenings Tidsskrift, 27. Aarg., Side 206. <sup>3)</sup> H. f. E. 1913, VIII, S. 11.

Efter Opvarmning til:	0	260	400	540	680° C.	
Basaltbeton: E <sup>c</sup> ved	{	14 at.: 243	56	32	10	6·10 <sup>8</sup>
		42 at.: 151	63	35	13	9·10 <sup>8</sup>
Kalkstensbeton: E <sup>c</sup> ved	{	14 at.: 210	72	25	11	5·10 <sup>8</sup>
		42 at.: 140	53	25	17	8·10 <sup>8</sup>

Betonens **Bøjnings- og Trækstyrke** lider mere end Trykstyrken ved en Opvarmning, og Svækkelsen begynder ved langt lavere Temperaturer.

**46. Betonsortens Betydning.** Svækkelsen efter Opvarmning skyldes i ringere Grad kemiske Forandringer (Cementens Hydratvand uddrives<sup>1)</sup> end Sprængninger fra uensartet Varmeudvidelse.

**Tilslagstoffernes Art** spiller derfor en Rolle. Finkornede Natursten er bedre end grovkornede. Kvarls og kvartsholdige Sten (Granit) er de daarligste, fordi Kvartsens Varmeudvidelse ikke er ens i alle Retninger, og fordi der ved 573° pludselig sker en stærk Udvidelse. Fig. 53 viser, hvorledes saadanne Sten

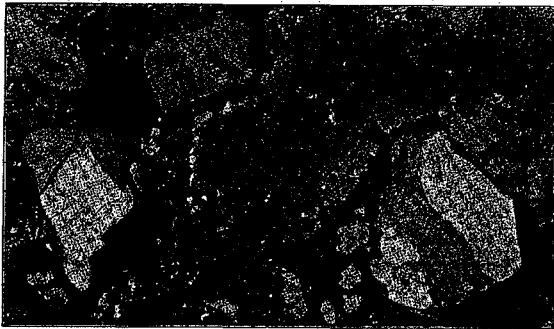


Fig. 53. Beton 1:2:3 af PC og Strandmaterialer. Efter 4 Ugers Luftlagring blev den afbildede Flade opvarmet med en Flamme til 830°. Ikke besprejdet.

sprænges ved Ildpaavirkning. De bedste Natursten er Basalt og Diabas, deres Varmeudvidelse ved 1000° er mindre end Kvartsens og Granitens ved 600°. Kalksten, der ved Woolsons Forsøg har vist sig daarlige, har i Praksis og ved Forsøg med hele Søjler staaet sig væsentlig bedre end Granit og Kvarst, hvilket bl. a. skyldes dens Porøsitet, der gør den til en daarlig Varmeleder og hindrer den i at sprænge Betonen ved Opvarmning; den Omdannelse til brændt Kalk, som man kunde befrygte, indtræder kun i Overfladen, dybere inde naar Betonen ikke den fornødne Temperatur<sup>2)</sup>. Ogsaa Slagger, Teglstensskærver og Chamotte er gode Tilslagstoffer.

**Smaa Sten** er at foretrække for store, da de medfører flere Mørtelfuger til Optagelse af Varmeudvidelsen, og da de fordeler de sprængende Kræfter mere jævnt i Betonen. Skærver er formentlig bedre end runde Sten.

**Cementindholdet** skal være stort nok til at give en stærk Beton<sup>3)</sup>, men maa ikke overdrives; en passende Grad af Porøsitet er gavnlig, da de enkelte Bestanddele da har Plads til at udvide sig; meget fed og meget mager Beton staaer sig daarligere end Mellemkvaliteter.

<sup>1)</sup> Calciumhydroksydet spaltes ved 530°, men allerede ved Temperaturer under 100° begynder det løse bundne Vand at undvige.

<sup>2)</sup> Ved Garys Brandforsøg med et Jærnbetonhus viste Beton af Kalkstensskærver sig bedre end Grusbeton; den ledede Varmen daarligere, og det Jærnet dækkende Betonlag sprang mindre let af. Se ogsaa B. u. E. 1925, S. 116.

<sup>3)</sup> Ved de i forrige Fodnote nævnte Forsøg viste en stærk Beton sig bedre end en svag (D. A. f. E. Heft 11, S. 30).

#### 4. Brandsikkerhed.

**47. Intet Byggemateriale** er fuldkommen brandsikkert, selv de modstandsdygtigste taaler ikke i Længden en stærk Ildpaavirkning, men Modstandsevnen er meget variabel; nogle Stoffer ødelægges ved faa Minutters Ildpaavirkning, andre kan i timevis modstaa en Brand uden at miste Bæreevnen. F. Eks. skelner *British Fire Prevention Committee* mellem midlertidig, delvis og fuldkommen Brandsikkerhed, eftersom Bygværket kan modstaa en stærk Ildpaavirkning i henholdvis mindst 3/4, 1 1/2 og 2 1/2 Time. Temperaturen Højde under en Brand afhænger naturligvis af det brændende Materiales Art og Mængde; ved forskellige Brande har man konstateret en Lufttemperatur af 1100°, og ved Brandforsøg tilstræber man at naa denne Højde.

Talrige Brandprøver og virkelige Ildebrande har vist, at uarmeret Betons Brandsikkerhed paa det nærmeste kan sidestilles med Teglstensmurværks og langt overgaaer Træs, Jærns og Naturstens. Beton brænder ikke, bliver ikke blød, og revner ikke tilnærmelsesvis saa stærkt som Natursten. Trapper af Granit og Kalksten styrter sammen efter en kortvarig Ildpaavirkning, mens Betontrapper staaer sig langt bedre<sup>1)</sup>.

Naar Betonen armeres, forøges dens Brandsikkerhed meget stærkt, idet de to Materialers daarlige Egenskaber ophæves ved Kombinationen: Jærnet holder sammen paa Betonen, og Betonen beskytter Jærnet mod at blive glødende og blødt. Mere brandsikre Konstruktioner end Jærnbetonkonstruktionerne kendes ikke.

Et godt Indtryk af Jærnbetonens Brandsikkerhed faar man af Fig. 54 a og b, der gengiver Fotografier fra en heftig Brand i Aalborg 1922. Mellem to Foderstofpakhuse af Træ fandtes en Forbindelsesbygning af Jærnbeton (Fig. 54a). Branden opstod i det ene Pakhus, forplantede sig gennem Luften til det andet, og efter Branden var Tilstanden som Fig. 54b viser.

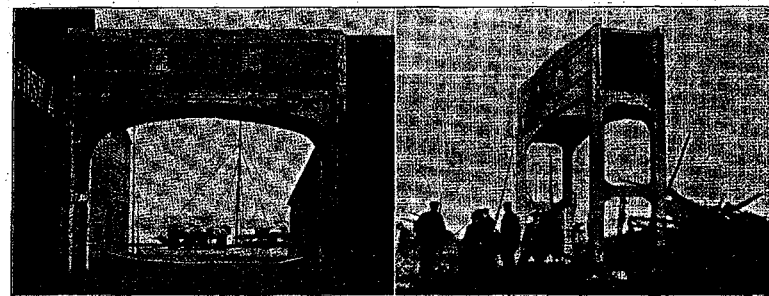


Fig. 54 a.

Fig. 54 b.

Brandforsøg i et dertil støbt Forsøgshus har vist, at selv ved en Lufttemperatur af 1100° vil en Jærnbetonkonstruktion kunne bære sin Nyttelast og mer uden at styrte sammen. En kun 8 cm tyk Væg eller Loftplade vil som Regel være tilstrækkelig til at forhindre Ildens Udbredelse fra et Rum til et

<sup>1)</sup> Bedre end Granit- og Marmortrapper og ubeskyttede Jærntrapper er Trætrapper med vel-pudsede Undersider.

andet, man vil under Branden kunne færdes i Naborummene, og brændbare Stoffer dør antændes ikke.

**48. Bygværkets Tilstand efter en Ildsvaade** afhænger naturligvis af Temperaturen Højde og af Konstruktionens Karakter; i nogle Tilfælde har en fuldstændig Nybygning været nødvendig, i andre har man kun behøvet at forny Pudsen. Søjle- og Bjælkehjørner er meget tilbøjelige til at springe af, og undertiden følger hele det dækkende Betonlag udenfor Jærnet efter, hvilket ogsaa gælder for Plader. Disse Afsprængninger sker dog først, naar der sprøjtes paa Betonen.

**Betonens Alder** er af Betydning for Brandsikkerheden, idet ung Beton, der endnu indeholder meget ubundet Vand, let kan revne og skalle som Følge af den stærke Dampdannelse. Brand under en Konstruktion, der endnu staar i Forskallingen, kan saaledes virke stærkt ødelæggende.

**Brandmure** af Jærnbeton kan fremstilles efter Dansk Ingeniørforenings Husbygningsnormer 1930, § 23.

Brand- og indbrudssikre Rum bygges gerne af Jærnbeton. I gamle Bygninger kan saadanne Rum indbygges lodret over hverandre i alle Etager baarne af Jærnbeton søjler, saaledes at den øvrige Bygning kan brænde og styrte sammen, medens Jærnbetonbygværket bliver staaende. Undertiden bruges ogsaa Jærnbeton til Dørene, hvorved opnaaes, at disse ikke kan aabnes ved Flammeskæring, men kun under Brug af Hammer og Mejsel, hvis Støj virker allarmende.

**49. Armeringsmaaden** spiller en stor Rolle. For at Konstruktionen skal være brandsikker, maa der være mindst 1 cm Beton udenfor Jærnet. Dertil kommer saa ofte et Pudslag; selv om dette før eller senere springer af, gør det indtil da god Nytte som Varmeisolator. Fra visse Sider kræves en samlet Tykkelse af 2,5 cm for Plader og 5 cm for Bjælker og Søjler, paa hvilke Ilden jo virker fra henholdsvis 3 og 4 Sider, men hvor Brandfaren ikke er meget stor, er der næppe Grund til at gaa saa vidt. Ved Forsøg har det vist sig uden Betydning, om Dæklaget var  $\frac{1}{2}$  eller 2 cm tykt<sup>1)</sup>. Det er vigtigere, at Dæklaget ikke springer af, end at det er tykt, og vil man have en særlig brandsikker Konstruktion, bør man derfor indlægge Traadvæv (Hønsenæt) enten i Pudsen eller i Betonen. Endnu virkningsfuldere er det at indlægge en 1 cm tyk Korkplade mellem Betonen og den armerede Puds. Eventuelt kan den sammen med Hønsenettet anbringes i Formen inden Støbningen.

Det er ikke altid tilstrækkeligt at armere for de Trækspændinger, som Nytelasten fremkalder, thi den uens Opvarmning kan fremkalde Trækspændinger paa Steder, hvor der normalt er Trykspændinger, og hvis disse Steder er blottede for Jærn, kan Konstruktionen faa alvorlige Revner. Det er ogsaa vigtigt, at alle Jærnene kroges i Enden, og at de ved Stødene overdækker hinanden paa en rigelig Længde. I Hjørnet mellem 2 Vægge bør Armeringen ikke indlægges som vist i Fig. 55, thi hvis Varmespændingerne søger at aabne Vinklen, kan de indre Jærn rette sig



Fig. 55.



Fig. 56.



Fig. 57.



Fig. 58.

<sup>1)</sup> Se ogsaa B. u. E. 1924, S. 117.

ud og derfor ikke yde Modstand. Man kan hindre Udretningen ved Bøjleindlæg (Fig. 56), eller ved at armere paa een af de i Fig. 57 og 58 viste Maader.

**50. Konstruktionens ydre Form** er ikke uden Indflydelse paa Brandsikkerheden; et plant Loft er at foretrække for et Bjælkeloft, en massiv Konstruktion for en spinkel. Fritliggende, kontinuerlige Bjælker beskadiges ofte mest ved Mellemunderstøtningerne, fordi Undersidens Opvarmning fremkalder Trykspændinger i den, der adderer sig til de altsitstede værende, saaledes at Betonen kan knuses. Runde Søjler er bedre end kantede<sup>2)</sup>.

Naar en Bygning er inddelt i mindre Rum, er det langt lettere at lokalisere Ilden, end naar alle Skille vægge mangler. En delvis Erstatning for Væggene kan faas ved Anbringelse af Jærnbetongardiner, lodrette Plader, der støbes sammen med Loftet og hænger 1 m ned under dette. Da det navnlig er oppe under Loftet, at Heden forplanter sig, vil slige Gardiner, anbragt i passende Afstande, hæmme Ildens Udbredelse.

**Slidlag af Træ** bør undgaaes i Bygninger, der skal være særlig brandsikre; navnlig er et Brædegulv paa Strøer uheldigt, da der her er Luft under Brædderne; et Stavgulv lagt i Asfalt er bedre. I Rum, hvor der spildes brandfarlige Vædske, er porøse Slidlag uheldige, da de opsuger Vædsken og afgiver brændbare Damp under en Brand. Et fortræffeligt Belægningsmateriale er Linoleum, ogsaa fordi det er vandtæt og saaledes forhindrer Slukningsvand i at beskadige det underliggende Loft.

**51. Forsikringspræmien** er forskellig for Bygningen og for dens Indhold, og begge Præmier vokser med saavel Bygnings som Indholdets Brandfarlighed, men det er dog navnlig Indholdet, der bestemmer Størrelsen. Ensartede Regler for Præmieberegningen findes ikke, men Forholdet kan f. Eks. være følgende, naar samme Indhold anbringes i forskellige Bygninger.

Grundmurede og haardtækkede <sup>3)</sup> Bygninger:	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Præmie for Indhold} \dots A \text{ ‰} \\ \text{--- Bygning} \dots 0,8 A \text{ -} \\ \text{--- Indhold} \dots \text{ca. } \frac{2}{3} A \text{ -} \\ \text{--- Bygning} \dots 0,4 A \text{ -} \\ \text{--- Indhold} \dots A + B \text{ -} \\ \text{--- Bygning} \dots A + B \text{ -} \end{array} \right.$
Særlig brandsikre Bygninger:	
Træbygninger:	

hvor B er en Størrelse, der vokser med A.

A kan f. Eks. være 1,2 ‰ for et Stenhuggeri og 25 ‰ for en Ildtønderfabrik, mens B kan være henholdsvis 0,8 ‰ og 3 ‰.

Dagmartheatret i København betaler 11 ‰ for Bygningen og 18 ‰ for Inventaret, mens Det nye Teater, der er bygget af Jærnbeton, betaler 7 ‰ for Bygningen og 11 ‰ for Inventaret. Bæge Theatre er forsikret i Landbygningernes Brandforsikring.

For almindelige Beboelsesbygninger af Murværk med haardt Tag er Forsikringspræmien ca. 0,3 ‰ af Forsikringssummen uden Hensyn til, om Etageadskillelser og Tagkonstruktion er af Træ eller Jærnbeton. Den eneste Motivering, Forsikringsselskaberne giver af dette Forhold, er at Præmien i Forvejen er saa lav, at den ikke kan nedsættes yderligere. Hvis man imidlertid vilde give de Bygninger, der har Træbjælkelag en ubetydelig Præmieforhøjelse, vilde man kunne give de andre en meget kraftig Præmieforringelse, uden at Selskaberne fik ringere Indtægter, og nationaløkonomisk set er det utvivlsomt rigtigt at belønne Brugen af brandsikre Konstruktioner.

For Fabriks-, Landbrugbygninger m. m. eksisterer der ingen faste Regler, og man maa derfor forhandle sig til en rimelig Nedsættelse i hvert enkelt Tilfælde.

**Brandfarlige Varer** bør ved Hjælp af brandsikre Adskillelser isoleres fra værdifulde, ikke brandfarlige Varer, da Forsikringspræmien for disse ellers stiger stærkt. En Fabriks Kraftanlæg regnes ikke for særlig brandfarligt, og Præmien er derfor kun ca. 2 ‰, naar det ligger i egen Bygning eller brandsikkert adskilt fra Fabriken, mens den kan stige til over 1 ‰, hvis Kraftanlægget anbringes i en Bygning, hvor der arbejdes med brandfarlige Varer. Paa lignende Maade kan Afstanden mellem to Bygninger faa stor Indflydelse paa Præmiens Størrelse. Ved Planlægning af Fabriksanlæg er det derfor klogt at tage Assurandørerne med paa Raad.

<sup>1)</sup> Efter amerikanske Forsøg at dømme gælder dette kun, naar Stenene virker sprængende.

<sup>2)</sup> Til de haarde Tækkematerialer hører bl. a. Metal, Skifer, Tegl, Cementtagsten, Bitumen, Tagpap.



Brandalarmeringsapparater og Sprinklers forringer Risikoen og dermed Præmien.

De første anbringes under Lofterne, og naar Temperaturen der stiger 30° over den normale, bringer de en elektrisk Klokke til at lyde. Afstanden mellem dem maa sædvanligvis ikke overstige 8 m, og hvis Loftsbjælkerne rager over 20 cm ned under Pladen, forlanger Assurandørerne gerne et Apparat i hvert andet eller tredje Loftseft.

En overordentlig stor Præmieforringelse opnaas ved Indbygning af de amerikanske Sprinklers, tynde Vandrør, der lægges under Loftet med ca. 2 m Afstand (Fig. 748) og for hver ca. 2½ m bærer opadvendende Sprøjtere (Sprinklers head), der aabner sig, naar Temperaturen er blevet for høj, idet en Legering, der er brugt til Sammenlodning af en spændt Fjers Ender, da smelter. Dette System har i U. S. A. vist sig overordentlig virksomt; i Følge en Statistik, der omfatter 12180 Brande i Bygninger med Sprøjteanlæg, virkede dette kun utilfredsstillende i 609 Tilfælde, d. s. 5%. Paa Grund af Frostfare maa der mange Steder anvendes det tørre System, hvor Rørene er fyldt med Luft, der først maa undvige, inden Vandet kan komme til, hvilket tager ca. ½ Minut. Dette System er mindre paalideligt end det vaade. Se T. F. T. (Af. f. J.) 1913, S. 9 og H. f. E. 1913, VIII, S. 41.

## 5. Brandtekniske Standarder.

52. De af Dansk Brandværens-Komité og Dansk Tarifforening udgivne Brandtekniske Standarder giver Oplysning om de Faktorer, som efter Brandvæsenets og Forsikringsselskabernes Erfaringer navnlig betinger en Bygningens Brandsikkerhed, og inddeler Bygningerne i forskellige Brandsikkerhedsklasser. Til den fornemste Klasse A 1, der omfatter Bygninger, som paa alle Punkter kan yde en betydelig Modstand mod Brand og dennes Forplantning, stilles der følgende Krav.

Mure og Vægge, Piller og Søjler.

1. Ydermure skal være af brandfri<sup>1)</sup> Konstruktion og mindst 1 Sten (23 cm) tykke; Ydervægge af Jærnbeton behøver dog kun at være 8 cm tykke.

2. Alle indvendige Mure og Vægge (med Undtagelse af mindre Skillevægge i eller om Kontorlokaler), Piller og Søjler skal være af brandfri Konstruktion.

3. Natursten maa (Fundamenter og Sokkel undtaget) ikke anvendes som bærende Konstruktion. Anvendes Natursten i Façade, skal der bag ved dem være bærende Konstruktion som anført i Punkt 1.

4. Vægge maa — udenfor Kontorlokaler — ikke beklædes med Træ, Papir eller andet brændbart Materiale; herfra undtages dog indtil 3 Trælister, hver ikke over 15 cm bred.

5. Arealet af en Vinduesaabning i Ydervæg maa ikke overstige 6 m<sup>2</sup>. Afstanden mellem to Vinduesaabninger i Ydervæg maa ikke være mindre end 60 cm (1 murede Bygninger 59 cm). Det samlede Areal af Aabninger i hver Ydervæg i hver Etage over Stueetagen skal være mindre end Væggens halve udvendige Areal.

Fladtliggende Ovenlys, der ikke kan taale Færdsel, skal, hvis deres Størrelse overstiger 10 m<sup>2</sup>, deles i Afsnit af højst denne Størrelse, adskilte ved Færdselsgange, mindst 60 cm brede.

6. Glas i udvendige Døre og Vinduer skal fra 2 m over Gulv og opæfter, dog mindst 1 m ned fra Loft, være brandsikkert Glas i brandfri Indfatning<sup>2)</sup>. Glas i Ovenlys i mindre vandret Afstand end 10 m fra højere liggende Bygning skal være brandsikkert Glas i brandfri Indfatning. I Manzardetager skal skraa Ovenlys, foruden at opfylde denne sidste Bestemmelse, tillige have brandsikkert Glas i brandfri Indfatning mindst 1 m lodret ned fra Loft, naar der over Manzardetagen findes Loftetage. Kvistvinduer i Tagetager under Spidsloft indrettes efter Bestemmelsen for Vinduer i Etager.

7. Udvendige Døre, Vinduer eller andre udvendige Aabninger i Etager over Stueetagen samt Tagvinduer og Tagluger skal, saafremt de befinder sig indenfor 5 m fra Aabning i Mur eller i Tag i anden Bygning eller anden brandsikkert fraskilt Fløj af samme Bygning, beskyttes med brandsikre Lukker<sup>3)</sup>.

Tag.

8. Tag skal udføres af brandfri Konstruktion og helst være fladt. Benyttes Tagfladen i Virksomheden, skal Adgangen til den ske gennem Ophugning af brandfri Konstruktion, lukket med et brandsikkert Lukke<sup>4)</sup>; iøvrigt skal altid Adgang til Tag beskyttes med et brandsikkert Lukke. Se ogsaa Punkt 5-7.

Etageadskillelser, Gulve og Lofter, Aabninger, Trapper.

9. Etageadskillelser skal udføres af brandfri Konstruktion, mindst 8 cm tyk. Alle Aabninger skal beskyttes som anført under Punkt 12, 14, 15 og 16.

Ann. Dog kan Kogeapparater, Trapper til disses Betjening, Maskindele og lign., saafremt Driften maatte kræve det, føres igennem en Etageadskillelse, naar det samlede Volumen i de 2 Etager af de paagældende, fra den øvrige Bygning brandsikkert fraskilte Afdelinger ikke overstiger 1200 m<sup>3</sup>.

10. Gulve udføres af brandfrit Materiale eller hævlede og pløjede Brædder, Træklodser, Kork, Linoleum, Gummi eller lign., naar disse Materialer lægges direkte paa det brandfri Underlag, saaledes at intet Hulrum under dem fremkommer. Saafremt der anvendes Træribber, indstøbte

<sup>1)</sup> d. v. s. brandsikker. <sup>2)</sup> Jfr. Standard 3. <sup>3)</sup> Jfr. Standard 2.

i Beton, til Gulvbelægningens Fastgørelse, maa disse kun rage det mindst mulige op over Betonen, og der skal findes mindst 5 cm armeret Beton under dem.

11. Lofter maa ikke beklædes med Træ eller andet brændbart Materiale.

12. Aabninger i Etageadskillelser, saasom Trapper og Elevatorer, Remtræk og Tovtræk, skal findes i særlige, den øvrige Bygning brandsikkert fraskilte Rum (jfr. dog Anm. i Punkt 9). Elevatorer maa ikke føres i Trekonstruktion.

13. Trapper og Trappereposer skal være af brandfri Konstruktion. Natursten maa ikke anvendes som bærende Konstruktion.

Akselaabninger.

14. Aksler føres igennem Etageadskillelser og brandsikker Væg i tæt sluttende, uforbrændelige, ikke letsmeltelige Bøsninger. I Væg kan dog ogsaa anvendes brandsikkert Lukke for Akselaabningen<sup>1)</sup>.

Rørledninger.

15. Alle Rørledninger, undtagen mindre Længder af Vandledninger, skal være af haardt Metal, ikke Bly, Tin eller Zink. Hvor Rør føres gennem Etageadskillelse og brandsikker Væg, skal de omhyggeligt indstøbes i hele Adskillelsens Tykkelse eller føres gennem tæt sluttende, uforbrændelige, ikke letsmeltelige, paa lignende Maade indstøbte Bøsninger.

Elektriske Ledninger og Anlæg.

16. Elektriske Ledninger og Anlæg skal udføres i Overensstemmelse med Elektricitetskommissionens Forskrifter. Ved Gennemføring gennem Adskillelse skal anvendes Rør, der indstøbes, og uforbrændelig, ikke letsmeltelig Pakning skal anbringes omkring Ledningerne, saaledes at Røret lukkes tæt.

Skorstene (ikke fritstaaende).

17. Skorstene skal opføres af Murværk, mindst 1 Sten tykt, men kan dog ogsaa opføres af Jærnbeton mindst 10 cm tyk, naar de helt igennem føres med mindst 4 cm tykke Lerrør eller med Murværk i mindst ½ Stens Tykkelse. Hvis Bygning eller Skorsten er af Jærnbeton, skal Skorstenen opføres uden konstruktiv Forbindelse med Bygningen og med Hensyntagen til Skorstensens Bevægelser. Intet Træværk maa komme en Skorstens Yderside nærmere end 2 cm. Hvis Afstanden er mindre end 5 cm, skal Mellemrummet udfyldes med fast, uforbrændeligt, varmeisolerende Materiale.

Ventilationsrør (Udsugningsrør) skal udføres af uforbrændeligt, ikke letsmelteligt Materiale og maa ikke staa i Forbindelse med Skorstensrør. Der maa ikke i forskellige Etager være Aabninger til samme Ventilationsrør.

Bygningens Rumforhold.

18. Naar en Bygningens Rumindhold overstiger 10000 m<sup>3</sup> ialt eller 2000 m<sup>3</sup> i en enkelt Etage, skal den deles i Afdelinger med højst dette Rumindhold ved Brandmur eller ved en særlig kun til Færdsel benyttet Afdeling, der ligeledes tilfredsstiller Standarden, og med Adskillelsesmure mindst 1 Sten (23 cm) tykke; Væg af Jærnbeton behøver dog kun at være 8 cm tyk. Aabninger i disse Adskillelsesmure skal være beskyttet med brandsikre Lukker og skal være anbragt saaledes, at ikke nogen Kant af en Aabning i den ene Mur er mindre end 3 m fjernet fra nærmeste Kant af en Aabning i den anden Mur.

Enetages Bygninger maa dog i hver Afdeling have et Gulvareal — Areal af Gallerier medregnes — af indtil 500 m<sup>2</sup>.

Rumindholdet maales som Summen af alle Etagers Rumindhold; Kælder- og Tagetager medregnes. Som Rumindhold i hver Etage regnes Summen af Rumindholdet af alle Rum med Undtagelse af Gange, Trapper og Elevatorer, og i Tagrum med skraa Vægge regnes med den største Højde.

Ann. Samfærdsel mellem 2 ved Brandmur adskilte Afdelinger er tilladt udenom Brandmur ad brandfrie, kun til Færdsel benyttede Altaner, hvis disse er fraskilte Afdelingerne ved brandsikre Lukker anbragt i samme eller parallelle Murflader eller paa anden anerkendt Maade.

## 6. Skorstene og Røgkanaler.

53. Skorstene af Jærnbeton kan i Modsetning til murede optage Trekspændinger og bruges derfor i udstrakt Grad, navnlig naar Højden overstiger 50-80 m, da de saa kan bygges saa meget slankere end murede, at de bliver billigere<sup>1)</sup>. Varigheden er betinget af, at der bruges en cementrig Beton<sup>2)</sup>, en kraftig Ringarmering<sup>3)</sup>, et tæt Betonlag udenfor Jærnene samt et muret eller

<sup>1)</sup> jfr. Standard 2.

<sup>2)</sup> Den største Jærnbeton-Skorsten findes i Saganoseki, Japan. Den er 174 m høj og 8 m i indre Diameter.

<sup>3)</sup> Mørtelen bør ikke være magrere end 1 C : 2 S dels af Hensyn til Rustbeskyttelsen, dels for at Væggene i de lodrette Revner ikke skal smuldres af Frosten, saaledes at Revnernes Vidde øges. Skorstensumindingen dækkes med en Ring af Støbejern eller fabriksstøbt Beton til Beskyttelse mod Frosten.

<sup>4)</sup> Eventuelt af Ribbejern eller haardt Staal. Ved at forzinke eller forbyle alt Armeringsjærnet vil man utvivlsomt kunne forege Skorstensens Varighed i væsentlig Grad.

støbt For, der føres op i en Højde, hvor Røgen er passende afsvalet. Yderkappen er i mange Tilfælde blevet fremstillet af Cement-Formsten med armerede Fuger, men det bruges næppe mere.

Naar Temperaturen ikke er meget høj, kan Foret fremstilles af Brændsten i Bastardmørtel<sup>1)</sup>; det gøres  $\frac{1}{2}$  Sten tykt foroven, og saafremt Styrkehensynet eller Temperaturforholdene kræver det, lader man Tykkelsen vokse nedefter. Foret holdes mindst  $2\frac{1}{2}$  m fra Betonen, og den saaledes dannede Luftkappe forbindes ofte med Yderluften forned, saa der opstaar en kølende Luftstrøm<sup>2)</sup>. I mange ældre Skorsten er Foret kun ført op i  $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$  af Skorstensens Højde, men det er naturligvis forsigtigt at føre det helt til Tops. Forets Tilstand bør undersøges hvert 4. Aar.

For at holde Ringspændingerne smaa gør man Betontykkelsen lille, oftest 12 cm, naar Vindtrykket ikke kræver mere, men uden den nævnte Ventilation af Luftkappen vil Temperaturforskellen mellem Betonvæggens Inder- og Yderside dog blive saa stor, at Ydersiden faar Længde-revner udfor Længdejærnene, og hvis Ringarmeringen ikke formaar at holde disse Revner lukkede, vil Jærnene ruste. Væggens Inderside er ikke udsat for at revne, men er Betonen porøs, saa Jærnet udsættes for Røgen, vil Jærnet hurtigt ruste og derved virke sprængende paa Betonen, saaledes at Revnedannelsen i Ydersiden fremmes<sup>3)</sup>.

Jærnbeton egner sig i særlig Grad til Omstøbning af ældre Skorstene (murede eller støbte), der ellers maatte fornyes. Den ældre Skorsten virker da som Foer, og naar den omstøbes i varm Tilstand, vil der kun komme smaa Trækspændinger i Kapten senere.

Skorstene og Røgkanaler vil, naar de efter at være hærdnede udsættes for den høje Temperatur, udvide og forlænge sig, hvorfor man ikke maa sammenstøbe dem med kolde Dele<sup>4)</sup>.

**54. Dimensionering.** Skorstensens Diameter, Vægtykkelse og lodrette Armering bestemmes paa Grundlag af Egenvægt og Vindmoment; de nødvendige Formler for ringformet Tværnsnit findes i § 602—5. Ringarmeringen bestemmes paa Grundlag af Temperaturforskellen mellem Væggens Inderside og Yderside, hvorved der ses bort fra Betonens Trækstyrke; Formler findes i § 391. De lodrette Varmespændinger tager man kun Hensyn til ved at regne med lave tilladelige Spændinger ved Dimensionering for Vindmomentet og ved at indlægge en kraftig Ringarmering i Skorstensens Hoved (§ 392).

Da Vinden virker stødvis, sætter den Skorstenen i Svingninger, og harmonerer disse med Vindstødene i en kraftig Storm, vil Skorstenen utvivlsomt falde. Den vigtigste Stabilitetsbetingelse er derfor, at Skorstensens Svingningstal aldrig kan falde sammen med Vindens, men man ved endnu for lidt om disse Forhold til at der kan opstilles Regler; nogle Oplysninger findes i B. u. E. 1928, S. 400.

Angaaende Jærnbetonskorstens Dimensionering og Udførelse henvises især til efterfølgende Normer<sup>5)</sup>.

## 7. Normer for Jærnbetonskorstene.

**55.** De af Dansk Ingeniørforening opstillede foreløbige Normer gengives nedenfor. De Bemærkninger, der ledsager Normerne, findes i § 56.

1. Efterfølgende Normer gælder for almindelige, monolithiske Jærnbetonskorstene, hvis Tværnsnit er ringformet eller omtrent ringformet.

2. Jærnbetonskorstene skal udføres i Overensstemmelse med Dansk Ingeniørforenings Normer for Jærnbetonkonstruktioner og Dansk Ingeniørforenings Normer for Beregning af Husbygningkonstruktioner, for saa vidt nævnte Normer ikke strider mod de her foreliggende.

3. Kærne. De følgende Regler for Indbygning af Kærne gælder under Forudsætning af, at Røgen stammer fra stenkuls- eller oliefyrede Dampkedler og ikke indeholder særligt aggressive Bestanddele. Er disse Forudsætninger ikke tilstede, som f. Eks. i Korstene, der fører stærke Syredampe, Røg fra Røgerier, Røg fra Brunkul, Tørv og Træ, bør Kærnen føres til Tops uanset Temperaturen Højde og eventuelt fremstilles med større Vægtykkelse og af syrefaste Stoffer.

Saafremt Røgetemperaturen, der forudsættes ens overalt i Skorstenen, kan overstige 200°, skal Skorstenen i sin fulde Højde forsynes med en Kærne, der, hvis Røgetemperaturen ikke kan

<sup>1)</sup> Se B. u. E. 1923, S. 113.

<sup>2)</sup> Man fører da Foret til Tops og gør Luftkappen 10 cm tyk foroven. Rummet maa ikke tilstoppes af Støv.

<sup>3)</sup> Nogle danske Skorstene, der kun har været 14 Aar, er omtalt i *Ingeniøren* 1923, S. 583. Ved Trafyring har Jærnbetonskorstene undertiden vist sig lidet holdbare, og man har givet den stærke Eddikesyre-dannelse Skylden, der dog maaske snarere maa søges i mangelfuld Konstruktion.

<sup>4)</sup> Ved Opførelsen af Gymnastikbygningen i Fælledparken i København blev Skorstenen paa Trods af denne Regel støbt sammen med Etageadskillelserne, da de derved opnaaede Fordele ansaas for saa store, at man vilde løbe Risikoen. Nogle (meget overfladiske) lagtagelser af denne Skorstens videre Forhold skal derfor meddeles; den var indvendigt udført med ldfaste Sten indtil 10 m over Kældergulvet, og Foret, der var  $\frac{1}{2}$  Sten tykt, stod ca.  $2\frac{1}{2}$  m fra Betonen. Efter at den havde været nogen Tid i Brug, maalttes Temperaturen paa dens Overflade ved at trykke et Termometer mod den og omgave det med blødt Papir og Aviser og aflæse efter ca. 5 Minutters Forløb. Der, hvor Kærnen hørte op, fandtes 39,5°C, og oppe paa 4. Sal, hvor Væggen var tyndere, fandtes 42,5°C. Konduktøren skønnede, at der heroppe (ca. 23 m over Kældergulvet) var sket en Hævning paa ca. 3 mm.

<sup>5)</sup> Om tyske Forslag til Normer se B. u. E. 1924, S. 188, 201, 283.

overstige 300°, kan fremstilles af Jærnbeton eller af fuldbændte maskinstrøgne Teglsten og ved Temperaturer mellem 300 og 600°, af fuldbændte haandstrøgne eller klinkbrændte Teglsten. Kan Temperaturen overstige 600°, skal Kærnen inderste Del i en Tykkelse af gennemsnitlig mindst  $\frac{3}{4}$  Sten fremstilles af ldfaste Sten. Betonen skal tilfredsstille Betingelserne i § 12; den skal armeres med mindst 4 cm<sup>2</sup> Jærns pr. Meter saavel i lodret som i vandret Retning med højst 20 cm Akseafstand. Til Murværket skal bruges almindelig Cement- eller Bastardmørtel, naar Temperaturen ikke kan overstige 600°, og ved højere Temperatur en Mørtel af Cement blandet med Chamotte og eventuelt ldfast Ler.

Kærnen Vægtykkelse skal være mindst 10 cm og løvrigt saa stor, at Trykspændingen fra Kærnen Vægt hverken overstiger  $e^c$  eller  $e^c \cdot (0,1 + 0,015 a)$ , hvor  $a$  er Vægtykkelsen (cm) i det betragtede Snit, og hvor  $e^c$  sættes til 11<sup>at</sup> for Murværk og 20<sup>at</sup> for Beton.

Hvis Kærnen deles efter Højden og opbygges paa Jærnbetonkonsoller, skal der ved Yderkappens Dimensionering tages Hensyn til de Spændinger, som Kærnen Vægt fremkalder, samt til de Ringspændinger, som Temperaturforskellen mellem Konsollens Inder- og Yderside fremkalder. Er Kærnematerialets Vægtfylde  $\gamma$ , skal Dimensioneringen udføres paa Grundlag af saavel  $\gamma$  som  $\frac{1}{2}\gamma$ .

**4. Luftisolering.** Saafremt der ved Ringspændingernes Beregning (§ 7 og 8) forudsættes at være et ventileret Luftrum mellem Yderkappe og Kærne, skal dette være mindst 10 cm bredt, og ved Kærnen eller Kærneafsnittets Fod skal det staa i Forbindelse med Yderluften gennem Kanaler, hvis Gennemstrømningsareal mindst udgør 20% af det 10 cm brede Ringareal, og ved Kærnen eller Kærneafsnittets Top staa i Forbindelse med enten Yderluften eller Skorstensens Indre gennem Kanaler af tilsvarende Størrelse. Luftrummet skal foroven være dækket af en vandret Plade til Beskyttelse mod nedfaldende Aske.

Afstanden mellem Yderkappe og Kærne skal gøres større end 10 cm, saafremt det ellers kan befrygtes, at Yderkappens Svingninger kan bringe den i Berøring med Kærnen. Ved denne Undersøgelse forudsættes det i § 5 angivne Vindtryk konstant virkende, og der ses bort fra Armeringsjærnet og regnes med det fulde Betontværnsnit samt  $E = 140\,000$  at. Tværnsnittets Areal i cm<sup>2</sup> og Inertimoment i cm<sup>4</sup> kan nøjagtigt nok sættes til:

$$F = 2 \cdot \pi \cdot r_m \cdot c \qquad I = \frac{1}{2} \cdot F \cdot r_m^2$$

Betydningen af  $r_m$  og  $c$  fremgaar af § 5.

**5. Dimensionering af Yderkappen for Vindtryk.** Yderkappen dimensioneres for Vindtryk og Egenvægt i Overensstemmelse med Dansk Ingeniørforenings Normer for Beregning af Husbygningkonstruktioner. Yderkappen skal som Regel dimensioneres som fritstaende med Vindtryk paa hele Højden, selv om den er omgivet af en anden Bygning. Jærnbetonvægten skal sættes til 2400 kg/m<sup>2</sup>. Varmespændingerne medtages ikke i Beregningen.

Ved Dimensionering af Kappens Tværnsnit forudsættes Betonarealet og Jærnarealet koncentreret i en Cirkel, hvis Radius  $r_m$  er lig Kappens Indre Radius forøget med  $\frac{2}{3}$  af den mindste Betontykkelse i Snittet. Betontrykspændingen og Jærntrekspændingen i denne Cirkel maa da ikke overstige henholdsvis 30 og 900 at, idet der ses bort fra Betontrækspændinger. Denne Dimensionering kræves ikke udført, saafremt Vægtykkelsen i det undersøgte vandrette Snit udført i cm og det totale Jærnareal i Snittet udtrykt i cm<sup>2</sup> bestemmes af Formlerne:

$$c = 0,009 \cdot \frac{M}{r_m^2} + 0,013 \cdot \frac{N}{r_m} \qquad f = 0,0019 \cdot \frac{M}{r_m} - 0,0016 \cdot N$$

hvor  $M$  er det bøjende Moment (kgcm) m. H. t. Snittets Centrum,  $N$  Normalkraften (kg) og  $r_m$  Radius i den nævnte Cirkel (cm).

Vægtykkelsen maa intet Sted være mindre end 12 cm.

Den lodrette Armerings Tværnsnitareal skal mindst udgøre  $\frac{1}{3}$ % af Betonvæggens Areal i det paagældende vandrette Snit (hvorved der ses bort fra dekorative Fortykkelser), dog maa Jærnenes Akseafstand ikke være større end 20 cm, og Tværnsnittet af hvert enkelt Jærns maa paa Grund af mulig Vindpaavirkning under Arbejdets Udførelse ikke være mindre end 1 cm<sup>2</sup>.

Jærnene skal kroges i Enderne.

**6. Gennembyrninger.** Hvor Yderkappen gennembyrdes af Røgkanaler, Ventilationsaabninger eller lign., skal der langs Aabningens Slider indlægges Jærns med samme Tværnsnitareal som de afbrudte Jærns og af en saadan Længde, at Kræfterne i disse kan overføres til dem, uden at Betonen overanstreges, og endvidere skal Aabningen forstærkes med en saa svær Betonramme, at Betonarealet i et vandret Snit gennem Aabningen faar mindst samme Størrelse, som hvis Aabningen ikke findes. Betonrammens vandrette Del skal have samme Tykkelse som dens lodrette Del og en Højde, der er lig mindst Halvdelen af Aabningens Bredder. Kravet om Ramme bortfalder, hvis Aabningens Bredder hverken overstiger  $\frac{1}{7}$  af Kappens ydre Diameter eller 25 cm; en Paavisning af, at Spændingerne ikke overskrider de tilladelige, vil da være tilstrækkelig.

**7. Temperaturforskellen  $\Delta t$  mellem Betonkappens Inder- og Yderflade** beregnes af Formlen:

$$\Delta t = t_i \cdot \frac{0,1 \cdot \frac{c_B}{\lambda_B}}{1 + 0,1 \cdot \left( \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2} + \frac{c_3}{\lambda_3} \right)}$$

hydr:  $t_f$  = Røgteperaturen i Celsiusgrader, der ved almindelige Kedelskorstene skal sættes til mindst 250°.

$c_1, c_2, c_3$  = Tykkelsen i cm af henholdsvis Kærne, Luftlag og Betonkappe.

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  = Varmeledningstallet i  $\text{kg}^0$  pr. Time og pr.  $\text{m}^2$  for Kærne, Luftlag og Betonkappe, naar Temperaturfaldet er  $1^0$  pr. m.

For Beton	regnes:	$\lambda = 1$
— Murværk	—	$\lambda = 0,8$
— uventileret Luftrum	—	$\lambda = 0,8$
— ventileret	—	$\lambda = 0,4$

8. Ringarmeringen. De af  $\Delta t$  fremkaldte Ringspændinger beregnes af Formlerne:

$$\sigma_b = 1,4 \cdot \Delta t \cdot \frac{x}{c} \quad \sigma_j = 21 \cdot \Delta t \cdot \frac{h-x}{c}$$

og maa ikke overstige 45 og 800  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .

I Formlerne er:

$c$  = Betonkappens Vægttykkelse i cm.

$x$  = Afstanden i cm fra Betonkappens Inderside til Tyngdepunktslinjen for det virksomme Tværnit, som regnes lig det trykkede Betonareal + 15 Gange Jærnarealet, altsaa, naar Jærnprocenten er  $\varphi$ :

$$\frac{x}{h} = \frac{15 \cdot \varphi}{100} \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{200}{15 \cdot \varphi}} \right)$$

$h = c - 3 \text{ cm}$ .

$c$  skal være mindst 12 cm.

Jærnarealet pr. lb. lodret Meter skal være mindst 0,6 h og mindst 7  $\text{cm}^2$ . Afstanden fra Ringenes Yderside til Skorstenens Yderside skal være mindst 2 cm og løvrigt saa ringe som muligt. Akseafstanden mellem Ringjærnene skal være mindst 7 og højst 15 cm. Ringene lægges uden om Længdejærnene. Jærnene skal kroges i Enderne. Baandjærn maa ikke bruges.

9. Skorstenens Top. Kappens vandrette Topflade skal dækkes med en Ring af Støbejern, Skifer, klinkbrændt Ler, fabriksstøbt Beton eller paa anden, lige saa virksom Maade, og i det derunder liggende 25 cm høje Bælte skal Ringarmeringens Tværnitareal udgøre mindst 6  $\text{cm}^2$ .

Kærnen Topflade skal dækkes paa samme Maade som Kappens, med mindre dennes Afslutning for oven har en saadan Form, at den rager ind over Kærnen.

10. Stigetrin. Skorstenen skal udvendig forsynes med Stigetrin af 20 mm Rundjern. Hvis Skorstenens Højde overstiger 40 Meter, sættes  $2\frac{1}{2}$  Trin pr. Meter, ellers 2 Trin pr. Meter. Trinene skal være forzinkede eller paa anden, lige saa virksom Maade beskyttede mod Rust.

11. Fundament. Fundamentet dimensioneres efter følgende Regler:

a) Trykket paa Grunden hidrørende fra Vindmomentet (se § 5) og Skorstenens Egenvægt inclusive Kærne og den over Fundamentet liggende Jord maa ikke overstige den i Husbygningsnormerne foreskrevne, tilladelige Værdi.

b) Sikkerheden mod Væltning af Skorstenen omkring en Akse, der staar vinkelret paa Vindretningen og tangerer Fundamentets Grundflade langs Læsiden, skal mindst være 2, naar der ses bort fra Kærnen og Jordens Vægt.

c) Betontykkelse og Jærnindlæg i Undersiden bestemmes paa Grundlag af den under a) nævnte Belastningstilstand. Jærnindlægget i Oversiden bestemmes paa Grundlag af samme Belastningstilstand, men Kærnen Vægt medregnes ikke. Spændingerne maa ikke overstige de i Jærnbetonnormerne fastsatte. Fundamenttykkelsen ved Kappens Omkreds maa ikke være mindre end  $\frac{1}{60}$  af Skorstenens Højde over Fundamentets Overside.

Skorstensbundens øvre Betonflade lægges mindst 25 cm højere end højeste Grundvandspejl og gives Fald til lavere liggende Røgkanal eller andet Afløb.

Til Skorstensbund og Fundament bruges Beton, der tilfredsstiller Betingelserne i § 12.

12. Betonen. Til 1  $\text{m}^3$  Sand i løst Maal skal sættes mindst 680  $\text{kg}$  Cement (4 Tdr.) og højst 1,5  $\text{m}^3$  Sten.

13. Støbning af Yderkappen. Naar en Betonring er støbt færdig, skal dens Endeflade gattes omhyggeligt. Ved Støbning mod stærknet Beton skal dennes Overflade efter omhyggelig Rensning overgives med Cementmælk, hvorefter der udlægges et 2 cm tykt Lag Mørtel af samme Beskaffenhed som Mørtelen i Betonen.

Formene maa tidligst fjernes 3 Døgn efter Støbningen. Efter Afformningen dækkes Skorstenens Yderside med gennemvaade Sække, der holdes vaade i efter Omstændighederne mindst 8 à 14 Døgn.

14. Overfladebehandling. Kappens Yder- og Inderside afsalteres eller oversvømmes med en Mørtel af lige Maal Cement og Sand, lige dækkes paa anden, lige saa virksom Maade.

15. Lynafleder. Hvis Skorstenen forsynes med Lynafleder, kan Armeringsjærnene bruges som Ledning, saafremt de har indbyrdes god, metallisk Forbindelse fra Skorstenens Top til Fundamentet.

Som Opfanger foroven anvendes enten en vandret, ovenpaa Betonen liggende Jærnring, der sættes i ledende Forbindelse med Armeringsjærnene, eller lodrette Stænger af mindst 20 mm tykt, forzinket Rundjern, der sættes i ledende Forbindelse med Armeringsjærnene, idet der drages Omsorg for, at der ikke kan sive Vand ind i Betonen langs Stængernes Overflade. Stængernes

Antal og Højde vælges saaledes, at ingen Del af Skorstenens Topflade falder uden for det Legeme, der begrænses af Kjegleflader med  $90^0$  Topvinkel og med Toppunkt i Stangspidserne og med lodret Akse. Stængernes Højde over deres Befæstelsespunkt maa ikke overstige 70 Gange Stangdiametere. Stængerne bør saa vidt muligt være retliniede, i alt Fald bør skarpe Bøjninger undgaaes, hvilket ogsaa gælder Lynledningens øvrige Dele.

Jordforbindelsen, der er særlig vigtig, kan tilvejebringes ved, alt efter Skorstenens Størrelse, paa eet eller flere Steder i Fundamentet at indstøbe mindst 20 mm tykt Rundjern eller vel forzinket Jærnkabel (Kvalitets-Lynaflederkabel) af mindst 75  $\text{mm}^2$  Tværnit, hvis ene Ende forbindes med Armeringsjærnene, medens man med den anden skaffer tilstrækkelig god Jordafledning ved at forbinde den med een eller flere af de under a) til c) nævnte Jordelektroder.

a) Nærliggende i Jorden værende Vand- eller Gasledninger af Jærn.

b) Vel forzinkede Jærnplader af mindst 2 mm Tykkelse og med mindst 1  $\text{m}^2$  samlet Overflade, der anbringes i Grundvand i lodret Stilling og ikke i sammenrullet Tilstand.

c) 40–60 cm under Jordoverfladen nedlagt vel forzinket Jærnkabel, der er mindst 50 m langt og bedst formes som en Ring omkring Skorstenen med 3 eller flere Udløbere paa de fugtigste Steder.

Er Skorstenens Kærne af Jærnbeton, er en metallisk Forbindelse mellem Kærnen og Kappens Jærn saavel ved Skorstenens Top som ved dens Fundament at anbefale.

Anbringes en særlig Lynledning udvendig paa Skorstenen, skal den lægges ud for Stigetrinene og forbindes metallisk med Armeringsjærnene saavel ved Skorstenens Top som ved dens Fundament.

56. Bemærkninger til foranstaaende Normer. Jærnbetonkorstene har kun været brugt i et kort Spand af Aar, og Kendskabet til de Faktorer, der bestemmer deres Levetid, er derfor begrænset.

De daarlige Erfaringer, man i visse Tilfælde har gjort, gaar næsten alle ud paa, at Jærnet tørres, og bortset fra saadanne Tilfælde, hvor Aarsagen har været for mager Beton, eller at Jærnet er ødt over ved Skorstenens Bund, formentlig af syreholdigt Vand, som har samlet sig der, maa den primære Aarsag til Ødelæggelsen antages at være Varmespændingerne, der bringer Betonen til at revne, saa Vand og Luft faar Adgang til Jærnet. Ved Brug af Kærne og Luftisolering kan Varmespændingerne forringes, ved Brug af kraftig Ringarmering kan Revnerne Vidde begrænses. De daarlige Erfaringer stammer næsten alle fra Skorstene uden Luftisolering med lav Kærne og svag Ringarmering og giver derfor ikke Oplysning om de forskellige Faktorer Betydning for Ødelæggelsen.

Under disse Forhold har Udvalget anset det for urigtigt at standse den naturlige Udvikling ved at foreskrive saa stramme Regler, at der i Fremtiden kun vilde blive bygget een Type Skorstene. Man har ment, at Skorstensbyggerne inden for rimelige Grænser burde have Lejlighed til at vælge mellem de nævnte Forholdsregler og derved indvinde Erfaringer til Gavn for Fremtiden.

Til Ringarmeringen er Specialjærn med ujævn Overflade og høj Flydespænding formentlig at foretrække for almindeligt Rundjern, men Udvalget har dog ikke villet optage Fordring om Brug af saadant Jærn i Normerne.

Da de fleste Erfaringer stammer fra Skorstene af den i § 1 nævnte Art, hvis Højde og øvre Lysvidde ikke overstiger henholdsvis ca. 75 m og ca. 3 m, bør man ikke kritikløst anvende Normerne, naar Forholdene afviger stærkt fra de nævnte.

Udvalget vil advare imod, at Skorstenene dimensioneres ud fra en for lav Røgteperaturen, da denne i Tidens Løb er udsat for forbigaaende eller permanente Ændringer som Følge af dens Fyring, uens Brændsel og Ændringer i Kedelanlægget.

Alle Slags Skorstene har en begrænset Varighed, og det beror paa et Skøn, hvor vidtgaende Forholdsregler man vil træffe for at forøge denne. Om Normerne har truffet det rette, eller om man bør gaa endnu videre eller muligvis kan mildne Kravene, vil først vise sig ad Aare.

## 8. Isolering af Jærnkonstruktioner.

57. Cementmørtelens relative Ildfasthed og ringe Varmeledningsevne har gjort det et almindeligt anvendt Isoleringsmateriale for Dragere og Søjler af Jærn. Genstanden omgives med et tyndt Jærn-Traadvæv, paa hvilket Mørtelen udkastes i et tyndere eller tykkere Lag. Udsat for Ild kan Mørtelen blive mør og revne, men den vedbliver at isolere, fordi det sammenhængende Traadvæv hindrer den i at falde af, og Erfaringerne gaar netop ud paa, at den Beskyttelse, en Isoleringsskappe yder under en Ildløs, i mindre Grad er betinget af dens Ildfasthed end af dens Sammenhæng.

Asbestocement, ren Cement blandet med Asbestfug, synes særlig egnet til at modstaa Ild, formentlig fordi de sprengeende Sandskorn er erstattede af den sammentykkelige Asbest. Et Pudslag af dette Materiale kan vel faa Revner i en stærk Ildbrand, men det skæres ikke som almindelig Cementmørtel. Efter Branden er det at skære i som blød Kalksten eller haard Kit.

Cellebeton, der fremstilles ved at blande Cementmørtel med Sæbeskum, forener den almindelige Betons Brandsikkerhed med stor Lethed og Varmeisoleringssevne. Den i Husbygningen brugte Cellebetons Vægt er kun  $\frac{1}{3}$  og Varmeledningstallet kun  $\frac{1}{3}$  af almindelig Betons. For en 6 cm tyk Plade, hvis Underside var  $750^0$  varm, fandtes Temperaturen paa Oversiden ikke at overstige  $55^0$ . Som Følge af disse Egenskaber er Materialet udmærket egnet til Isolering af Jærn og

Træ. Et Træbjælkelag helt indstøbt i Cellebeton, saaledes at Bjælkerne var dækkede af 3<sup>cm</sup> Beton foroven og 5<sup>cm</sup> Beton med Hønsenet forned, taalte ved et Brandforsøg 3 Timers Ildpaavirkning paa Undersiden, uden at Betonen skallede af, og uden at Bjælkerne viste Antyndning af Forkulning.

58. Paa Foranledning af Københavns Bygningskommission har Statsprøveanstalten gjort Brandforsøg med Staal søjler, isolerede paa følgende Maade (Fig. 59)<sup>1)</sup>: Rummet mellem Flangerne udfyldtes med Murværk i Blandingsmørtel; derpaa omvikledes Søjlen med 5<sup>mm</sup> Rj. i en Skruelinie med 20<sup>cm</sup> Stigning, og udenpaa Vindingerne anbragtes lodrette 7<sup>mm</sup> Rj. med en indbyrdes Afstand af højst 6<sup>cm</sup>, hvorefter det hele omgaves med et Hønsenet og udkastedes med Mørtel af 1 Maal Cement til 3 Maal skarpt Grus i et 3 eller 4<sup>cm</sup> tykt Lag; efter Anbringelsen af et nyt Hønsenet paaførtes et 1<sup>cm</sup> tykt Pudslag af samme Mørtel, saa at Mørtellagets totale Tykkelse blev 4 eller 5<sup>cm</sup>. Resultatet var meget tilfredsstillende, forsaavidt som Temperaturstigningen foregik langsomt; efter 2 Timers Opvarmning fandtes:

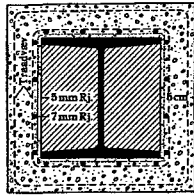


Fig. 59.

Isoleringsmaade .....	4 <sup>cm</sup> Mørtel	5 <sup>cm</sup> Mørtel	4 <sup>cm</sup> Luft + 4 <sup>cm</sup> Mørtel
Lufttemperaturen udenfor Søjlen ..	970	960	1010 C°
Jærnsøjles Temperatur <sup>2)</sup> .....	370		560 C°

Naar Søjlen ikke udmuredes, og Isoleringsskappen rykkedes 4<sup>cm</sup> ud, blev Resultatet daarligere, saaledes som det sidste Tal viser<sup>3)</sup>. Udeladelsen af det ydre Hønsenet viste sig uheldig, da Mørtelen i Beklædningens Hjørner da ødelagdes fuldstændig, saa Jærnsøjlen blottedes her. Naar det ydre Næt fandtes, var det kun Mørtelen udenfor, der smuldede.

59. Samtidig med Forsøget Fig. 59 undersøgte Virkningen af en Beklædning med Molersten, og den var langt større. Hvert andet Skifte saa ud som Fig. 60, hvert andet som Fig. 61; de formurede i Moleremørtel. Rummet mellem Søjle og Beklædning fyldtes med Molerchamotte. Efter 2 Timers Opvarmning var Lufttemperaturen udenfor Søjlen 1000° og Jærnsøjles Temperatur kun 90°. Tilsvarende fortræffelige Resultater fandtes for beklædte Jærnbjælkelag og Dragere, og en paafølgende Besprøjtning af de glødende Sten gjorde ingen Skade.

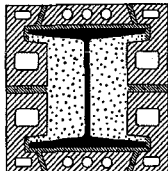


Fig. 60.

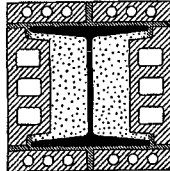


Fig. 61.

At Molerstenene ikke falder ned, selv om de besprøjttes, er en meget værdifuld Egenskab, som lignende Fabrikater ikke altid er i Besiddelse af. De i Amerika brugte hule Teglstene er f. Eks. ikke til at stole paa. Soldt befæstede er de udmærkede, men det hænder ofte, at de løsner sig, enten paa Grund af Udførelsesfejler eller fordi de springer, naar der sprøjtes, og falder blot en enkelt Sten ned, bliver Jærnet glødende paa det blottede Sted, og saa nytter det ikke, at Resten er godt beskyttet.

60. Forskrifter. I den danske Brandpolitilov for Landet kræves Jærnkonstruktioner ikke isolerede, men i Byerne er Kravet almindeligt. Saaledes har Københavns Bygningskommission paa Grundlag af ovennævnte Forsøg under 1/2 1914 fastsat følgende for Isolation af bærende Jærnkonstruktioner:

»Bærende Jærndele skal forsynes med en mindst 5<sup>cm</sup> tyk Beklædning enten af Monier udført som vist paa hosstaaende Tegning<sup>4)</sup> eller af Formsten af brændt Moler efter A/S Frederiksholms Tegl- og Kalkværkers Modellermørtel i Moleremørtel, i bægge Tilfælde anbragt direkte paa Jærnet; eventuelle Hulrum mellem Beklædning og Jærn skal enten udmures, udstøbes med Beton eller — hvor Beklædning med Molersten anvendes — udfyldes med Molerchamotte. Beklædningen skal til enhver Tid fuldtud vedligeholdes.

Anden forsvarlig Indmuring eller Indstøbning af bærende Jærndele kan anvendes enten alene eller i Forbindelse med en Beklædning som foranført under Forudsætning af, at Jærnet paa ethvert Punkt bliver forsvarligt beskyttet.

Bygningskommissionen bestemmer i hvert enkelt Tilfælde, hvilke bærende Jærndele der skal henføres under foranførte Bestemmelser; ganske i Almindelighed gælder disse dog for alle Dragere og Søjler.

Ved Isoleringsslagets Paaføring bliver Forholdet mellem en Jærnsøjles Bruttotværsnit og Nyttetværsnit saa stort, at det ofte vil være fordelagtigere at bruge en Jærnbetonsøjle. Forholdene bliver gunstigere for Jærnsøjlen, hvis den isoleres med bæredygtig Jærnbeton; saafremt Omstøbningen udskydes, indtil Søjlen bærer det øvrige Bygværks Egenvægt, er der Mulighed for at faa saavel Beton som Jærn fuldt udnyttede.

<sup>1)</sup> Se Ing. 1915, S. 571. <sup>2)</sup> Maalt i det yderste Punkt af en Flange.

<sup>3)</sup> Ved Forsøg i Hamburg med Jærnsøjler, der var beskyttede med et 4<sup>cm</sup> tykt Mørtellag, som dels laa tæt paa Søjlen, dels med et meget lille Mellemrum og dels i 2—3<sup>cm</sup> Afstand, viste det sig, at ved en Temperatur af 1300—1350° bevarede Søjlerne deres Bæreevne i henholdsvis 4, 4 1/4 og 5 1/2 Time.

<sup>4)</sup> Denne Tegning svarer ganske til Fig. 59, kun er Traadvævet angivet at skulle være et 6-kantet Næt med 2,5<sup>cm</sup> Masker.

## III. JÆRN OG CEMENT.

### A. Jærnet.

#### 1. Normaldimensioner.

61. Rundjærn er den Form, under hvilken Jærnet overvejende bruges, og det kan paa Bestilling faas i Længder indtil 18<sup>m</sup> eller mer og i Tykkelser paa et hvilket som helst Antal hele Millimeter. Som Regel bruges Tykkelser mellem 5 og 40<sup>mm</sup>. Da det ikke er nødvendigt at have saa mange Tykkelser til Raadighed, har Dansk Ingeniørforening vedtaget at anbefale Brugen af nednævnte, og i Fremtiden vil Jærnhandlerne i Danmark kun eller fortrinsvis holde Lager af disse Jærn og kun eller fortrinsvis i de vedføjede Længder.

Diameter i Millimeter				Lagerlængder				Meter
5 <sup>1)</sup>	6	7	8	10 <sup>2)</sup>	8	10	12	
12	14	16	18	20	8	10	12	-
22	24	26	28	30	8	10	12	14
32	34	36	38	40	8	10	12	14

Baandjærn bruges mest i Dimensionerne 20·1 1/2, 30·2 og 40·3<sup>mm</sup>. Det leveres i Bundter paa ca. 50<sup>kg</sup> og er af samme Materiale som Rundjærnet.

Bindetraad er udglødet Jærtraad, der bruges til Sammenbinding af Jærnene under Montering, idet Enderne sammensnoes med en Tang. Tykkelsen er 1, 1 1/2, 2, 3 eller 4<sup>mm</sup>. Til 1<sup>m</sup><sup>3</sup> Dæk medgaar ca. 4<sup>m</sup>.

62. Fikse Længder. Tolerancer. 10<sup>mm</sup> Rj. og mindre Dimensioner købes gerne bundtet. De enkelte Jærn i Bundtet er af noget forskellig Længde; Tolerancen er ± 25<sup>cm</sup> eller ± 15<sup>cm</sup>, men som Regel er Variationen kun ± 10<sup>cm</sup>. Det sværere Jærn leveres i løse Stykker.

Jærnet kan enten leveres direkte fra Valseværket eller fra et dansk Lager. Det første er billigst, og man kan faa det sværere Rj. (14<sup>mm</sup> og derover) leveret i et hvilket som helst Antal hele Centimeter (± 5<sup>cm</sup>) uden Overpris. Lagerjærn er dyrere, navnlig i fikse Længder, da Jærnhandlerne saa maa afkorte Jærnene, og da den afhuggede Ende sjældent er lang nok til at kunne anvendes selvstændigt. Hvis Jærnet ikke købes i fikse Længder, bør man købe det i saa lange Stykker som muligt, da Spildet derved bliver mindst.

Vægttederne paa det leverede Jærn viser ofte en Overvægt af indtil 5% udover den teoretiske Vægt; paa svært Jærn (14—40<sup>mm</sup>) til Christiansborg var Overvægten saaledes 3%; dette skyldes hovedsagelig, at Jærnene leveres sværere end forlangt paa Grund af Valsernes Slid. Angaaende Tværmaalstolerancer henvises til Byggematerialer 1, 1920, § 396. Ved Køb af Jærn lyder Sluttedlen gerne paa, at Selgeren er indgaaet paa at levere ca. A Tons Jærn i nærmere angivne Længder og Tværmaal til en vis Pris pr. ton, samt at Længdetolerancen er f. Eks. ± 15<sup>cm</sup> (pr. Stang). Vægttolerancen ± 3%. Udtrykket »ca.« betyder, at Køberen kan ændre Jærnvægten ± 5%, saafremt dette sker inden Specifikationsfristens Udlob. Man betaler kun for det Jærn, man faar leveret, og den bedste Kontrol er at lade en offentlig Vejer veje Jærnet ved Ankomsten. I Stedet kan man selv veje det eller opmaale Jærnlængderne og bestemme Metervægten for et Par Stænger af hver Tykkelse, saaledes at man kan regne sig til den totale Jærnvægt. For saa vidt denne overstiger den bestilte Jærnvægt med mere end de omkontraherede 3%, er man ikke pligtig at betale ud over de 3%. Ved Omregning fra Rumfang til Vægt regnes blødt Staal at have Vægtfylden 7,85. Dette er en Forudsætning for Sluttedlen, skønt det ikke siges.

Den fastsatte Vægttolerance  $\frac{dA}{A} = \pm 0,03$  omfatter Afgivelser i saavel Længde, Tværsnit som Vægtfyldte:

$$\frac{dA}{A} = \frac{dl}{l} + \frac{df}{f} + \frac{d\gamma}{\gamma} = \pm 0,03.$$

<sup>5)</sup> For Jærnene i denne Linie er der undertiden Overpris.

$$\text{Er: } \frac{dl}{l} + \frac{df}{f} = \pm 0,03 \quad \text{findes: } \frac{d\gamma}{\gamma} = \pm 0,06.$$

De yderste tilladte Grænser for Vægtfylden er herefter 6% over og under 7,85; formentlig vil Vægtfylden aldrig være lavere end 7,74 og sjældent højere end 7,85.

## 2. Jærnsorter.

**63. Blødt Staal.** Af de Jærnsorter, der kan være Tale om at anvende, nemlig Svejsejærn, blødt Staal og haardt Staal, foretrækkes i Reglen det bløde Staal. Det er nemlig billigst, stærkere end Svejsejærn og lettere at behandle end haardt Staal. Det saakaldte »Monierjærn« er en ubestemt Vare, der tidligere ofte var udvalset af Affaldsjærn eller slet Svejsejærn. Da det meste stammede fra forældede belgiske Værker, der alle blev ødelagte under Krigen, er man nu mindre udsat for at faa det, men det er dog klogest udtrykkelig at forlange blødt Staal.

Det bløde Staals Elasticitetstal er ca. 2 100 000<sup>at</sup>, Proportionalitetsgrænsen ligger ved ca. 2200, Flydegrænsen ved ca. 2800 og Styrken ved ca. 4000<sup>at</sup>. Forholdet mellem Flydespænding og Styrke er ca. 0,7.

Dette er dog kun Gennemsnitstal, i Virkeligheden varierer disse Grænser med Jærnets Bearbejdelse  $\sigma$ : med Stangens Diameter. Ved nogle Forsøg af Oswald Meyer (*Baumaterialienkunde* 1905, Side 358) med Rundjærn af en og samme Charge Thomastaal fandtes hosstaaende Middelværdier.

Diam.	$\sigma_F$	$S^t$	$\sigma_F/S^t$	$\delta$
5 mm	3120	4270	0,73	31,9 %
10 -	2750	4120	0,67	31,9 -
15 -	2990	4150	0,72	33,0 -
20 -	2830	4030	0,70	34,2 -
25 -	2670	3930	0,68	34,1 -

For samme Staalstang kan Flydegrænsen godt afvige indtil 20% af Middelværdien og for flere Stænger af samme Charge indtil 25%. Brudgrænsen varierer mindre, nemlig henholdsvis 14 og 17%.

For 5 mm Rj. kan Forholdet mellem Flydespænding og Styrke stige til 0,85; for 32 mm Rj. fandtes 0,59. For 12 mm Rj. i Leveringstilstanden fandtes 0,69 ( $\sigma_F = 2900$ ) og efter Udgødning 0,55 ( $\sigma_F = 2100$ ).

**Leveringsbetingelser** findes i *Byggematerialer* I 1920, § 328—30, idet man dog i Henhold til efterfølgende § 64 ikke bør foreskrive en øvre Brudgrænse. De vigtigste Fordringer er følgende:

Jærnet skal være fejlfrit Staal med en Trækstyrke af mindst 3700<sup>at</sup> og en Brudforlængelse af mindst 20 pCt. (paa Maalelængden  $11,3 \sqrt{f}$ , hvor  $f$  betyder Tværsnitsarealet); af Jærn tyndere end 7 mm kræves dog kun en Brudforlængelse af 18 pCt. Det skal efter en Udgødning med paafølgende Neddypning i Vand af 28° C. kunne bøjes 180° om en Dorn, hvis Diameter er lig Prøvestykkets Tykkelse, uden derved at faa Revner paa den strakte Side.

Det vilde være ønskeligt at faa garanteret en Minimumsværdi for Flydegrænsen, men Værkerne indlader sig som Regel ikke paa det.

Ved Jærnets Modtagelse bør i alt Fald Trækstyrken undersøges.

Naar Rundjærnets Diameter er  $d$  cm, skal Prøvestængernes Længde være  $12d + ca. 23$  cm.

Specialjærn (§ 25) bør prøves med deres naturlige Overflade, ikke afdrejede.

Amerikanske Normalbestemmelser for Betonjærn findes i *Byggematerialer* I, 1920, § 383.

**64. Haardt Staal.** Brugen af haardt Staal er ikke almindelig, men fordragtig paa Grund af dets højere Flydegrænse. Dennes Indflydelse paa Glide-spændingen er allerede nævnt i § 13, og i al Almindelighed kan det siges, at Jærnets Virkning i et Bygværk er proportional med dets Flydespænding. 45 cm<sup>2</sup> Jærn med Flydegrænse 3000 kan erstattes af 30 cm<sup>2</sup> Jærn med Flydegrænse 4500. Det haarde Staals ringere Sejghed behøver man ikke at være saa bange for, som ved Fremstilling af rene Jærnkonstruktioner, thi de Stød og Rystelser, en Jærnbetonkonstruktion faar, vil naa Jærnet i en meget afdæmpet Form

paa Grund af Konstruktionens store Masse. Men ved Bøjning — hvad enten denne sker koldt eller varmt — maa det haarde Staal behandles med Varsomhed, og ved kold Bøjning er den stærke Tilbageføring en Ulempe. Det haarde Staals Pris er kun faa Øre over det blødes. Haardheden maa i intet Tilfælde overdrives baade af Hensyn til Bearbejdelsen og af Hensyn til, at en Overbelastning ikke maa medføre et pludseligt Brud. Inden Bruddet bør der ske en tydelig Flydning, saa at Betonen faar Revner, der varskoer om Faren. Jærnets Brudforlængelse bør derfor mindst være 10%.

I Belgien sælges Betonstaal med  $S^t = 37-4400$  at,  $\delta \geq 22\%$ ;  $S^t = 42-5000$  at,  $\delta \geq 22\%$ ;  $S^t = 70-8000$  at,  $\delta \geq 12\%$ .

I Tyskland sælges Staal 48 med 0,3—0,4% C og  $S^t = 48-5800$  at,  $\sigma_F \geq 2900$  at,  $\delta \geq 18\%$ . Til en Del af Hovedbanegaarden i Leipzig brugtes Staal med  $S^t = 6000$  at,  $\sigma_F = 4000$  at,  $\delta = 15\%$ ; den tilladte Spænding var 1300 at.

I Egne med meget kolde Vintre er der muligvis Grund til at være noget varsommere med Brugen af haardt Staal, da Kulden forringer Sejgheden.

Forholdet mellem Flyde- og Brudspænding er sjældent saa højt som hos det bløde Staal og ligger hyppigst omkring 0,6. F. Eks. fandt jeg:

	$\sigma_F$	$S^t$	$\sigma_F/S^t$	$\delta_{11,3}$	$\varphi$
12 mm Rundjærn	4400 at	7370 at	0,60	17,9 %	31 %
$\frac{1}{2}$ Tm. Knudejærn	4215 -	6180 -	0,69	19,1 -	
$\frac{1}{2}$ - Ribbejærn	3550 -	5640 -	0,63	26,7 -	
- - -	3530 -	6100 -	0,58	22,5 -	
- - -	2970 -	5430 -	0,55	26,0 -	
$1\frac{1}{2}$ - - -	3300 -	> 6260 -	< 0,53		

Produktet af Styrken i at og Brudforlængelsen i % bør være mindst 74 000.

Det tyske Si-Staal med 0,13—0,18% C og 0,7—1% Si forener stor Brudforlængelse med en høj Værdi af  $\sigma_F/S^t$ , men er ogsaa stærkt fjerende:

	$\sigma_F$	$S^t$	$\sigma_F/S^t$	$\delta$
7 mm Rundjærn	5500 at	6200 at	0,89	36,2 %
12 - - -	4080 -	5270 -	0,77	28,1 -
16 - - -	3855 -	5150 -	0,75	30,3 -

## B. Cementen.

### 1. Almindelig Portlandcement.

**65.** I Danmark bruges til Jærnbeton almindelig Portlandcement, hurtighærdnende Portlandcement og Alcement<sup>1)</sup>.

Den almindelige Portlandcement skal mindst svare til de danske Cementnormer. Den bør først og fremmest være **volumenbestandig**, og man bør derfor underkaste den en Kogeprøve, bedst le Chateliers, og ikke bruge Cement, der udvider sig mere end 5 mm ved denne. Cementer, der ikke taaler Kogning, kan nemlig i Tidens Løb smuldre, saafremt de hærdner i Luften. Man mener, at det er Kalkhydratets Omdannelse til Karbonat, som forstyrrer disse Cementers Sammenhæng<sup>2)</sup>.

Dernæst bør Cementen være **langsomt størkende**; ved Sommerarbejder bør Størkningstiden ikke være under 4 Timer. Naar nemlig Størkningen fore-

<sup>1)</sup> I Tyskland bruges ogsaa Jærnportlandcement (*Byggematerialer* 1911, § 1178) og Højvsn-cement.

<sup>2)</sup> Fra tysk Side hævdes, at Kogeprøven er for streng, og at en Cement er fuldtud brugbar i Praksis, naar blot den har bestaaet Koldtandsprøven, men F. Schüle har fra 1893 til 1902 i Fortsættelse af *Teilmajers* Arbejde gemt Kager af alle de 2200 Portlandcementer, der i det paa-gældende Tidsløb har passeret hans Laboratorium, og af hvilke 9 ikke havde bestaaet Koldtandsprøven og 193 ikke Kogeprøven, og det har derved vist sig, at af de 193 Kager, der var fremstillede af de tvivlsomme Cementer, var i 1908 67% stærkt beskadigede eller helt ødelagte som Følge af Udbulning (*J. M.'s Kongres* i New York 1913, XIV 3).

gaar langsomt, faar Luft og Vand Tid til at stige tilvejs, saa at de faste Dele lejrer sig tættere; det viser sig ved, at Betonen sætter sig, og synker sammen i Formen. Endvidere er det af Betydning, navnlig ved Støbning af tynde Dæk, at kunne gøre et større Areal færdigt, inden Stærkningen begynder, da man ellers risikerer, at Rystelserne fra Stampningen forplanter sig hen til den Beton, der er i Færd med at stærkne, og beskadiger denne.

**Trykstyrken** bør ikke være under 300<sup>at</sup>, Trækstyrken ikke under 24<sup>at</sup>. Disse Tal, der ligger 50% over Cementnormernes, garanteres nu af de danske Cementfabriker. Som Regel er den leverede Cement væsentlig stærkere, de danske Cementers Middelstyrke ligger ved 400<sup>at</sup>).

Det er af nationaløkonomisk Betydning, at Afstanden mellem den garanterede Styrke og den virkelige Styrke ikke er for stor, thi den samvittighedsfulde Ingeniør maa fastsætte den tilladelige Spænding efter den garanterede Minimumsstyrke. Kan man faa den garanterede Styrke sat 50% op, vil man f. Eks. i Søjler kunne spare 33% Beton og 33% Jærn og dermed en Del Formmateriale og død Vægt, saa det er indlysende, at man staar sig ved at bruge en stærk Cement, selv om man skal betale en Overpris for den<sup>2)</sup>.

## 2. Hurtig hærdnende Portlandcement.

66. Trangen til Cementer, der i Løbet af kort Tid udvikler en stor Styrke har i de fleste Lande medført Fremstillingen af Specialcementer, der ved særlig omhyggelig Fabrikation har faaet de ønskede Egenskaber, men som ellers ikke afviger fra almindelig Portlandcement.

Den hurtige Hærdning og store Styrke er en Følge af høj Kalkprocent og vidtdiven Finmaling baade før og efter Brændingen. Da en høj Kalkprocent giver udbulnende Cement, holder man sig ved Fremstilling af almindelig Portlandcement saa langt fra den farlige Grænse, at Kalkprocenten kan svinge en Del, uden at Grænsen naaes. Ved Specialcementerne holder man en mindre Margin, hvilket kræver en omhyggeligere Fabrikation. Man bruger rene, ensartede Raastoffer, blander helst efter den vaade Metode og meget omhyggeligt, undertiden ved at blæse Luft gennem Slammen, og brænder ved en høj Temperatur. Undertiden tilsættes smaa Mængder af Stoffer, der fremmer Sintringen. Ved disse Forholdsregler er man naaet til at fremstille Portlandcementer, hvis hydrauliske Modul er 2,32, og som prøvet efter Cementnormerne i Blandingsforholdet 1:3 har en Trykstyrke af 400 og 800<sup>at</sup> efter henholdsvis 1 og 28 Døgn Hærdning<sup>3)</sup>.

De hurtighærdnende Portlandcementer stærkner paa normal langsom Maade, men den paafølgende Hærdning sker hurtigt, og det samme gælder Svindet; det endelige Svindmaal synes ikke at være større end ved langsomt hærdnende Cement. I koldt Vejr skal man være paapasselig, da Cementerne synes at miste deres Hurtighed i lav Temperatur; det samme gælder for visse af dem ved meget vaad Støbning. Deres Rumvægt ligger som Regel mellem 950 og 1100<sup>kg/m<sup>3</sup></sup>, er altsaa væsentlig ringere end normalt, hvilket maa tages i Betragtning, naar Blandingsforholdet fastsættes efter Maal.

<sup>1)</sup> For de paa *Statsprøveanstalten* i Finansaaret 1928—29 undersøgte 76 Cementer var Middelværdien af  $S_{28}^c = 432^{at}$  og den laveste Værdi 310<sup>at</sup>.

<sup>2)</sup> *Kreügers Forsøg* viser, at Betonens Styrke vokser proportionalt med Cementens Normstyrke  $N$  opløftet til Potensen 0,9, idet man har:

$$S_b^c = 0,28 \cdot \frac{N^{0,9}}{4,5^x}$$

hvor  $x$  er Vægtforholdet mellem Vand og Cement i Betonen.

<sup>3)</sup> *B. u. E.* 1926, S. 150. I Sværrig fremstilles Cement med garanteret  $S_1^c = 250^{at}$  og  $S_{28}^c = 600^{at}$ . De tyske Normer kræver  $S_1^c = 25$ ,  $S_3^c = 250$ ,  $S_{28}^c = 40$ ,  $S_{28}^c = 500$  (1 Uge i Vand, 3 Uger i Luft).

**Velocementen** er en dansk Cement af denne Type. Stærkningen begynder efter ca. 1½ Time og er endt efter ca. 4½ Time. Normstyrken af 3 forskellige Prøver er opstillet nedenfor; den første Prøve er af Fabrikens nuværende Produkt (1930), de andre stammer fra ældre Tid<sup>1)</sup>:

1	2	3	7	28 Døgn	1	2	4	7	28 Døgn
$S^c = 312$	418	487	551	840 <sup>at</sup>	$S^c = 155$	204	412	441	550 <sup>at</sup>
$S^t = 26$	34	38	38	49 <sup>at</sup>	$S^t = 26$	35	38	38	40
					$S^c = 231$	368	434	554	599
					$S^t = 27$	37	42	43	45

For Beton 1:2:3 med Vand-Cement-Forhold 0,6 opgiver Fabriken:

1	2	3	7	28 Døgn
$S^c = 88$	177	249	362	419 <sup>at</sup>

Velocementen er mere findelt og derfor lettere end Portlandcement, saaledes at de normale Tønder ikke rummer 170, men 150<sup>kg</sup>. Prisen pr. Td. er ca. 13½ Kr. for Velocement og ca. 10 Kr. for Portlandcement. De to Cementer kan uden Skade sammenblandes.

En værdifuld Egenskab hos Velocementen er dens Fedme, der minder om Kulekalks. Cementen klæber stærkere til Gruset end almindelig Portlandcement, og Betonen bevarer en stor Plasticitet, selv om Støbevandsprocenten varieres i væsentlig Grad.

Sigteresten er kun nogle faa Procent paa 4900 Maskers Sigten og 6—8% paa 14000 Maskers Sigten.

Velocementen egner sig navnlig til: (1) Bygværker, der skal udføres hurtigt og tages hurtigt i Brug, Funderingspæle, Reparationsarbejder, Betonveje, engelsk Brolægning; (2) Stærkt belastede Bygværker, der skal holdes spinkle; (3) Bygværker med mange Gentagelser, da Afformningen kan ske faa Døgn efter Støbningen, saaledes at Formmaterialet hurtigt genvindes til fornyet Brug, hvorved store Beløb kan spares.

Til Beton, der er udsat for kemiske Angreb og derfor skal være cementrig, er almindelig Portlandcement at foretrække, da man for samme Pris kan faa en Beton med 33% mere Cement.

## 3. Alcement.

67. Alcement<sup>2)</sup> er et med Portlandcement nær beslægtet Mørtelstof, men langt rigere paa Aluminium; deraf Navnet. Desuden er det langt kalkfattigere, og denne afvigende Sammensætning i Forbindelse med en meget høj Brændingstemperatur skaber en Cement, der, uden at være hurtig stærkende, er saa hurtigt hærdnende, at den prøvet efter Normerne kan have Træk- og Trykstyrken 25 og 400<sup>at</sup> efter 12 Timer samt 45 og 700<sup>at</sup> efter 28 Døgn<sup>3)</sup>.

68. Fremstilling. Alcementen er opfundet af Franskmanden *Jules Bied*, der som Laboratorieforsker hos Firmaet *J. & A. Pavin, Lafarge*, allerede før 1908 var begyndt at eksperimentere med Kalciumaluminater, og i 1912 bragtes den i Handelen af nævnte Firma under Navnet »Ciment fondu«, men under Verdenskrigen lagdes der Beslag paa hele Produktionen til militært Formaal, saaledes at Cementen først fik civil Betydning efter Fredsslutningen. Samtidig begyndte et andet Firma at brænde Cementen i elektrisk Ovn og at sælge den under Navnet »Ciment électrique«.

<sup>1)</sup> *Ing.* 1925, S. 618 (*A. J. Moe*). <sup>2)</sup> De sidste 21 Døgn i Luft.

<sup>3)</sup> *Se Ing.* 1922, S. 475; 1923, S. 61; 1924, S. 261 og 474; 1928, S. 227.

<sup>4)</sup> Disse Tal garanteres af *Wicking'sche Portlandcementwerke* i Münster for deres Tøndercement A.

Den fremstilles af Kalk og Bauxit, et Forvittringsprodukt, der forekommer i Sydfrankrig samt i Alabama og Georgia (U. S. A.), og som hovedsagelig består af Aluminiumhydroksyd ( $Al_2O_3 + 2H_2O$ ) blandet med lidt Kiselsyre, Jern m. m.

Brændingen sker i Frankrig ved en saa høj Temperatur (ca. 1550°), at Massen smelter. Der bruges en Flammeovn fyret med Kulstøv. Raamaterialet tilføres kontinuerligt gennem Skakke paa en saadan Maade, at det ikke begynder at smelte, før det har naaet Hærden, da det ellers smelter sammen, saa Tilførselen stopper. Hærden er skaalformet og forsynet med en Afledningsaabning.

Alcement fremstilles nu ogsaa i Sværrig (Valle-Smältcement<sup>1)</sup>), Tyskland (Alca-Schmelzzement), Schweiz (Electrociment), Belgien og England og ikke altid ved Smeltning, da man ved Sintring kan opnaa lignende Resultater. I Schweiz og Tyskland bruges elektriske Ovne.

Finmalingen foregaar som ved Portlandcement, men drives videre (5—7% Rest paa 4900 Maskers Sigt).

Den kemiske Sammensætning er omtrentlig:

40% CaO    40%  $Al_2O_3$     10%  $SiO_2$     6%  $FeO + Fe_2O_3$

samt smaa Mængder  $FeS$ ,  $TiO_2$ ,  $MgO$ ,  $SO_2$  og  $C$ . Den hydrauliske Modul:  $CaO : (Al_2O_3 + SiO_2 + Fe_2O_3 + FeO)$ , der for Portlandcement er 1,7—2,2, er her kun 0,7—0,8, den hydrauliske Indeks ( $SiO_2 + Al_2O_3$ ) :  $CaO$  er ca. 1,1, og Kiselsyremodulen  $SiO_2 : Al_2O_3$ , der for Portlandcement er ca. 3, er her kun ca. 0,25. Cementens vigtigste Bestanddel er et Calciumaluminat  $3Al_2O_3, 5CaO$ .

Jærnet i Portlandcement findes udelukkende som  $Fe_2O_3$ , i Alcement næsten udelukkende som  $FeO$ . Dette er en Følge af, at den første brændes under rigelig Lufttilgang, medens den sidste smeltes og saaledes unddrages Iltning fra Luften. Under disse Forhold kan Cementens Lagringstid ikke bedømmes ved Glødningsstab, thi ved Glødningen omdannes  $FeO$  til  $Fe_2O_3$ , hvorved Glødningsstabet bliver negativt.

98% af Cementen er opløselig i Saltsyre.

Ovenstaaende gælder den franske Alcement Lafarge, der sælges i Danmark. Den schweiziske Elektrociments Sammensætning er omtrentlig:

35% CaO    39%  $Al_2O_3$     5%  $SiO_2$     15% Jærnilter.

Rystes Cementen med stort Overskud af Vand i en Flaske i Løbet af en Time, sker der ingen Krystallisationer, men en Del opløses, og en Analysing af Opløsningen viser, at det opløste Stof nøjagtigt svarer til Formlen  $3Al_2O_3, 5CaO$ . Størkningen skyldes formentlig udelukkende, og Hærningen overvejende, at dette Stof optager Vand og spalter sig i  $Al_2O_3, 2CaO, 7H_2O$  og  $Al_2O_3, 3H_2O$ , medens Cementens øvrige Bestanddele ( $Al_2O_3, CaO, Al_2O_3, 3CaO, SiO_2, 2CaO, SiO_2, Al_2O_3, 2CaO$ ) spiller en mere underordnet Rolle. Det nævnte Calciumaluminats Tilstedeværelse er betinget af, at Cementens Afkøling efter Brændingen er foregaaet med en vis Hastighed; ved afvigende Afkølingsforhold dannes der andre Forbindelser, som ikke hærdner hurtigt. Disse Forhold er man endnu ikke helt Herre over, og Cementen bør derfor undersøges inden Brugen.

Farven er oftest blaagraa, mørkere end Portlandcement, hvilket skyldes Jærnet; af jærnfri Raastoffer kan Cementen fremstilles hvid.

Vægtfylden er 3,06—3,09, Litervægten 1110—1270 g.

**69. Størkning og Hærdning.** Størkningen begynder efter  $1\frac{1}{2}$ — $3\frac{1}{2}$  Times Forløb og er afsluttet efter 2—5 Timer. Den Vandmængde, Cementen binder under Hydreringen, udgør ca. 40% af Cementens Vægt, hvilket er væsentlig mere end Portlandcement binder. Dermed følger en stærkere Opsvulmning af Kornene, hvorved Massen bliver tættere og stærkere. Til Normalkonsistens kræves kun 22—26% Vand, hvilket er mindre end Portlandcement plejer at kræve og altsaa for lidt til at give fuldstændig Hydrering. Alcementen bør derfor udstøbes mere flydende end Portlandcement og i gennemvaade Forme og bør holdes vaad under Størkningen og i de første 3 Døgn. Størkningsforholdene paavirkes kun i ringe Grad af Konsistensen; selv om Vandtilsætningen gøres 1,6 Gange saa stor som normalt, ændres Tiden for Størkningsens Begyndelse og Afslutning næsten ikke, medens den for Portlandcement 2—3 doubles.

Medens Størkningstiden ikke afviger fra Portlandcements, foregaar den videre Hærdning saa hurtigt, at 3 Døgns Styrken er væsentlig større end Portlandcements 28 Døgns Styrke.

Ved nogle Forsøg har det vist sig, at Alcementen blev hurtigstørkende ved en Temperatur af 23°, ved andre har en Temperatur af 30° ikke frem-

<sup>1)</sup> Se *Betong* 1927, Heft 4.

skyndet Størkningen væsentligt. Ved Støbning i varmt Vejr maa man være opmærksom paa dette Punkt<sup>1)</sup>.

Naar Alcement og Portlandcement blandes, bliver Blandingen hurtigstørkende, i alt Fald naar den indeholder 5—75% Portlandcement, derfor maa man paa Byggepladsen holde de to Cements skarpt adskilte<sup>2)</sup>. Alcementen maa heller ikke komme i Berøring med Kalk, da denne har samme Virkning.

**Temperaturstigning.** De kemiske Processer medfører en Temperaturstigning, der navnlig tager Fart straks efter Størkningsens Afslutning og er endt ca. 7 Timer senere. 100 g Cement udvikler ca. 7,4 kg<sup>3)</sup>, saa Temperaturen kan blive meget høj; ved Støbning af 20 cm Tærninger af sandfri Cement er Temperaturen steget til 175°, og Vanddampens høje Tryk ved denne Temperatur har forarsaget Eksplosioner. I store Betonblokkers Kærne kan Temperaturen stige 50° over Yderskallens Temperatur, hvorved Vandet i Form af Damp flyttes fra Kærne til Skal, saa Kærnen udtørres og ikke opnaar fuld Styrke.

Rumfangsændringer under Hærdningen. Svindet ved Luftlagring er ens for Portlandcement og Alcement. For 1 Døgn gamle Mørtler af sandfri Cement udstøbt i Normalkonsistens fandtes (Ing. 1923, S. 62):

	Alcement	Portlandcement	Mølcement (graa)
Svind i 3 Mdr.	2,2	2,2	6,5 mm/m
Ved Vandlagring fandtes:			
Udvidelse i 3 Mdr.	0,0		1,0

Ved Vandlagring forholder Alcement sig anderledes end Portlandcement, idet den svinder i de første Uger og derefter udvider sig.

Volumenbestandigheden er god. Da Cementen ingen fri Kalk indeholder, har den ikke Hang til Udbulning. Ved le Chateliers Prøve er Bevægelsen kun 0,5 mm. Volumenbestandighedskager kan undertiden fremvise en Overflade, der smuldrer, naar man gnider paa dem med Fingren. Dette Fænomen skyldes Kulsyreoptagelse og kan hindres, naar Kagerne dækkes med vaade Klude.

**Den hærdnede Cements Farve** er normalt blaagraa, men undertiden tørvebrun. Bliver Farven brun, skal man være paapasselig, da det kan skyldes en Fabrikationsfejl og være ledsaget af ringe Styrke.

Farveforskellen skyldes Jærnet. Dette er i den uhydrerede Cement næsten udelukkende tilstede som Forlitte, hvilket betinger den blaa Farve. Gaar denne ved Hydreringen over til brun, er det, fordi der sker en Iltning. Ved et Betonarbejde, hvor Betonen viste sig meget svag, og hvor Brudfladen var tørvebrun eller havde brune og blaa Flader Side om Side, viste en Analyse følgende Fordeling af Jærnet:

I de blaa Flader:	88% Forlitte	12% Tveiltte
- - brune - - :	80 - -	20 - -

Naar Brudfladerne overpensledes med saltsure Opløsninger af Ferri- og Ferrocyanalkium, der giver Reaktion (Blaafarvning) for henholdsvis Jærnforlitte og Jærntveiltte, viste det sig ligeledes straks, at de blaa Flader indeholdt baade Forlitte og Tveiltte; de brune Flader viste derimod straks kun Tveiltte, først naar Ferricyanalkiet havde virket i nogen Tid, reagerede Forlitte. Dette tyder paa, at de brune Korn kun er iltede i Overfladen, ikke i Kærnen.

**70. Styrke.** Prøvet efter Cementnormerne (jordfugtig Mørtel 1 : 3 med Normalsand, 20 Timer i fugtig Luft, derefter i Vand) vokser Styrken som Fig. 62. viser. For Cement fra en anden Levering fandtes følgende Trækstyrker ved Vandlagring<sup>3)</sup>:

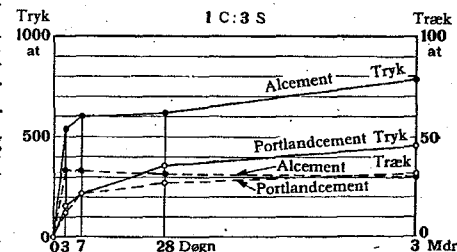


Fig. 62. Jordfugtig Mørtels Normstyrke.

<sup>1)</sup> Die Bautechnik 1927, Heft 33.

<sup>2)</sup> Se Statsprøveanstaltens Forsøg i Ing. 1924, S. 476. <sup>3)</sup> Ing. 1923, S. 227.

3 D.	7 D.	28 D.	3 Mdr.	6 Mdr.	9 Mdr.	1 Aar	5 Aar	
28,6	29,2	26,0	27,5	30,6	33,6	35,3	30,9 <sup>at</sup>	
							og ved Luftlagring:	44,5      63,9 -

Fabriken garanterer Normstyrken  $S^c = 400^{at}$  efter 3 Døgn's Lagring.

For plastisk og vaadere (dog ikke flydende) Mørtel fremstillet med Strand-sand i Vægtforholdet 1:1 og 1:2 fandtes Vaadheden at være uden lovmæssig Indflydelse paa Styrken, og det samme gælder Lagringsmaaden (Vand eller Luft). Som Middelkurver for de to Lagringsmaader og de to Støbevands-mængder under eet fandtes de i Fig. 63 og 64 tegnede. Man ser, at Styrken

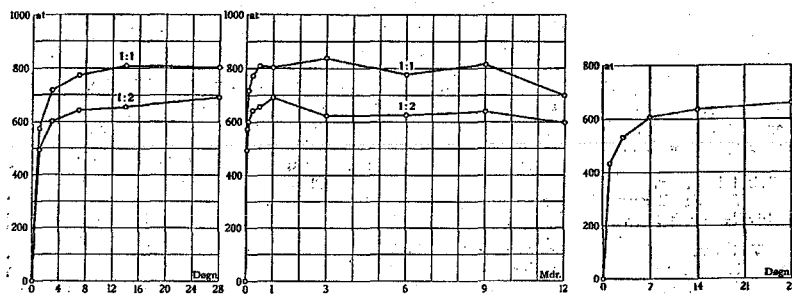


Fig. 63 og 64. Alcementmørtels Trykstyrke.

Fig. 65. Betons Trykstyrke.

naar sit Maksimum i Løbet af 2-4 Uger; de Svingninger, der derefter indtræder, skyldes formentlig Forsøgtilfældigheder<sup>1)</sup>.

Styrken af Beton 1:2:3 (Strandsand, Søartesten, Vægtforhold) med Jærn-beton-Konsistens (8% Vand) fremgaar af Fig. 65, der gælder for Lagring under vaade Sække.

Af samme Beton fremstilledes de i Fig. 218, § 262 viste Trækprøvelegemer med det Formaal at bestemme efter hvor kort en Hærdningsfrist, man kan tillade sig at belaste en Stødforbinding. Styrken viste sig, som nævnt det paagældende Sted, at være tilstrækkelig efter 1 Døgn's Hærdning.

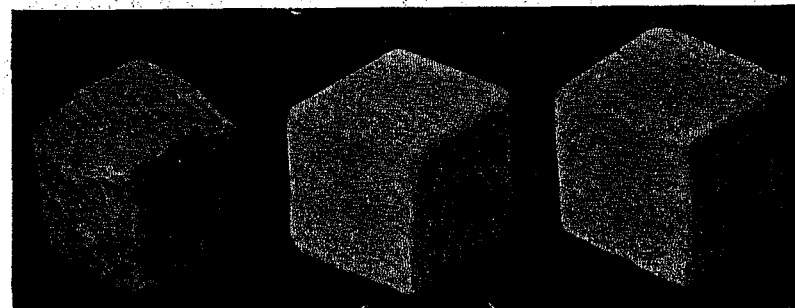
Medens Portlandcementbeton bliver stærkest, naar den udstøbes jordfugtig eller endnu tørrere, bliver Alcementbeton stærkest, naar Konsistensen ligger mellem jordfugtig og plastisk. Forklaringen findes i § 69.

Trykelasticitetstallet for Alcementbeton er ikke væsentlig større end for Portlandcementbeton. For Alcementbeton 1:2:4 fandtes  $E = 300\ 000^{at}$  saavel efter 7 som efter 28 Døgn's Hærdning.

71. Den kemiske Modstandsdygtighed er overfor flere Syrer større end Portlandcementens. Sandfri Mørteltærninger af Alcement, Moler cement og Portland cement blev efter 28 Døgn's Vandlagring anbragt 4 Uger i Svovlsyre, hvorved de led følgende omtrentlige Rumfangstab (Fig. 66 og 67):

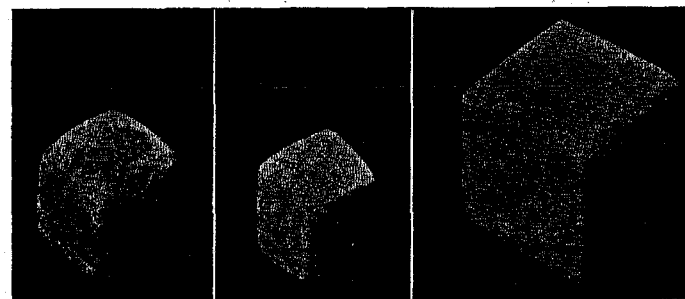
	Moler cement	Portland cement	Alcement
2% Svovlsyre	4,7	1,6	0,6 cm <sup>3</sup>
10 - - -	17,9	21,2	4,0 -

<sup>1)</sup> Ing. 1924, S. 474.



Moler cement      Portland cement      Alcement

Fig. 66. Tærninger behandlede med 2 procentig Svovlsyre.



Moler cement      Portland cement      Alcement

Fig. 67. Tærninger behandlede med 10 procentig Svovlsyre.

Tilsvarende Mørteltærninger 1:3 blev efter 1 Døgn's Lagring i fugtig Luft anbragt 4 Uger i kulsyreholdigt Vand, hvorefter Vægttabet fandtes at være:

Moler cement	Portland cement	Alcement
1,450 g	1,451 g	0,894 g

Forsøg med svensk Alcement viser ingen Forskel paa dennes og Portland-cements Evne til at taale Kulsyre, og det skyldes muligvis, at der er brugt ældre Legemer med Karbonatskorpe.

Alcement taaler langt bedre end Portland cement at blandes med humus-syreholdigt Sand, og den er meget modstandsdygtig mod Havvand<sup>1)</sup>, Kalcium-sulfatopløsninger og Magniumsulfatopløsninger.

Derimod bliver den lettere end Portland cement stenløben, og den angribes stærkere af destilleret Vand og af Sodaopløsninger<sup>2)</sup>, samt af Mælkesyre<sup>3)</sup>.

72. Anvendelse. Alcement blandes med Sand og Sten ligesom Portland cement. Vandtilsætningen bør ikke være for ringe, og navnlig er det vigtigt, at Cementen holdes fugtig under Hærdningen. Prisen i Danmark er ca. 3 Gange Portlandcements.

<sup>1)</sup> Ing. 1924, S. 477. <sup>2)</sup> Zement 1925, Nr. 10, S. 206.

<sup>3)</sup> Se E. Suenson: Mælkesyre, Mørtel og Klinkergulve (Ing. 1929, S. 537).



Alcemenen egner sig til Brug under samme Forhold som Velocemenen (§ 66), mén desuden til: (1) Bygværker, der er udsatte for kemiske Angreb af Havvand og visse andre Stoffer; (2) Arbejder, der udføres i Frostvejr, da den stærke Varmedvikling hindrer Frostskade.

En Gitterdrager af Alcementbeton, der 44 Timer efter Støbningen har et 4 Etagers Hus, er omtalt i T. F. T. 1926, S. 45.

## IV. BETONEN.

### A. Blandingsforholdets Omregning fra Maalforhold til Vægtforhold.

73. Følgende Betegnelser indføres for Cement, Sand og Sten:

Cement	Sand	Sten		
$P_c$	$P_s$	$P_{st}$	kg	De vandfri Stoffers Vægt.
$r_c$	$r_s$	$r_{st}$	$m^3$	» » » absolute Rumfang $\rho$ :
				Summen af de enkelte Kornes Rumfang.
$\gamma_c$	$\gamma_s$	$\gamma_{st}$	$kg/m^3$	Forholdet $P : r$ $\rho$ : de vandfri Stoffers Vægtfylde, saafremt Kornene er uporøse.
	$v_s$	$v_{st}$	kg	Den Vandmængde, der følger med $1^{kg}$ Tørstof.
$P_c$	$P_s \cdot (1+v_s)$	$P_{st} \cdot (1+v_{st})$	kg	De fugtige Stoffers Vægt.
$R_c$	$R_s$	$R_{st}$	$m^3$	» » » Rumfang i Byggepladsmaal.
$\rho_c$	$\rho_s$	$\rho_{st}$	$kg/m^3$	Forholdet $P \cdot (1+v) : R$ $\rho$ : de fugtige Stoffers Rumvægt ved Udmaaling paa Byggeplads.
$T_c$	$T_s$	$T_{st}$		Forholdet $r : R$ $\rho$ : de fugtige Stoffers Tæthed ved Udmaaling paa Byggeplads.

Disse Størrelser forbindes af følgende Ligninger:

$$P_c = r_c \cdot \gamma_c = R_c \cdot \rho_c \quad P_s = r_s \cdot \gamma_s = \frac{R_s \cdot \rho_s}{1+v_s} \quad P_{st} = r_{st} \cdot \gamma_{st} = \frac{R_{st} \cdot \rho_{st}}{1+v_{st}} \quad (3)$$

$$R_c = \frac{P_c}{\rho_c} = \frac{r_c}{T_c} \quad R_s = \frac{P_s \cdot (1+v_s)}{\rho_s} = \frac{r_s}{T_s} \quad R_{st} = \frac{P_{st} \cdot (1+v_{st})}{\rho_{st}} = \frac{r_{st}}{T_{st}} \quad (4)$$

$$r_c = \frac{P_c}{\gamma_c} = R_c \cdot T_c \quad r_s = \frac{P_s}{\gamma_s} = R_s \cdot T_s \quad r_{st} = \frac{P_{st}}{\gamma_{st}} = R_{st} \cdot T_{st} \quad (5)$$

$$T_c = \frac{r_c}{R_c} = \frac{\rho_c}{\gamma_c} \quad T_s = \frac{r_s}{R_s} = \frac{1}{1+v_s} \cdot \frac{\rho_s}{\gamma_s} \quad T_{st} = \frac{r_{st}}{R_{st}} = \frac{1}{1+v_{st}} \cdot \frac{\rho_{st}}{\gamma_{st}} \quad (6)$$

Ved Hjælp af disse Ligninger kan en given Betons Blandingsforhold omregnes fra det ene System til det andet. Er f. Eks. Blandingsforholdet i Byggepladsmaal:

$$R_c : R_s : R_{st} = 1 : 2 : 3$$

og indeholder Sandet og Stenene 3% Vand, og er Rumvægtene  $\rho_c = 1360$ ,  $\rho_s = 1360$ ,  $\rho_{st} = 1550$ , giver (3):

$$P_c : P_s : P_{st} = 1 \cdot 1360 : \frac{2 \cdot 1360}{1,03} : \frac{3 \cdot 1550}{1,03} = 1 : 1,94 : 3,32.$$

Er Tørstoffernes Vægtfylde  $\gamma_c = 3100$ ,  $\gamma_s = \gamma_{st} = 2650$ , giver (5):

$$r_c : r_s : r_{st} = \frac{1}{3100} : \frac{1,94}{2650} : \frac{3,32}{2650} = 1 : 2,27 : 3,88.$$

Tæthededen  $T$  af forskellige Betonmaterialer findes i efterfølgende Tabel 1. De i Parentes indførte Værdier af Vægtfylde og Vandindhold er skønnede, og de tilsvarende Tæthedstal er derfor ikke helt korrekte, men de eventuelle Fejl er uvæsentlige. De under »Kornstørrelse« indførte Numre henviser til Tabel 2 og 3, som meddele Resultaterne af Sigteprøver med de paagældende Materialer efter Tørring.

Tabel 1. Vægt og Tæthed.

	Vægtfylde kg/m <sup>3</sup>	Korn- størrelse mm	Vand %	Maale- kar l	Løst Maal		Sammenrystet	
					Vægt kg/m <sup>3</sup>	Tæthed	Vægt kg/m <sup>3</sup>	Tæthed
Portlandcement <sup>1)</sup> .....	(3100)		(0)	30	1250	0,40	1590	0,51
— — — — — <sup>2)</sup> .....				14	1345	0,43		
— — — — —					1360	0,44		
Alcemont <sup>3)</sup> .....	3090			10	1268	0,41		
— — — — — <sup>4)</sup> .....	(3090)				1132	0,37		
Strandsand <sup>5)</sup> .....	(2650)	Nr. 8	3,9	30	1310	0,48	1633	0,59
— — — — — <sup>6)</sup> .....			(3,0)	17	1242	0,46		
— fra Helsingør <sup>7)</sup> .....	2620	- 2	3,4	50	1320	0,49		
— — — — — <sup>8)</sup> .....	(2650)	- 1	3,7	2	1100 <sup>9)</sup>	0,40 <sup>9)</sup>	1364	0,50
— — — — —	2600	- 3	2,9	80	1441	0,54		
— — — — —	2620		5,4	50	1350	0,49		
— Masnedsund <sup>10)</sup> .....	2604	- 5	3,9		1360	0,50		
— Køgebugt.....	2610	- 7	6,1		1469	0,53		
Strandgrus <sup>11)</sup> .....	(2650)		3,3	14	1270	0,46		
— — — — — <sup>12)</sup> .....			3,5	20	1343	0,49	1684	0,64
— fra Helsingør <sup>13)</sup> .....		- 4	2,7					
— — — — —			6,4	50	1383 <sup>14)</sup>	0,49 <sup>14)</sup>	1684 <sup>14)</sup>	0,60 <sup>14)</sup>
— Køgebugt <sup>15)</sup> .....	2620	- 6	5,1		1510	0,55		
— Samsø <sup>16)</sup> .....	2573	- 14	3,1		1540	0,58		
Sand fra Hedehusene.....	(2650)	- 17	2,7		1485	0,55		
Nymøllegrus <sup>17)</sup> .....		0—16	3,0	14	1415	0,52		
Kallerupgrus.....	2615	Nr.16	3,7	50	1520	0,56		
Søeresten <sup>18)</sup> .....	(2650)	- 20	4,5	30	1444	0,52	1638	0,59
— — — — — <sup>19)</sup> .....			1,2	20	1588	0,59	1754	0,65
— fra Strøby <sup>20)</sup> .....		10—15	(0,5)	50	1496	0,55		
— Møen.....		Nr.19	2,7		1531	0,56	1703 <sup>21)</sup>	0,63 <sup>21)</sup>
— Sletterhøge.....		- 18	3,1		1490	0,55		
Sønødesten.....		- 23	1,4		1581	0,59	1741 <sup>22)</sup>	0,65 <sup>22)</sup>
— — — — —	2600	- 22	1,6		1547	0,59		
— fra Møen.....	2650	10—30	0,5	80	1559	0,59		
— — — — — <sup>23)</sup> .....	(2650)	Nr.24	0,9		1552	0,58	1667 <sup>23)</sup>	0,62 <sup>23)</sup>
— Strøby.....		- 21	1,5		1547	0,58		
Bakkensødesten <sup>24)</sup> .....			(3,0)	14	1400	0,51		
— meget urene <sup>25)</sup> .....					1565	0,57		
Blandingsskærver <sup>26)</sup> .....		1/3 Tomme <sup>27)</sup>	(0,5)		1175	0,44		
Granitsskærver <sup>28)</sup> .....					1392	0,52		
— — — — — <sup>29)</sup> .....			(3,0)	17	1372	0,50		
— — — — — <sup>30)</sup> .....					1422	0,52		

<sup>1)</sup> Ing. 1921, S. 743. <sup>2)</sup> Ing. 1927, S. 234. <sup>3)</sup> Ing. 1923, S. 68. <sup>4)</sup> Ing. 1921, S. 728. <sup>5)</sup> Ing. 1924, S. 261. <sup>6)</sup> Ing. 1914, S. 561. <sup>7)</sup> Ing. 1913, S. 229. <sup>8)</sup> For tørret Sand fandtes:  $\rho = 1532$ ,  $T = 0,58$ . <sup>9)</sup> Ing. 1909, S. 410. <sup>10)</sup> Ing. 1908, S. 128. <sup>11)</sup> Sammenstampet. <sup>12)</sup> Med Bøhmes Litervægt fandtes 1456 og 0,52.

Tabel 2. Kornstørrelser i Sand og Betongrus.

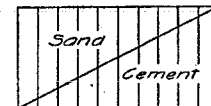
Nr.	Oprindelse	> 5	5—2	2—1,5	1,5—1	1—0,5	0,5—0 mm
1	Helsingør.....	0,5	1,6	1,2	3,1	33,7	59,9 %
2	— — — — —	0,1	0,5	1,4	4,9	50,8	42,3 -
3	— — — — — <sup>1)</sup>		18,2	5,7	8,2	21,5	46,4 -
4	— — — — —	12,7	22,4	11,3	16,1	21,0	16,5 -
5	Masnedsund.....	0,4	2,4	0,9	2,0	38,0	56,3 -
6	Køgebugt.....	20,1	15,1	5,8	7,9	23,9	27,2 -
7	— — — — — <sup>2)</sup>		42,3			57,7	
8	?.....	5,0	15,0			39,6	40,4 -
9	Møen <sup>3)</sup> .....		9,0			51,6	39,4 -
10	Taarbæk <sup>4)</sup> .....		10,0			37,2	52,8 -
11	— — — — — <sup>5)</sup>		16,2			45,7	38,1 -
12	— — — — — <sup>6)</sup>		27,0			44,5	28,5 -
13	Samsø <sup>7)</sup> .....		20,7			68,2	11,1 -
14	Samsø.....	15,2	27,3	7,9	9,7	22,3	17,6 -
15	— — — — —	37,5	49,8	5,8	3,7	2,7	0,5 -
16	Kallerup.....	12,8	25,3	4,0	6,3	25,9	25,7 -
17	Hedehusene.....		21,6		44,0		34,4 -

<sup>1)</sup> Korn større end 5 mm var fjernet i Laboratoriet. <sup>2)</sup> Saakaldet Aarhusgrus (§ 107). <sup>3)</sup> Se § 107.

Tabel 3. Kornstørrelser i Søsten.

Nr.		> 30	30—20	20—15	15—10	10—5	5—0 mm
18	Ærtesten (Sletterhøge).....	0,1	0	0	0	85,8	14,1 <sup>1)</sup> %
19	— (Møen).....	0	12,6	51,3	31,6	4,5 <sup>2)</sup> -	
20	— — — — —				71,1		28,9 <sup>3)</sup> -
21	Nøddesten (Strøby).....	12,7	33,1	18,8	20,1	12,7	2,6 -
22	— — — — —	10,3	58,2		29,1		2,4 -
23	— — — — —	4,9	43,7		43,8		7,6 -
24	— — — — —	6,1		57,9		29,0	4,9 -

74. Ved grafiske Fremstillinger af Mørtlers Egenskaber som Funktion af Blandingsforholdet faar Maaden, paa hvilken dette angives, stor Indflydelse paa Kurvens Form. Afsættes Forholdet Sand : Cement som Abscisse, falder alle Blandingsforhold mellem ren Cement og 1 : 1 paa Strækningen  $x = 0$  til  $x = 1$ , mens alle Blandingsforhold mellem 1 : 1 og rent Sand falder paa Strækningen  $x = 1$  til  $x = \infty$ . Afsættes derimod Forholdet Cement : Sand som Abscisse, bliver Fordelingen den omvendte. Den første Fremstillingsmaade samler altsaa de fede Mørtler paa en kort Strækning og spreder de magre over en uendelig lang, den anden Fremstillingsmaade gør det modsatte. Saadanne Vilkaarligheder kan komme til at paavirke de Slutninger, man drager af den grafiske Fremstilling, og der er derfor Grund til at søge efter en Fremstillingsmaade, der gør Ret og Skel til begge Sider. I Fig. 68 angiver Ordinatnerne til Skraaliniens Mørtelens Cementindhold og Ordinatnerne fra denne til den øvre vandrette Linie Sandindholdet; alle mulige Blandingsforhold er her fremstillede paa en begrænset Strækning af Abscisseaksen, og de fede og magre Mørtler er behandlede ganske ens. Dette er opnaaet ved som Abscisse at afsætte  $C : (C + S)$ , og i det følgende er dette Princip som Regel fulgt.



C : 0 20 40 60 80 100 %  
S : 100 80 60 40 20 0 %

Fig. 68.

## B. Betonens Kitmassetæthed og Trykstyrke.

### 1. Forskellen mellem Betonens Middeltæthed og Kitmassetæthed.

75. Betonens Middeltæthed. Da en Sten eller et Sandskorn af givet Volumen virker ens i Betonen, hvad enten Vægtfylden er stor eller lille, er det de absolute Rumfangsforhold, der bestemmer Betonens Egenskaber.

Betonens Rumfang  $R_b$  straks efter Udstøbningen er bestemt ved Rumfangs-ligningen:

$$R_b = r_c + r_s + r_{st} + V + L, \quad (7)$$

hvor  $V$  er Vandindholdet og  $L$  Luftindholdet.

En Del af Vandet vil forbinde sig kemisk med Cementen, hvorved Cementkornenes Rumfang vokser fra  $r_c$  til  $\alpha \cdot r_c$ . En anden Del af Vandet vil muligvis stige tilvejs og lejre sig ovenpaa Betonen, hvorved  $R_b$  formindskes. Et Formen utæt, kan der ogsaa sive Vand bort, hvilket enten medfører en Formindskelse af  $R_b$  eller en Indsugning af Luft. Den oprindelige Luftmængde bliver i sidste Tilfælde forøget, men den kan ogsaa blive formindsket ved, at en Del stiger

<sup>1)</sup> 5—2 mm: 11,6 %; 2—0,5 mm: 0,8 %; 0,5—0 mm: 1,7 %. <sup>2)</sup> 5—2 mm: 1,1 %; 2—0 mm: 3,4 %. <sup>3)</sup> 5—2 mm: 22,6 %; 2—0,5 mm: 3,0 %; 0,5—0 mm: 3,3 %.

tilvejs i Form af Blærer. Disse Ændringer fortsætter sig, indtil Massen er størknet; dens Rumfang er da formindsket til:

$$R_b = \alpha \cdot r_c + r_s + r_{st} + v + l, \quad (8)$$

hvor  $v$  er den Vandmængde, der ikke er kemisk bundet eller forsvundet, og  $l$  er den størknede Masses Luftindhold.

Paa dette Tidspunkt er Porerumfanget altsaa:

$$p = v + l, \quad (9)$$

og denne Størrelse saavel som  $R_b$  ændres ikke under den videre Hærdning, naar der ses bort fra de Ændringer, som Svindet og de kemiske Processer medfører. Hvis nemlig en Del af Vandet fordamper, suges der Luft ind i Stedet, og hvis der tilføres Betonen Vand, drives en tilsvarende Luftmængde ud.

Størrelsen  $\alpha$  vokser, efterhaanden som Hærdningen skrider frem, men dette ser vi bort fra og indfører  $\alpha = 1$ , hvorved Tætheden findes for lille (§ 82). Man faar da:

$$R_b = r_c + r_s + r_{st} + p. \quad (10)$$

Betonens Tæthed er følgende:

$$T_b = \frac{r_c + r_s + r_{st}}{R_b} = \frac{r_c + r_s + r_{st}}{r_c + r_s + r_{st} + p}. \quad (11)$$

**76. Kitmassens Tæthed.** Den ved (11) definerede Tæthed er ingen Maalestok for Betonens Godhed; denne bestemmes af Kitmassens Tæthed, idet vi ved Kitmassen forstaar den samlede Masse af Cement, Vand og Luft, der sammenkitter Sand og Sten, og hvis Tæthed er:

$$T_k = \frac{r_c}{r_c + p}. \quad (12)$$

Forsøg viser, at Betonens Trykstyrke paa et givet Tidspunkt kan udtrykkes ved:

$$S^c = K \cdot T_k^n \quad (13)$$

hvor  $K$  er en Konstant, hvis Størrelse dels afhænger af Cementens Egenskaber, dels af Betonens Lagringsforhold og Alder, medens  $n$  er en anden Konstant, der ofte sættes lig 2, men i Virkeligheden kan variere fra 1,75 til 3,5, uden at man endnu er klar over Aarsagerne til denne Variation. Sandskornenes og Stenenes Styrke spiller en uvæsentlig Rolle, naar Styrken da ikke er unormalt ringe; deres Størrelse, Form og Overfladebeskaffenhed har derimod stor Indflydelse paa Betonens Styrke, men i Hovedsagen kun, fordi disse Faktorer paavirker  $p$  og dermed  $T_k$ .

**77. Sandfri Cementmørtel** har:

$$T_b = T_k = \frac{r_c}{r_c + p_1}. \quad (11a)$$

Udrøres Cementen med ulige store Vandmængder, faas ulige store Værdier af  $p_1$  og dermed af  $T_k$  og  $S^c$ . En tørstøbt Mørtel har mange Luftporer, derfor er  $p_1$  stor og  $T_k$  lille; med voksende Vandmængde vokser  $T_k$  til et Maksimum, der naaes, naar Mørtelen har Normalkonsistens. Næsten al Luften er da uddrevet; tilsættes mere Vand, aftager  $T_k$ , fordi dette Vand fylder mere end den

Luft, det uddriver. For Portlandcement- og Alcementmørtel af Normalkonsistens fandt jeg  $T_k$  lig 0,57 og 0,55. Til  $T_k = 0,55$  svarer  $p_1 = 0,8 r_c$ ; en saadan Mørtel bestaar derfor af 55 % Cement + 45 % Porer; med hver 1 mm<sup>3</sup> Cement følger 0,8 mm<sup>3</sup> Porer, alt under Forudsætningen  $\alpha = 1$ .

**Blandes der Sand i Mørtelen**, maa Vandmængden forøges, hvis Konsistensen skal forblive uforandret, men Tilføjelsen af Sandkornene (der forudsættes uporøse) vil dog forøge den samlede Masses Tæthed, som nu er:

$$T_m = \frac{r_c + r_s}{r_c + r_s + p_2}. \quad (11b)$$

For plastisk udstøbt Mørtler med forskelligt Sandindhold (Strandsand 0 — 5 mm) fandt jeg følgende Tætheder:

Cement	0	15	20	25	30	40	100 kg
Sand	100	85	80	75	70	60	0 -
$T_m$	0,72	0,73	0,72	0,73	0,72	0,72	0,55

Forholdene er grafisk fremstillede i Fig. 69. Værdien for det rene Sand fandtes ens, hvad enten Sandet var helt tørt eller drivvaadt ved Sammenstamping. Tætheden ses at være uafhængig af Cementindholdet, naar dette ikke er meget stort; de 6 magreste Mørtler har alle 27—28 % Hulrum (Vand + Luft). Cementen udfylder naturligvis nogle af Mellemmrummene mellem Sandkornene, men samtidig spreder den disse, og de to Virkninger ophæver hinanden.

Hvis man i (11b) indsætter  $T_m = 0,72$ , findes  $p_2 = 0,39 \cdot (r_c + r_s) \approx 0,4 \cdot (r_c + r_s)$ ; med 1 mm<sup>3</sup> Cement + Sand følger altsaa 0,4 mm<sup>3</sup> Porer.

Kurven for  $T_m$  vil variere noget med Sandets Art og med den Maade, paa hvilken man afgør, om Mørtlerne har samme Konsistens; undertiden stiger  $T_m$  svagt med Cementprocenten til et Maksimum ved  $P_2 = 3P_1$ .

Den Vandmængde, Sandet fører med sig, forøger  $p$  og formindsker  $T_k$  og dermed  $S^c$ . For Forsøgs-mørtlerne fandtes:

Cement	0	15	20	25	30	40	100 kg
Sand	100	85	80	75	70	60	0 -
$T_k$	0	0,26	0,31	0,37	0,40	0,48	0,55
$S^c$	0	205	273	376	450	573	699 at

De punkterede Linier i Fig. 69 viser Variationen. Man ser, at  $T_k$  i Mod-sætning til  $T_m$  vokser med Cementprocenten paa samme Maade som Styrken gør det. Man skelner undertiden mellem »tætte« og »utætte« Mørtler, men uden Grund, thi  $T_k$  varierer jævnt fra Nul hos det rene Sand til 0,55 hos den rene Cement.

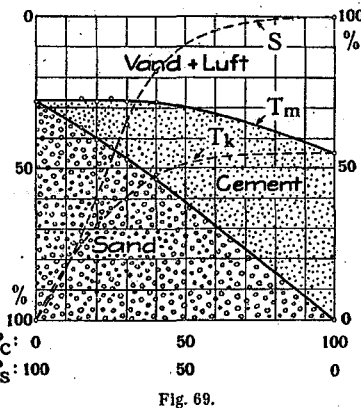


Fig. 69.

Tilsættes yderligere uporøse Sten, maa Vandmængden atter forøges, omend kun i ringe Grad<sup>1)</sup>, saaledes at den stærkede Betons Middeltæthed og Kitmassetæthed bliver:

$$T_b = \frac{r_c + r_s + r_{st}}{r_c + r_s + r_{st} + P_b}, \quad T_k = \frac{r_c}{r_c + P_b} \quad (11c) \quad (12c)$$

Ogsaa i dette Tilfælde er det  $T_k$ , der bestemmer Styrke og Vandtæthed, medens  $T_b$  bestemmer Vægt og Udbytte.

78. Aarsagen til, at en Sand- og Stentilsætning medfører en forøget Vandtilsætning og dermed en porøsere Kitmasse, er den samme, som bevirker, at Sands Lejrings-tæthed er ringere langs en begrænsende Væg end midt i Bunken (Fig. 70). I Forhold til Cementkornene virker Sandskornene og Stenene som begrænsende Vægge, der kun tangerer Cementkornene, saaledes at disses Mellemrumsprocent forøges langs Væggen.

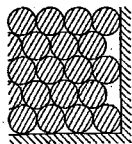


Fig. 70.

Til Fyldning af disse Mellemrum maa Cementgrøden afgive Vand, og dette maa den have erstattet, hvis Konsistensen skal forblive uforandret.

79. Forholdet mellem  $T_b$  og  $T_k$ . Er Betonens Rumfang  $R_b$ , kan (11c) skrives:

$$T_b = \frac{R_b - P_b}{R_b}, \quad \text{hvoraf:} \quad P_b = R_b \cdot (1 - T_b), \quad \text{der indført i (12c) giver:}$$

$$T_k = \frac{\frac{r_c}{R_b}}{1 + \frac{r_c}{R_b} - T_b}$$

To Betoner med samme  $T_b$  vil altsaa kun faa samme  $T_k$  og dermed samme Styrke, saafremt de er lige cementrige.

## 2. Bestemmelse af Kitmassens Tæthed.

80. Uporøse Tilslagstoffer.  $T_k$  kan bestemmes paa en Byggeplads ved simple Vejlinger og Maalinger, saafremt Sand og Sten er uporøse. Først maa Sandets og Stenenes Vandindhold findes; den med 1<sup>kg</sup> tørt Sand følgende Vandmængde kaldes  $v_s^{kg}$ , den med 1<sup>kg</sup> tørre Sten følgende kaldes  $v_{st}^{kg}$ .

Sammenblandes  $P_c^{kg}$  Cement,  $P_s \cdot (1 + v_s)^{kg}$  fugtig Sand,  $P_{st} \cdot (1 + v_{st})^{kg}$  fugtige Sten og  $V^{kg}$  Vand, bliver den samlede Vandvægt:

$$P_v = P_s \cdot v_s + P_{st} \cdot v_{st} + V$$

og Vægten af samtlige Stoffer:

$$P_b = P_c + P_s + P_{st} + P_v \quad (14)$$

Fyldes en Form med denne Masse, og vejes den tiloversblevne Rest  $P_R^{kg}$ , vil Vægten af den udstøbte Masse være  $P_b - P_R$ , og forudsættes Resten at have samme Blandingsforhold som den udstøbte Masse, skal man i (14) multiplicere med  $(P_b - P_R)$ :  $P_b$  paa begge Sider af Lighedstegnet for at finde de i Formen indgaaede Vægtmængder. For Sæmpelheds Skyld forudsættes  $P_R = 0$ , saaledes at (14) angiver de i Formen indgaaede Vægtmængder. Hvis man efter  $x$  Døgns Lagring (vaad eller tør) afformer Betonen, uden at der gaar Materiale tabt, og finder, at dens Rumfang er  $R_b$ , haves:

$$R_b = r_c + r_s + r_{st} + p. \quad (15)$$

I dette Udtryk er kun  $p$  ukendt, eftersom

$$r_c = \frac{P_c}{\gamma_c} \quad r_s = \frac{P_s}{\gamma_s} \quad r_{st} = \frac{P_{st}}{\gamma_{st}}$$

<sup>1)</sup> Bolomey fandt, at rundkornet Grus' Vandbehov kan udtrykkes ved:  $P_v : P_g = 0,1 : \sqrt[3]{d^2}$ , naar  $d$  er Middeldkornstørrelsen i mm,  $P_v$  og  $P_g$  Vandets og Grusets Vægt.

Oftte kan regnes med Vægtfylderne:  $\gamma_c = 3,1$ ,  $\gamma_s = \gamma_{st} = 2,65$ .

Af (15) findes:  $r_c + p = R_b - r_s - r_{st}$ , altsaa:

$$T_k = \frac{r_c}{r_c + p} = \frac{r_c}{R_b - r_s - r_{st}}$$

Vil man opløse  $p$  i de to Bestanddele  $v$  og  $l$ , maa Betonens Vægt  $P_b'$  straks efter Afformningen bestemmes. Sammenlignes denne Vægt med (14), kan Forskellen kun skyldes bortsvivet og fordampet Vand, naar Kulsyreoptagelsen regnes lig Nul. Den resterende Vandmængde er da  $v = P_v - (P_b - P_b')$  og Luftmængden:  $l = p - v$ .

81. Porøse Tilslagstoffer. Er Sandet eller Stenene af et porøst Materiale, betyder  $r_s$  og  $r_{st}$  Kornenes Rumfang indbefattet de Porer, i hvilke Cementen ikke kan trænge ind, medens  $\gamma_s$  og  $\gamma_{st}$  betyder Kornenes Vægt divideret med dette Rumfang.

For Sandets Vedkommende kan  $\gamma_s$  bestemmes med en 500<sup>cm³</sup> Maaleflaske. Man afvejer 100<sup>g</sup> tørt Sand og fylder dette i Flasken sammen med ca. 20<sup>cm³</sup> Petroleum. Flasken rystes godt og henstilles i mindst 15 Minutter, for at Sandskornene kan mætte sig med Petroleum. Derpaa fyldes Flasken indtil noget under 500<sup>cm³</sup> Mærket fra en Burette med Kogsaltpopløsning, og Flasken rystes, indtil alle Luftblærer er undvegne. Den Petroleumsmængde, som ikke er suget ind i Kornene, vil leje sig ovenpaa Saltopløsningen, da den er lettere, og man efterfylder da saa megen Opløsning, at Skillefladen staar ud for 500<sup>cm³</sup> Mærket. Er der paafuldt ialt  $v^{cm³}$  Saltopløsning, er Rumfanget af Sandskornene indbefattet disses petroleumsfyldte Porer  $500 - v$ , altsaa:

$$\gamma_s = \frac{100}{500 - v} \text{ g/cm}^3.$$

For Stenenes Vedkommende kan man bestemme  $\gamma_{st}$  ved at afveje 1<sup>kg</sup> tørre Sten, mætte dem med Vand, affør dem med et Klæde og derefter bestemme, hvor meget Vand de kan fortrænge. Er denne Vandmængde  $v^{cm³}$ , haves:

$$\gamma_{st} = \frac{1000}{v} \text{ g/cm}^3.$$

82. Kitmassens sande Tæthed. Den beregnede Værdi af  $T_k$  er ikke Kitmassens sande Tæthed, eftersom der ikke er taget Hensyn til Virkningen af de kemiske Processer. Ved Cementens Hydrering svulmer Kornene op fra  $r_c$  til  $r_c'$ , og det Vand, der saaledes bindes, tages fra  $p$ , som derved formindskes til  $p'$ . Man har da  $r_c' + p' = r_c + p$ , og Kitmassens sande Tæthed bliver:

$$T_k' = \frac{r_c'}{r_c' + p'}$$

Da  $r_c'$  er proportional med  $r_c$ , bliver  $T_k'$  proportional med  $T_k$ .

Den Vandmængde, som bindes ved Hærdningen, lader sig vanskeligt bestemme, fordi der ingen skarp Grænse er mellem det kemisk bundne Vand og det hygroskopisk bundne. Eftersom dette sidste udrives ved en mer eller mindre stærk Opvarmning eller ved blot at henlægge Prøvelegemet i en Ekssikator eller Svovlsyre findes forskellige Værdier. Desuden afhænger den bundne Vandmængde af Lagringsmaaden. Ved Vandlagring vokser den med Lagringstiden og kan efter nogle Aars Forløb udgøre indtil 30% af Cementens oprindelige Vægt. Ved Lagring i tør Luft naar den snart et Maksimum, dels fordi Kapillarvandet delvis fordamper, inden det er bundet, dels fordi noget af det bundne Vand udrives af Luftens Kulsyre og fordamper. Endvidere vokser den kemisk bundne Vandmængde med Cementens Finmallsgrad og med Støbevandets Mængde; naar Forholdet  $P_v : P_c$  varierer fra 0,3 til 0,7, kan den bundne Vandmængde efter 4 Ugers Lagring variere fra 0,18  $P_c$  til 0,25  $P_c$ <sup>1)</sup>.

Som Følge af Vand- og Kulsyreoptagelsen synker Cementens Vægtfylde fra 3,1 til 2,6 à 2,3. Regnes med 2,6 og med kun 10% Vægtforøgelse (Vand + Kulsyre), bliver Rumfanget af 1<sup>kg</sup> raa Cement:  $r_c = \frac{1}{3,1} = 0,323 \text{ cm}^3$ , medens den samme Cementmængde efter Hydreringen vejer 1,1<sup>kg</sup> og

har Rumfanget  $r_c' = \frac{1,1}{2,6} = 0,42 \text{ cm}^3$ . Heraf følger  $r_c' = 1,3 r_c$  og  $T_k' = 1,3 T_k$ , saaledes at Kitmassens sande Tæthed aabenbart i Reglen er langt større end Beregningsstørrelsen  $T_k$ . Er Cementen, Støbevandsprocenten og Hærdningsmaaden givne, vil  $T_k'$  og  $T_k$  være proportionale, saaledes at man ved i (13) at ombytte  $T_k$  med  $T_k'$  blot finder en mindre Værdi af  $K$ , medens  $n$  forbliver uændret.

<sup>1)</sup> Se ogsaa *Betong* 1930, S. 4.

### 3. Trykstyrkens Afhængighed af Kitmassens Tæthed.

83. Rigtigheden af det foregaaende fremgaar af Fig. 71, der viser Samhøigheden af Betonens Trykstyrke og Kitmassens Tæthed for 3 Døgn gammel Alcementbeton udstøbt plastisk. Tallene ved de afsatte Punkter henviser til Tabellen i § 85, hvori Blandingsforhold m. m. er indført. Skønt de mest forskellige Blandingsforhold er repræsenterede lige fra ren Cement til de magreste Betonsorter og sandfri Betonsorter, varierer Styrken paa meget regelmæssig Maade med Kitmassens Tæthed. Den tegnede Kurve, der slutter sig nær til Forsøgsværdierne, har Ligningen:

$$S^c = 2410 \cdot T_k^{1,785} \\ = 5,26 \cdot N \cdot T_k^{1,785}$$

hvor N er Cementens Normstyrke paa det paagældende Tidspunkt. Man faar imidlertid tilstrækkelig god Overensstemmelse med Forsøgsresultaterne ved at erstatte Kurven med 2' Grads Parabel med Ligningen:

$$S^c = 3025 \cdot T_k^2 = 6,6 \cdot N \cdot T_k^2$$

Lignende Resultater fandtes for Mørtler fremstillede af Portlandcement og Normalsand (Fig. 72)<sup>1)</sup>, og ved disse Forsøg var ikke blot  $P_c : P_s$  saare variabel, men ogsaa Støbevandsmængden; nogle af Mørtlerne var langt tørrere, end de bruges i Praksis, andre var saa vaade, at de efter at være hældt i Formen satte sig 12% inden Størkningen. Prøvelegemerne var Tærninger lagrede 1 Døgn i fugtig Luft, 6 Døgn i Vand og 21 Døgn i Laboratorieluft. Hvert indcirklet Punkt i Figuren svarer til en enkelt Tærning. Kurvens Ligning er:

$$S^c = 6600 \cdot T_k^{3,5}$$

Tilsvarende Forsøg<sup>2)</sup> blot med en anden Cement og andre Lagringsmaader, nemlig dels 1 Døgn i fugtig Luft + 41 Døgn i Vand, dels 1 Døgn i fugtig Luft + 41 Døgn i Laboratorieluft, gav Punkterne i Fig. 73; her svarer hvert enkelt Punkt til Middeltallet for 4 ens Tærninger. Kurvernes Ligning er:

$$\text{Vandlagring: } S^c = 4780 \cdot T_k^{2,84} \quad \text{Luftlagring: } S^c = 3400 \cdot T_k^{2,83}$$

Lagringsmaaden har altsaa ikke paavirket Eksponenten.

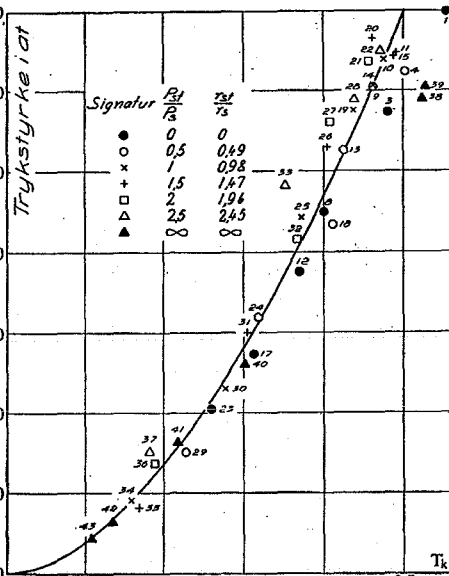


Fig. 71. Trykstyrkens Vækst med Kitmassens Tæthed.

Fig. 71. Trykstyrkens Vækst med Kitmassens Tæthed:

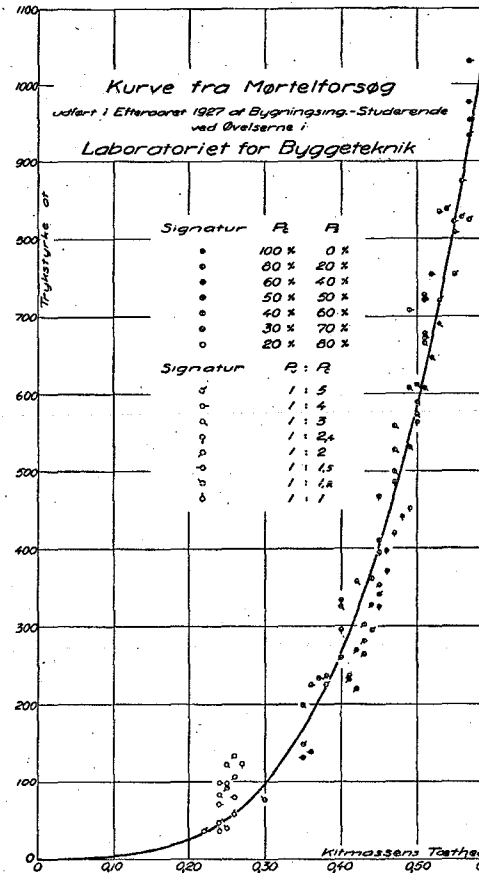


Fig. 72.

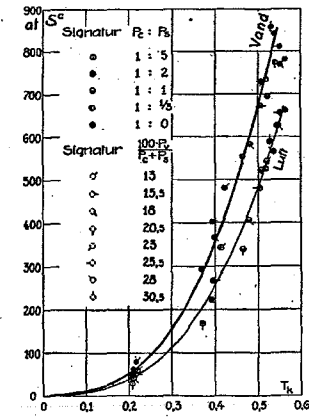


Fig. 73.

84. Allerede i forrige Aarhundrede opstillede Feret Loven  $S^c = K \cdot T_k^2$ , dog kun for Mørtler og kun for plastisk Konsistens<sup>1)</sup>. Talbot har udvidet den til at gælde for plastisk Beton under Formen  $S^c = K \cdot T_k^n$  og har for n fundet Værdier indtil 2,5. Bægge bestemmer de  $T_k$  straks efter Udstøbningen, faar altsaa ikke Virkningen af en eventuel Sænkning med og har derfor kun kunnet finde Loven bekræftet, naar Konsistensen var en saadan, at der ingen væsentlig Sænkning indtraadte inden Størkningen.

Ved at udskyde Bestemmelsen af  $T_k$  til efter Størkningen opnaar man, som ovenstaaende Forsøg viser, at Loven bliver gyldig for alle Konsistenser, altsaa ogsaa for de overplastiske, som hyppigt bruges i Praksis.

Den ændrede Fremgangsmaade ved Bestemmelsen af  $T_k$  kunde antages at være Grunden til de høje Værdier af Eksponenten, men er det kun i underordnet Grad; der maa være andre endnu uopklarede Aarsager. Een af disse er muligvis at søge i det ejendommelige Sandmateriale, Normalsandet. Ogsaa Lagringstiden maa antages at paavirke n.

<sup>1)</sup> Se ogsaa Beretningen fra Materialprøvekongressen i Amsterdam 1927. Bind II, S. 127.

<sup>1)</sup> Ing. 1929, S. 82.  
<sup>2)</sup> B. u. E. 1929, S. 401.

Man kan altsaa ikke fra  $T_k$  slutte til Betonens absolutte Styrke, fordi Konstanterne i Ligningen paa Forhaand er ubekendte; derimod kan man, i Tilfælde hvor Styrkeforsøg er udelukkede, træffe sit Valg af Tilslagsstoffer og Blandingsforhold paa Grundlag af Prøvestøbninger, ved hvilke  $T_k$  bestemmes (§ 80 - 81), idet den Beton, hvis  $T_k$  bliver størst, ogsaa faar størst Styrke.

85. Forsøgsrækker. Fig. 71 og mange senere Figurer stammer fra en Forsøgsrække med Alcement udført for Firmaet Christiani & Nielsen<sup>1)</sup>.

Betonens Nr.	Blandingsforhold				Trykstyrke efter 3 Døgn	Betonens Vægt efter 3 Døgn	Beton-udbytte af 100 m <sup>3</sup> Cement + Sand + Sten	1 m <sup>3</sup> Beton, 3 Døgn gammel, indeholder							Betonens Nr.						
	efter Vægt							efter Vægt													
	efter Maal							i Rumfangsprocent													
	Cement	Sand	Sten	Vand				Cement	Sand	Sten	Vand	Cement	Sand	Sten		Vand	Luft				
P <sub>c</sub>	P <sub>s</sub>	P <sub>st</sub>	V	R <sub>c</sub>	R <sub>s</sub>	R <sub>st</sub>	S <sup>c</sup>	P <sub>c</sub>	P <sub>s</sub>	P <sub>st</sub>	P <sub>v</sub>	R <sub>c</sub>	R <sub>s</sub>	R <sub>st</sub>	v	l					
kg	kg	kg	kg	m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	at	kg	kg	kg	kg	%	%	%	%	%					
1	100	0	0	26,0	1	1,35	699	2138	74,0	1711		427	55,4		42,7	1,9	1				
3	40	60	0	14,3	1	1,35	573	2243	67,4	800	1197	246	25,9	46,0	24,6	3,5	3				
4	40	40	20	12,9	1	0,90	0,41	623	2297	378	66,7	823	819	410	245	26,6	31,5	15,5	24,5	1,9	4
8	30	70	0	13,1	1	2,10	450	2211	69,5	588	1367	256	19,0	52,5	25,6	2,9	8				
9	30	46,7	23,3	11,4	1	1,40	0,63	604	2335	319	66,5	631	975	486	243	20,4	37,5	18,4	24,3	-0,6	9
10	30	35	35	10,7	1	1,05	0,95	639	2330	209	66,2	637	741	741	211	20,6	28,6	28,0	21,1	1,7	10
11	30	28	42	10,4	1	0,84	1,14	647	2372	172	65,7	646	600	905	221	20,9	23,1	34,2	22,1	-0,3	11
12	25	75	0	12,9	1	2,70	376	2180	69,2	495	1472	213	16,0	56,7	21,3	6,0	12				
13	25	50	25	10,6	1	1,80	0,81	526	2281	297	67,0	525	1047	521	188	17,0	40,9	19,7	18,8	4,2	13
14	25	37,5	37,5	9,63	1	1,35	1,22	606	2363	191	65,3	548	811	812	197	17,6	31,2	30,7	19,7	0,8	14
15	25	30	45	9,13	1	1,08	1,46	643	2391	155	64,3	555	662	995	179	18,0	25,5	37,6	17,9	1,0	15
17	20	80	0	13,1	1	3,60	273	2188	70,9	390	1551	247	12,6	59,7	24,7	3,0	17				
18	20	53,3	26,7	9,62	1	2,40	1,08	434	2299	269	65,1	434	1149	575	141	14,0	44,2	21,7	14,1	6,0	18
19	20	40	40	8,44	1	1,80	1,63	575	2387	176	64,5	443	881	884	179	14,3	33,9	33,4	17,9	0,5	19
20	20	32	48	8,00	1	1,44	1,95	665	2425	144	64,0	452	720	1078	175	14,6	27,7	40,6	17,5	-0,4	20
21	20	26,7	53,3	7,50	1	1,20	2,17	636	2416	130	64,4	450	599	1192	175	14,6	23,0	45,0	17,5	-0,1	21
22	20	22,9	57,1	8,00	1	1,08	2,32	649	2421	120	64,0	454	517	1294	156	14,7	19,9	48,9	15,6	0,9	22
23	15	85	0	12,9	1	5,10	205	2145	71,0	294	1650	201	9,5	63,5	20,1	6,9	23				
24	15	56,7	28,3	10,0	1	3,40	1,53	319	2264	264	67,7	314	1189	589	172	10,2	45,7	22,2	17,2	4,7	24
25	15	42,5	42,5	7,75	1	2,55	2,30	443	2349	166	65,1	332	934	935	148	10,7	35,9	35,3	14,8	3,3	25
26	15	34	51	7,50	1	2,04	2,76	530	2391	137	64,8	340	765	1149	137	11,0	29,4	43,4	13,7	2,5	26
27	15	28,3	56,7	7,00	1	1,70	3,07	561	2415	121	64,5	340	637	1283	155	11,0	24,5	48,5	15,5	0,5	27
28	15	24,3	60,7	6,62	1	1,46	3,29	588	2431	111	63,5	346	556	1401	128	11,2	21,4	53,0	12,8	1,6	28
29	10	60	30	10,4	1	5,40	2,44	151	2229	252	69,4	206	1230	615	178	6,7	47,4	23,2	17,8	4,9	29
30	10	45	45	8,50	1	4,05	3,66	230	2317	159	66,8	218	974	976	149	7,1	37,5	36,9	14,9	3,6	30
31	10	36	54	7,38	1	3,24	4,38	300	2361	129	65,7	224	799	1203	135	7,2	30,8	45,5	13,5	3,0	31
32	10	30	60	6,25	1	2,70	4,87	416	2413	112	63,5	234	696	1390	93	7,6	26,8	52,5	9,3	3,3	32
33	10	25,7	64,3	5,62	1	2,31	5,22	482	2434	105	64,2	231	594	1480	129	7,5	22,8	55,9	12,9	0,9	33
34	5	47,5	47,5	7,88	1	8,55	7,72	91	2299	152	67,3	109	1022	1023	145	3,5	39,4	38,6	14,5	4,0	34
35	5	38	57	7,75	1	6,84	9,26	82	2309	124	67,3	109	832	1252	116	3,5	32,0	47,3	11,6	5,6	35
36	5	31,7	63,3	6,25	1	5,71	10,3	137	2310	109	66,2	112	712	1420	66	3,6	27,4	53,6	6,6	8,8	36
37	5	27,1	67,9	6,00	1	4,88	11,0	151	2302	102	66,8	112	604	1510	76	3,6	23,2	57,0	7,6	8,8	37
38	40	0	60	10,8	1	1,22	5,89	2351	123	67,5	848		1261	222	27,4	47,6	22,2	2,2	2,8	38	
39	30	0	70	8,2	1	1,90	6,04	2403	99,3	65,0	670		1560	173	21,7	58,9	17,3	2,1	1,9	39	
40	20	0	80	5,59	1	3,25	2,60	2026	100	76,7	389		1545	92	12,6	58,3	9,2	19,9	40		
41	15	0	85	4,28	1	4,60	1,63	1893	99,6	81,9	277		1557	59	9,0	58,7	5,9	26,4	41		
42	10	0	90	2,98	1	7,30	64	1755	100	88,3	172		1551	32	5,6	58,5	3,2	32,7	42		
43	7,7	0	92,3	2,38	1	9,74	43	1724	97,5	88,5	134		1593	-3	4,3	60,1	-0,3	35,9	43		

<sup>1)</sup> Med 0,6 % Vand. <sup>2)</sup> Med 0,5 % Vand. <sup>3)</sup> Udover hvad Sand og Sten indeholdt. <sup>4)</sup> Med 2,9 % Vand. <sup>5)</sup> Vandfri.

<sup>1)</sup> E. Suenson: Trykforsøg med Alcementbeton (Ing. 1924, S. 261).

Sandet var Strandsand. I svagt fugtig Tilstand (2,9 % Vand) var dets Rumvægt  $\rho_s = P_s \cdot R_s = 1441 \text{ kg/m}^3$  og Tæthedegraden  $T_s = R_s \cdot R_c = 0,539$ ; i tør Tilstand var Vægtfylden 2,60 og Kornstørrelsen:

Kornstørrelse i mm:					
5-2	2-1,5	1,5-1	1-0,5	0,5-0	
Vægtprocent:					
18,2	5,7	8,2	21,5	46,4	

Sandets Styrkeindeks (§ 104) var følgende:  $a = 3 \cdot 18,2 + 2 \cdot 35,4 + 1 \cdot 4 \cdot 46,4 = 190$ .

Stenene var Sønddesten (1-3 cm). I svagt fugtig Tilstand (0,5 % Vand) fandtes  $\rho_{st} = 1559 \text{ kg/m}^3$ ,  $T_{st} = 0,585$ . Vægtfylden var 2,65.

Blandingsforholdene nummereredes 1-43; en Oversigt findes i hoesstaaende lille Tabel. I den store Tabel er Betonerne opstillede i Nummerorden, og Blandingsforholdet er angivet saaledes, at Summen af de tre Tørstoffers Vægt er 100 kg.

De ved Forsøgene benyttede Vægtforhold kan omregnes til Maalforhold i Byggepladsmaal (fugtige Stoffer) og i absolut Maal ved Ligningerne:

$$\frac{R_{st}}{R_s} = 0,904 \quad \frac{P_{st}}{P_s} = 0,921 \quad \frac{r_{st}}{r_s}$$

$$\frac{R_s}{R_c} = 0,900 \quad \frac{P_s}{P_c} = 0,762 \quad \frac{r_s}{r_c}$$

En Forsøgsbeton, hvis Blandingsforhold er opgivet til  $P_s^{kg}$  Cement +  $P_s^{kg}$  Sand +  $P_{st}^{kg}$  Sten, kan paa en Byggeplads fremstilles af

$$\frac{P_c}{1265} \text{ m}^3 \text{ Cement} + \frac{P_s}{1408} \text{ m}^3 \text{ Sand} + \frac{P_{st}}{1559} \text{ m}^3 \text{ Sten.}$$

Af dette Udtryk er Blandingsforholdet efter Maal udregnet og derefter indført i Tabellen. Prøvelegemerne var 10 cm Tærninger støbte plastisk i hovelede Jærnforme.

Den hærdnede Betons Sammensætning i Rumfangsprocent er udregnet paa den i § 80 angivne Maade, idet der er set bort fra, at Cementen og en Del af Vandet har indgaaet en kemisk Forbindelse. Betonens ringe Luftindhold er en Følge af dens Ungdom; ved længere Tids Luft hærdning vilde en stor Del af Vandet være fordampet og erstattet med Luft. Naar Luftindholdet i 4 Tilfælde er fundet negativt, maa det erindres, at de i § 80 gjorte Forudsætninger ikke kan stemme helt med Virkeligheden; saaledes kan den ubrugte Betonsammensætning afvige noget fra Prøvelegemernes. Dette gælder navnlig de sandfri og meget stenrige Betonsorter og er Aarsagen til, at Vandindholdet i Nr. 43 er fundet negativt.

### C. Betonens Middeltæthed og Vægt.

#### 1. Betonens Vægt.

86. Fig. 74 viser, hvorledes Vægten af 3 Døgn gammel Alcementbeton (Strandsand, Sønddesten, plastisk Konsistens) varierer med Blandingsforholdet. Man ser, at den rene Cement (Nr. 1) er lettest; naar den blandes med Sand (nederste Kurve), vokser Vægten til et Maksimum og synker ved yderligere Sandtilsætning. Naar en given Mørtel blandes med Sten, vokser Vægten; ogsaa her maa der være et Maksimum, men det er ikke naaet ved de foreliggende Forsøg, i alt Fald kun for de meget magre Mørtler. Man faar den tungeste Beton ved at bruge en Mørtel med Bifh. ca. 1 : 2 og tilsætte saa mange Sten, som Mørtelen er i Stand til at rumme.

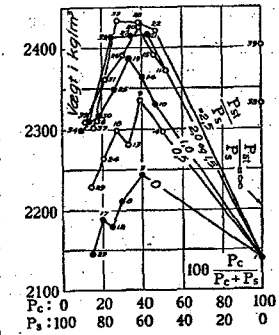


Fig. 74. Betonens Vægt.

Naar en given Betons Støbmandsprocent varierer, kan Vægten regnes at blive Maksimum, naar Konsistensen er jordfugtig eller lidt vaadere.

**Jærnbetons Vægt** regnes som Regel lig  $2400 \text{ kg/m}^3$  uafhængig af Jærnmængde og Blandingsforhold.

For uarmeret Beton og Mørtel findes Vægttal til Brug ved Styrkeberegninger i *Husbygningsnormerne* § 1.

For de sandfri Betoner i Fig. 74 fandtes:

Cement:	100	40	30	20	15	10	7,7	0	kg
Sten:	0	60	70	80	85	90	92,3	100	-
Vægt:	2138	2331	2403	2026	1893	1755	1724	1559	$\text{kg/m}^3$
$S^c$ :	699	589	604	260	163	64	43		at

For Portlandcementmørtel af Strandsand, luftlagret, 28 Døgn gammel, fandtes (Ing. 1913, S. 234):

Kornstørrelse:	7,3-5	5-2	2-1	1-0,5	0,5-0 mm	
1:2 { 10 % Vand	2,31	2,28	2,25	2,22	2,12	kg/l
12½ - -	2,26	2,25	2,21	2,18	2,10	
15 - - -	2,19	2,17	2,19	2,16	2,08	
10 - - -	1,98	2,02	2,08	2,02	2,04	
1:4 { 12½ - -			2,07	2,00	1,99	
15 - - -			2,06	1,99	1,94	

**Vægt og Trykstyrke.** For Beton af ens Alder fremstillet i ens Konsistens og af ens Materialer, men i forskelligt Blandingsforhold, er der følgende Forbindelser mellem Vægt og Trykstyrke. (1) Af to lige tunge Betoner er den cementrigeste stærkest. (2) Af to lige stærke Betoner er den cementrigeste lettest. (3) Naar Betonens Cementindhold er givet, stiger Styrken med Vægten og hurtigere end denne. (4) Naar Forholdet  $\frac{S^t}{S}$  er givet, stiger Styrken meget stærkt med Vægten.

Naar derimod to Betoner eller Mørtler har uens Kornstørrelse, er der ingen lovmæssig Forbindelse mellem Styrke og Vægt.

Styrken af Mørtler med variabel Støbevandsprocent, men iverigt ens, stiger stærkt med Vægten (Ing. 1913, S. 235).

## 2. Betonens Middeltæthed.

87. Betonens Middeltæthed er defineret ved Ligningen:

$$T_b = \frac{r_c + r_s + r_{st}}{R_b} = \frac{r_c + r_s + r_{st}}{r_c + r_s + r_{st} + p} = \frac{1 + \frac{r_{st}}{r_c + r_s}}{1 + \frac{r_{st}}{r_c + r_s} + \frac{p}{r_c + r_s}} \quad (16)$$

Medens man ikke kan dele Mørtlerne i tætte og utætte, kan man godt dele Betonerne paa denne Maade, idet vi definerer en tæt Beton som en Beton, der, bortset fra den langs Stenenes Overflade unndgaaelige Tæthedsforringelse (Fig. 70), ikke indeholder mere Hulrum, end dens Mørtel indeholder i stenfri Tilstand; vi vil dog foretrække at betegne en saadan Beton som mørtelmættet. Da en mørtelmættet Betons Porerumfang kun er lidet større end Mørtlens, for hvilken vi fandt (§ 77):  $p = 0,4 \cdot (r_c + r_s)$ , kan sidste Led i Nævneren for  $T_b$  tilnærmelsesvis erstattes med 0,4 eller en anden Konstant, og  $T_b$  ses da at være bestemt af  $r_{st} : (r_c + r_s)$ . For plastisk udstøbt Beton fandtes dette bekræftet (Fig. 75). Bortset fra de overfede Betoner med 40 og 30 % Cement, der ikke bruges i Praksis, og hvis  $p$  er større end de øvriges, medfører en konstant Værdi af  $r_{st} : (r_c + r_s)$  en konstant Værdi af  $T_b$ , uden Hensyn til om Betonen indeholder 5, 10, 15, 20 eller 25 % Cement  $\alpha$ : uafhængigt af Forholdet  $r_c : r_s$ . Endvidere ses Grænsen for de mørtelmættede Betoner at ligge ved Stenprocenten 60, overskrider denne Grænse, aflager  $T_b$  hurtigt.

Udskydes alle Betoner med unormalt Blandingsforhold ( $R_{st} < 1,5 R_s$  og  $R_s < 2 R_c$ ), ligger de øvrige mellem Linierne  $T_b = 0,83$  og  $T_b = 0,87$ , saaledes at man for de almindeligt brugte Betoner kan regne  $T_b = 0,85$ ; de indeholder altsaa 15 % Porer.

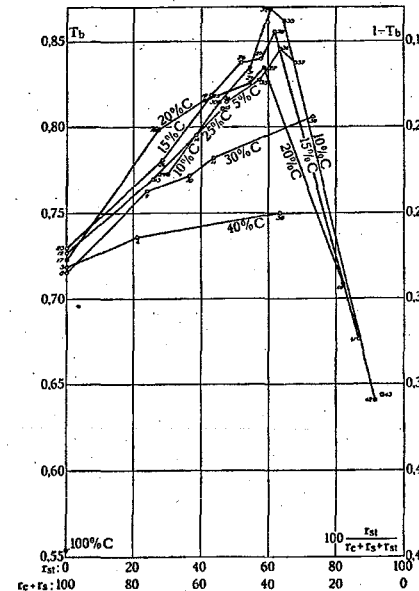


Fig. 75. Betons Middeltæthed.

$T_b$  er af Betydning for det Betonudbytte man faar af givne Materialmængder, og for Betonens Vægt og Pris; derimod bestemmes Styrke og Vandtæthed af  $T_k$ .

For Betoner med 5-25 % Cement stiger  $T_b$  jævnt fra 0,72 til 0,85, naar Stenprocenten stiger fra 0 til 60:

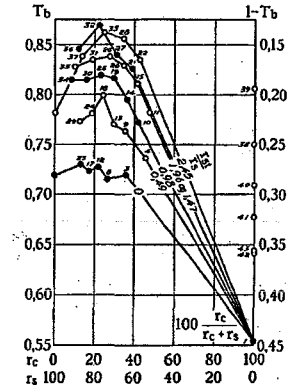


Fig. 76. Betons Middeltæthed.

$$T_b = 0,72 + 0,22 \cdot \frac{r_{st}}{r_c + r_s + r_{st}} \quad (17)$$

Dette Udtryk er i Formen afvigende fra (16), men overskueligere, og indenfor Gyldighedsområdet dækker de hinanden, som følgende Sammenstilling viser:

$\frac{r_{st}}{r_c + r_s}$	=	0	20	40	60
(16) giver $T_b$	=	0,71	0,76	0,81	0,86
(17) — $T_b$	=	0,72	0,76	0,81	0,85

Man tør da gaa ud fra, at Mørtelen i en plastisk Beton af Søsten har nogenlunde konstant Tæthed,  $T_m$ , uafhængigt af Stenholdigheden, saalænge Betonen er mørtelmættet.

Værdierne fra Fig. 75 er i Fig. 76 afsatte med Mørtelens Cementprocent som Abscisse. Den nederste Kurve gælder for stenfri Mørtel, de følgende for Beton med stigende Stenindhold.  $T_b$  er mindst (0,55) hos den rene Cement. Naar denne blandes med Sand (den nederste Kurve), vokser  $T_b$  hurtigt, og naar en af disse Mørtler blandes med Sten, vokser  $T_b$  yderligere.

## 3. Fullerkurven og lignende Kurver.

88. Fullerkurven. Betonens Middeltæthed afhænger ikke blot af Forholdet mellem Cement, Sand og Sten, men ogsaa af Kornstørrelsens Variation indenfor Sandet og Stenene, altsaa af de blandede Tørstoffers Kornkurve (se Fig. 297 i *Byggematerialer* III, 1911), og Amerikaneren Fuller har af sine talrige Forsøg draget den Slutning, at  $T_b$  bliver størst, naar Tørstoffernes Kornkurve er den i Fig. 77 viste<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Fuller & Thompson: Laws of proportioning concrete (Proceedings of the American Society of Civil Engineers 1907, S. 222).

Som Abscisse er afsat  $d : d_{\text{maks}}$ , idet  $d$  er de forskellige Sigtens Huldiameter,  $d_{\text{maks}}$  den maksimale Kornstørrelse. Som Ordinaten er afsat  $100 \cdot P_{0-d} : \Sigma P$ , hvor  $\Sigma P$  er Tørstoffernes samlede Vægt,  $P_{0-d}$  den Vægtmængde, der kan passere Sigtens med Huldiameter  $d$ . Kurveordinaten med Abscisse 0,1 angiver saaledes det procentiske Indhold af Korn, hvis Tværmaal er mindre end  $0,1 \cdot d_{\text{maks}}$ .

Fuller brugte til sine Forsøg en ret flydende Beton med  $P_c = \frac{1}{10} \cdot (P_c + P_s + P_{st})$  og bestemte  $T_b$  straks efter Udstøbningen.

Blanding efter Fullerkurven fører utvivlsomt til en fornuftigt sammensat Beton, hvis Stenindhold dog maaske er vel stort til mange Anvendelser, men der kan fremstilles fortræffelig Beton, der afviger fra Fullerkurven, og det Arbejde, der ofte anvendes paa at tilfredsstille Kurven, vilde være bedre anvendt til direkte Forsøg med de foreliggende Materialer. Navnlige skal 3 Punkter fremdrages, fordi de ofte overses:

(1) Kurven gælder for Materialer med følgende Vægtfylde: Cement 3,10, Rundsten og Strandsand 2,65, Skærver og Skærvesand 2,77. For at blive almenlydig maa den omregnes fra Vægtforhold til absolutte Rumfangsforhold.

(2) Fullerkurven giver Maksimum af  $T_b$ , ikke af Styrken; denne bestemmes af  $T_k$ .

(3) Den jævne Variation af Stenstørrelsen, som Kurven viser, forøger Stenenes Evne til at fastholde den vaade Mørtel under Transport og Udstøbning, men hverken  $T_b$  eller  $S^c$  bliver mindre ved Brug af Sten med ensartet Størrelse. Det er i langt højere Grad Sandets end Stenenes Kvalitet, der bestemmer Betonens Godhed, derfor tegner man undertiden Fullerkurven med  $\log d : d_{\text{maks}}$  som Abscisse, hvorved dens første Del udstrækkes paa den sidste Bekostning.

Fullerkurven bestaar af en Ellipse og dens Tangent; Tangentpunktets Abscisse er 0,1. Ellipsen har sit Centrum liggende 7% over Abscisseaksen og er løvrigt bestemt ved følgende Værdier:

	$a$	$b$	$y_0$	$y_1$
Rundsten og Strandsand .....	0,164	28,6 %	26,0 %	33,4 %
Skærver .....	0,150	30,4 -	28,5 -	35,7 -
— - Skærvesand .....	0,147	30,8 -	29,0 -	36,1 -

hvor  $a$  og  $b$  er Ellipsens Halvakser,  $y_0$  og  $y_1$  Ordinaterne til Tangentens Skæringspunkt med Ordinataksen og til Tangentpunktet.

Tabelværdierne er ikke Fullers originale, thi disse fandtes ved praktiske Arbejder at give for mørtelfattige Betoner og blev derfor ændrede som angivet. En Beton, der svarer til Tabelværdierne, skulde herefter blive saa tæt, som det er muligt at fremstille den i Praxis under de nævnte Forhold.

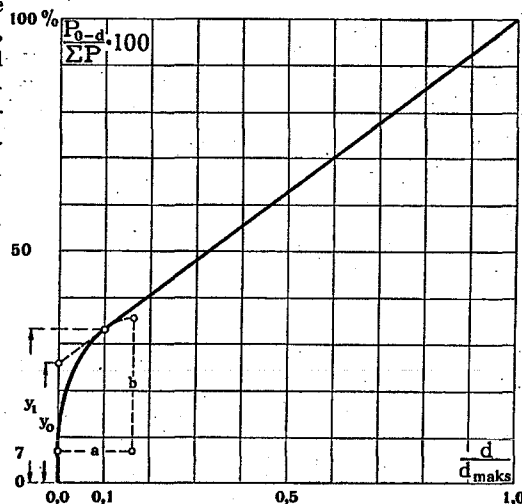


Fig. 77. Fullerkurve.

**89. Lignende Kurver.** Ses der bort fra, at Cementen har større Vægtfylde end de øvrige Tørstoffer, kan man af Fullerkurven udlede den tilsvarende Kurve for Gruset ( $\sigma$ : Sand + Sten) alene, eftersom man nøjagtigt nok kan forudsætte, at Cementens Kornstørrelse er Nul. Udgrø Cementen  $\alpha\%$  af Tørstofferne, skal man blot hæve Abscisseaksens Stykket  $y = \alpha$  og nyinddele Resten af Ordinataksen i 100%.

Undertiden erstattes de 3 Fullerkurver med en anden Grads Parabel, hvis Ligning bliver:

$$y = 100 \cdot \sqrt{\frac{d}{d_{\text{maks}}}} \quad (18)$$

Det er da let at udregne, hvor stor Gennemgangsmængden for en vilkaarlig Sigtehulstørrelse skal være. Er f. Eks.  $\frac{d}{d_{\text{maks}}} = \frac{0,5}{3,0}$ , findes  $y = 41\%$ . Er  $d = 0,1 \cdot d_{\text{maks}}$ , findes  $y = 31,6\%$ , hvilket ses at være en Del lavere end efter de originale Kurver. Da ogsaa disse fører til ret mørtelfattige Betoner, anbefaler Bolomey til den moderne Rendebeton, der flyder fra Blandemaskine til Støbested i Render, at bruge en Kornkurve med Ligningen:

$$y = 10 + 90 \cdot \sqrt{\frac{d}{d_{\text{maks}}}} \quad (19)$$

## D. Vandets Art og Mængde.

### 1. Vandets Art.

**90. Vandet skal være rent**, se desangaaende *Byggematerialer* III 1911, § 1080. Surt Vand er altid skadeligt, og hvis det farver blaat Lakmuspapir rødt, bør det ikke bruges; neutralt Vand kan indeholde skadelige Salte. Havvand bør som Regel undgaaes, da det indeholder hygroskopiske Salte, der holder Betonen fugtig og kan blomstre ud. Hvorvidt Havvand i nogen væsentlig Grad beforderer Rustdannelsen faar staa hen (§ 35). I Ymuidens Havn har Jærnet holdt sig rustfrit i 10—12 Aar, endskønt Betonen laa under Vand og var tilberedt med Havvand.

Vand med  $p_H \geq 7$  er altid godt, hvis det er frit for Salte. Af disse er det navnlig Sulfater og specielt Gips, der er skadelige. Er der Sulfater i Vandet, vil Tilsætning af en 10% Baryumkloridopløsning ( $BaCl_2$ ) medføre Udfældning af hvidt Baryumsulfat ( $BaSO_4$ ). Se ogsaa *Public Roads* Vol. 1, No. 12, S. 24.

### 2. Vand-Cement-Forholdets Betydning.

**91. Abrams Lov.** Hvis man fremstiller en meget tør Beton, vil  $T_k$  hovedsagelig være bestemt af Luftindholdet efter endt Stampning. Jo vaadere Betonen er ved Udstøbningen, des bedre faar man Luften uddrevet, og i des højere Grad bestemmes  $T_k$  af Vandindholdet. Er Støbevandets Mængde  $V$  saa stor, at al Luften uddrives, vil Kitmassens Tæthed straks efter Udstøbningen være:

$$T_k = \frac{r_c}{r_c + V} = \frac{1}{1 + \frac{V}{r_c}} = \frac{\frac{r_c}{V}}{1 + \frac{r_c}{V}} \quad (20)$$



Forudsættes desuden, at Betonens ydre Rumfang ikke ændrer sig efter Udstøbningen, at der altsaa ingen Sammensynkning sker, men at det Vand, der forsvinder, erstattes med Luft, vil den hærdnede Betons  $T_k$  have samme Værdi og altsaa alene afhænge af Forholdet mellem Vand og Cement ved Udstøbningen, altsaa af Cementvællingens Konsistens.

Forholdet  $\frac{V}{r_c}$  omregnet til Forhold i Byggepladsmaal  $\left(\frac{V}{R_c}\right)$  eller til Vægtforhold  $\left(\frac{P_v}{P_c}\right)$  kalder den amerikanske Professor Abrams for Vand-Cement-Faktoren, og han har ved talrige Forsøg paavist, at Betons Styrke varierer meget regelmæssigt med denne. For en given Værdi af  $P_c : P_s : P_{st}$  kan Variationen f. Eks. være den i Fig. 78 viste, hvor den Vandmængde, der giver Maksimum af Styrke, er sat lig 100, og Trykstyrken er udtrykt i % af Maksimumstyrken; jordfugtig Beton ligger lidt tilhøjre for Maksimumspunktet. Er den til  $S_{maks}$  svarende Vandprocent  $p$ , ses Vandprocenten  $2p$  at give  $0,2 \cdot S_{maks}$ . For andre Blandingsforhold findes andre Kurver; saaledes viser Fig. 79 Kurver for de tre magreste Mørtler i Fig. 72; det gunstigste Vand-Cement-Forhold ses at vokse med Mørtlens Magerhed. Hvis man derimod udtrykker den gunstigste Vandmængde i % af  $P_c + P_s$ , bliver den for alle 3 Mørtler ca. 10 %.

De tre Maksimumspunkter svarer imidlertid til Mørtler, der er tørrere, end de bruges i Praksis. De Kurvepunkter, der svarer til en passende plastisk Konsistens er indcirklede og for disse er:

$P_s : P_c$	=	1,50	2,33	4,00
$P_v : P_c$	=	0,36	0,53	0,85
$P_v : (P_c + P_s)$	=	0,14	0,16	0,17

Forbindes disse Punkter, faas den punkterede Kurve, for hvilken Abrams angiver Ligningen:

$$S = \frac{A}{B^x} \quad (21)$$

hvor  $x$  er Vand-Cement-Forholdet, mens  $A$  og  $B$  er Konstanter, hvis Størrelse afhænger af Cementens Kvalitet (§ 65) og af Betonens Alder og Lagringsmaade, men er uafhængig af Tilslagsstoffernes Art og Mængde, idet disse to Faktorer

kun paavirker Styrken gennem den Vandmængde, de kræver, for at Beton skal blive plastisk. I Abrams Ligning er  $x$  udtrykt i Byggepladsmaal:  $x = \frac{V}{R_c}$ ; ved Omregning til Vægtforhold faas:  $x = 1,5 \cdot \frac{P_v}{P_c}$ , eftersom Abrams regner Cementens Vægt til  $1500 \text{ kg/m}^3$ .

For 28 Døgn gammel Beton, fremstillet af Gennemsnitscement og fugtig lagret, angiver Abrams  $A = 985$  og  $B = 7$  eller 9, eftersom det er Laboratoriebeton eller Byggepladsbeton; den sidste Kurve ligger da ca. 30<sup>te</sup> lavere end den første.  $A$  og  $B$  bestemmes ved Forsøg. Ligningen kan omskrives til  $\log S + x \cdot \log B = \log A$ , der i et Koordinatsystem med  $\log S$  som Ordinat og

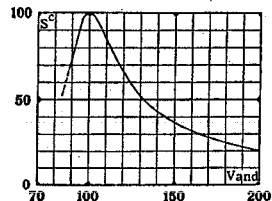


Fig. 78. Trykstyrkens Variation med Støbevandsmængde.

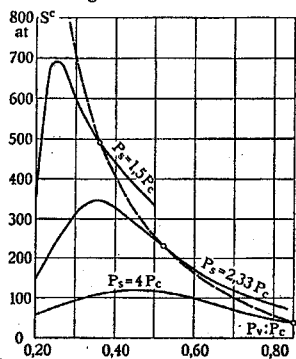


Fig. 79.

$x$  som Abscisse repræsenterer en ret Linie, der af Ordinataksen afskærer Stykket  $\log A$ , af Abscisseaksen Stykket  $\log A : \log B$ . Man afsætter Forsøgsværdierne  $\log S$  og  $x$  i dette Koordinatsystem og trækker den rette Linie, der bedst repræsenterer dem; denne Linies Skæring med Koordinataksene giver da de søgte Værdier.

**92. Abrams' Lovs Begrænsning.** Forudsættes Abrams' Lov at være helt rigtig, vil der, naar Cementens Kvalitet er givet, til hvert Vand-Cement-Forhold svare en given Betonstyrke uden Hensyn til, om Betonen bestaar af ren Cement, Cement + Sand eller Cement + Sand + Sten, og uden Hensyn til Sandets og Stenenes Art og Mængde. Det er udelukkende Cementvællingens Sammensætning, der bestemmer Styrken. Naar en magrere Beton er svagere end en federe, er det, fordi man tilsætter mere Vand for at opnaa samme Plasticitet, saaledes at Vand-Cement-Forholdet bliver større.

Da Forsøgene i § 83 har vist, at  $T_k$  bestemmer Styrken, saaledes at en meget tør og en meget vaad Mørtel med samme  $T_k$  faar samme Styrke, kan denne ikke være bestemt af Vand-Cement-Forholdet, med mindre  $T_k$  kan udtrykkes ved (20), hvilket kun er Tilfældet, naar den størknede Beton har samme Porerumfang som den nystøbte Beton, og det er kun undtagelsesvis Tilfældet, som Regel er det mindre, undertiden større<sup>1)</sup>. Kun naar Konsistensen netop er passende, ikke saa tør, at der er Luft i den nystøbte Beton, og ikke saa vaad, at Vandet skiller sig ud, kun da bliver  $p = V$ . Fig. 79 viser, at man med Vand-Cement-Forholdet 0,25 kan faa Styrketal, der ligger mellem 70 og 700<sup>at</sup>; Fig. 72 viser, at  $T_k$  er et langt paalideligere Maal for Styrken, men ogsaa langt vanskeligere at bestemme.

Vand-Cement-Forholdet giver paa den simpleste Maade et godt Begreb om Betonens Styrke, og i Forsøgsberetninger karakteriseres Betonens Vandindhold i stigende Grad ved dette, der da bedst angives som Vægtforholdet  $P_v : P_c$ ; dette Forhold oplyser imidlertid intet om Betonens Konsistens. Tidligere angav man gerne  $P_v : (P_c + P_s)$  eller  $P_v : (P_c + P_s + P_{st})$ , og der synes Grund til at holde fast ved den første af disse Størrelser, da den i højere Grad end de to andre karakteriserer Konsistensen.

**93.** Saafremt de specielle Forhold, under hvilke Abrams Lov gælder, er tilstede, vil en sandfri Mørtel og en Normalsandsmørtel med samme Værdi af  $P_v : P_c$  faa samme Styrke. Det er derfor muligt, at man ved Prøvning af Cements Styrke vil kunne frigøre sig for Sandkvalitetens Indflydelse uden at bruge Normalsand, idet man støber Prøvelegemerne af ren Cement, men med den Værdi af  $P_v : P_c$ , som man plejer at bruge for Normalsandsmørtlerne.

**94. Andre Love for Vandmængdens Virkning.** Støbevandets Indflydelse paa Styrken kan udtrykkes simplere end ved Abrams' Kurve, nemlig ved en ret Linie, naar man som Abscisse indfører Cementgrødens Stivhed  $\frac{r_c}{r_c + V}$ . I Fig. 80 er Resultaterne fra Fig. 71 fremstillede paa denne Maade. For en given Værdi af  $r_{st} : r_s$  stiger Styrken proportionalt med Cementgrødens Stivhed; Ligningen bliver:

$$S^c = K_1 \cdot \left( \frac{r_c}{r_c + V} - K_2 \right) \quad (22)$$

hvor  $K_1$  og  $K_2$  er Størrelser, der varierer med  $r_{st} : r_s$ . Samtidig viser Figuren, at Styrken vokser med  $r_{st} : r_s$ , naar Vand-Cement-Forholdet er givet, hvilket er ensbetydende med, at Konstanterne i Abrams' Ligning varierer med Grusets

<sup>1)</sup> For plastisk udstøbt Alcemontbeton bestemte jeg  $V$  ved Udstøbningen og  $p$  efter Stærkning og fandt, at Forholdet  $p : V$  varierede fra 0,83 til 1,06 og gennemsnitlig laa omkring 0,95. For sandfri Mørtel af Normalkonsistens var Forholdet 1.

Art. Aarsagen hertil er, at en vandrig Beton udskiller Vand inden Størkningen. Jo sterrigere Betonen er, des mere Vand til sætter man for at opnaa samme Støbelighed, og des større bliver Vandudskillelsen og dermed Forskellen mellem Vandmængde ved Støbningen og Poremængde efter Størkningen. Endvidere ser Abrams bort fra Betonens Luftindhold; hvad dette i ekstreme Tilfælde betyder, viser den yderste Kurve til højre, der omfatter Betoner støbte af Cement og Nøddesten uden Sand og med saa lidt Cement, at de blev højporøse. Disse Betoner, der, som Fig. 71 i § 83 viser, følger Loven  $S^c = K \cdot T_k^2$ , passer slet ikke ind i Systemet paa Fig. 80, fordi deres ringe Styrke ikke skyldes stor Vandholdighed, men stor Luftholdighed.

Ligningen ovenfor gælder for en enkelt af de tegnede Kurver, men den kan gives en saadan Form, at den omfatter dem alle, bortset fra Kurven for sandfri Beton, nemlig:

$$S^c = 3,8 \cdot N \cdot \left[ \frac{r_c}{r_c + v} \cdot \left( 1 + 0,09 \cdot \frac{r_{st}}{r_s} \right) - 0,15 \right], \quad (22 a)$$

hvor  $N$  er Cementens Normstyrke paa det paagældende Tidspunkt. For plastisk Beton fremstillet af de nævnte Materialer og med  $r_{st} \geq 2,45 r_s$ , kan man af denne Ligning tilnærmelsesvis beregne Styrken, naar man kender Støbevandets Mængde. En Omregning til Byggepladsmaal giver:

$$S^c = 3,8 \cdot N \cdot \left[ \frac{R_c}{R_c + 2,3 \cdot v} \cdot \left( 1 + 0,1 \cdot \frac{R_{st}}{R_s} \right) - 0,15 \right]. \quad (22 b)$$

Ved Omregning til Vægtforhold faas:

$$S^c = 3,8 \cdot N \cdot \left[ \frac{P_c}{P_c + 3,1 \cdot v} \cdot \left( 1 + 0,088 \cdot \frac{P_{st}}{P_s} \right) - 0,15 \right]. \quad (22 c)$$

Bolomey har opstillet en tilsvarende Retlinleformel:

$$S^c = K_1 \cdot \left( \frac{P_c}{P_v} - K_2 \right).$$

$K_1$  vokser og  $K_2$  aftager med Alderen.

Graf har ændret Abrams Lov til Formlen:

$$S^c = \frac{A}{B^x} + C,$$

hvor  $x = 2 \cdot \frac{P_v}{P_c}$ , og  $C$  er en tredje Konstant.

**95. Vand-Cement-Forholdets Størrelse i Praksis.** Fig. 81 viser, hvorledes Vand-Cement-Forholdet kan variere med Betonens Blandingsforhold ved

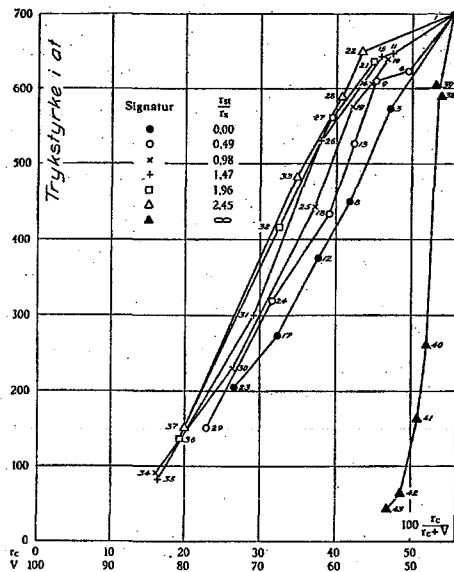


Fig. 80.

Brug af Alcement, Strandsand og Sønøddesten, naar Konsistensen holdes konstant paa den Værdi, der passer til Jærnbeton. Medens  $P_v : P_c$  er mindst for den rene Cement og vokser med Sandmængden, fandtes de tilsvarende Værdier af  $P_v : (P_c + P_s)$  og  $P_v : (P_c + P_s + P_{st})$  størst for den rene Cement og aftagende med voksende Sandmængde til et Minimum, der naaedes ved  $P_s = ca. 2,8 P_c$ . Den Stigning, der derefter indtræder, viser, at naar Mørtelen overskrider en vis Magerhedsgrænse, bøder man paa dens ringe Cementindhold ved en uforholdsmæssig stor Vandtilsætning<sup>1)</sup>. Ved Brug af Portlandcement ligger den paagældende Grænse formentlig nærmere ved  $P_s = 2 P_c$ <sup>2)</sup>.

I Praksis kan  $P_v : P_c$  variere lige fra 0,3 til 1,3; undertiden foreskrives 0,8 som øvre Grænse, men skal Betonen være vandtæt, frostfast og kemisk modstandsdygtig, og skal den beskytte Jærnene mod Rust udendørs, gør man klogt i at holde sig under den dobbelte Værdi af den normalkonsistente Cementgrøds Vand-Cement-Forhold, altsaa for almindelig Portlandcement under 0,5 à 0,6. Det er Ingeniørens Opgave at sammensætte Gruset saaledes, at det med en lav Værdi af  $P_c : P_g$  og med  $P_v : P_c \geq 0,5$  à 0,6 giver en plastisk Beton. For Beton i fersk Vand under Vandlinien og Frostlinien og for Beton i Jord under Frostlinien kan Værdien maaske hæves 20%, og for indendørs Beton 40%, alt under Forudsætning af ikke vandsugende Grus.

I Rendebetonen er Vand-Cement-Forholdet ofte langt større, hvorved de ovennævnte Egenskaber hos Betonen nedsættes.

### 3. Vandmængdens Regulering.

**96. Den bedste Vandmængde** er den, der netop gør Betonen plastisk. Af en plastisk Masse kræves strengt taget, at smaa Mængder ikke maa forandre Form under Tyngdens Indflydelse, men i Betontechnikens bruges Betegnelse, selv om Betonen er lidt udflydende. En plastisk Beton danner en fed, klæbrig Masse, der ikke lagdeler sig, og som kun kræver et ringe Stampearbejde for at flyde ind mellem Jærnene og omslutte dem helt. En tørrere Beton faar større Styrke, men bruges næsten aldrig, fordi den kræver et større Stampearbejde. En mere flydende Beton faar ringere Styrke, men er endnu velegnet, saalænge den flyder som en ensartet Grød; bliver Vandmængden derimod saa stor, at Cementvællingen synker tilbøds og løber bort fra Gruset, saa er det Tilfældet og ikke Ingeniøren, der bestemmer Betonens Kvalitet. Den Vandprocent, ved hvilken Betonens Sammenhæng ophæves, er ikke ens i alle Tilfælde, men afhængig af Betonens Cementindhold og Grusets Kornkurve. Det er Ingeniørens Opgave at sammenstemme disse to Faktorer saaledes, at Betonen faar den fornødne Flydeevne med det mindst mulige Vand-Cement-Forhold.

Det er ikke sikkert, at Betonen skal have samme Konsistens i alle Bygverkets Dele. I Undersiden af Plader og Bjælker, hvor de fleste Jærner ligger,

<sup>1)</sup> Ing. 1924, S. 264. <sup>2)</sup> Naar Mørtelen 1:2 og 1:3 fremstilles med samme Plasticitet, bliver  $P_v : (P_c + P_s)$  størst for Mørtelen 1:3, enten Sandet er fint (0-0,5 mm) eller groft (2-5 mm).

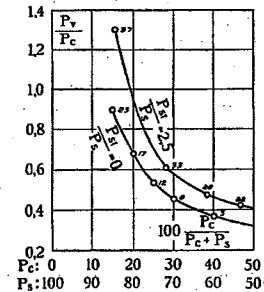


Fig. 81.

er der Grund til at lægge mere Vægt paa Betonens Støbelighed end paa dens Trykstyrke og bruge en vandrigere Beton end i Oversiden af Plader og Bjælker og i Søjlere.

Hvad enten Betonens Sammensætning er god eller daarlig, bør tilfældige Variationer i Vandprocenten begrænses saa meget som muligt, og dertil tjener efternævnte Prøver.

**97. Synkningsprøve.** Da Betonens Styrke i første Linie afhænger af Vand-Cement-Forholdet, bør Betonen ikke være vaadere end nødvendigt, og naar man ved de første Støbninger har fundet den passende Konsistens, bør denne fikseres talmæssigt, hvilket kan ske ved den amerikanske Synkningsprøve (slump-test). Et keglestubformet Blikhylster (Fig. 82), 30 cm højt og med

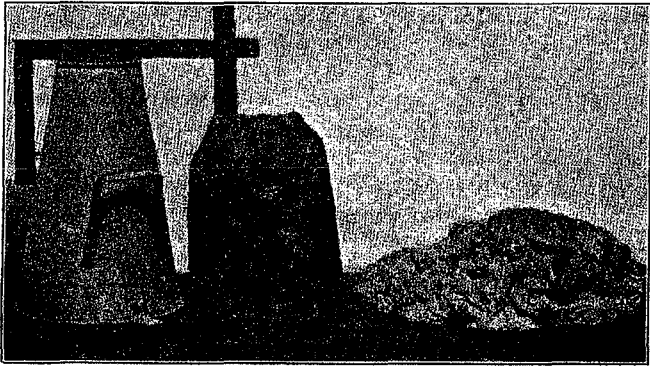


Fig. 82. Synkningsprøve. Prøvelegemet viser 6 1/2 cm sammensynkning. Tilhøjre et meget vaadt prøvelegeme.

Diameter 10 cm foroven, 20 cm forneden, fyldes med Beton i 4 Lag, der hver stemples 25 Gange med et Stykke Rundjærn ( $l = 32$  cm,  $d = 16$  mm), hvis nedre Ende er afrundet kugleformigt. Naar Hylstret derpaa løftes af, vil Betonen synke noget sammen, og denne Sammensynkning bruges som Maal for Konsistensen. Saalænge man arbejder med samme Raastoffer og Blandingsforhold og samme Konsistens, vil man faa konstant Styrke, medens to Betoner med samme Konsistens, men uens Sammensætning som Regel vil faa forskellig Styrke.

Den for Jærnbeton passende Synkning vil oftest være 3—8 cm. Jo skarpere Tilslagstofferne er, des mindre bør Synkningen være, derfor ringere for Slagger og Skærver end for Rundsten. En Beton med denne Synkning er let støbelig, hvis Grusets Kornkurve er fornuftig<sup>1)</sup>.

Er Betonens Raastoffer og Blandingsforhold givne, kan man, inden Betonarbejdet paabegyndes, støbe Tærninger med forskellig Vandtilsætning og bestemme Synkning og Trykstyrke. Afsættes denne som Ordinat og Synkningen som Abscisse, faas en Kurve, ved Hjælp af hvilken man kan slutte fra Synkning til Styrke.

<sup>1)</sup> Til Betonveje i U. S. A. foreskrives: Ved Maskinstampning 1,2—2,5 cm, ved Haandstampning 3,7—5 cm.

Til Bedømmelse af Grovbeton er Prøven mindre egnet, da mange store Sten medfører en uregelmæssig Overflade af den sammensunkne Kegle.

**98. Rystep prøve.** Navnlignende ved Laboratorieforsøg bedømmes Konsistensen ofte ved et Rystebord, som det i Fig. 83 viste, der er bestemt til Mørtel; til Beton bygges de større. Den svære Fodplade bærer Galgen *G* med Traversen *T*, i hvis Huller den cylindriske Dorn *D* kan glide op og ned. Dornen er i fast Forbindelse med Staalbordet *B*. Paa dette centreres den koniske Messingring *R*, indenfor hvilken Mørtelen udstøbes og komprimeres med Pokkenholt-Stamperen *S*. Efter Afstrygning fjernes Formen, saa Mørtelkeglestubben *M* kommer til at staa alene paa Bordet. Ved Hjælp af Haandsvinget *H* drejes Akslen med Sneglen *A* langsomt 12 Gange rundt, hvorved Bordet hver Gang løftes 9 mm op over Galgen *G* og derpaa pludseligt falder ned paa denne. Mørtellegemets oprindelige Maal er: Højde 4 1/2 cm, øvre Diameter 6 cm, nedre Diameter 9 cm. Efter de 12 Ryst maales den nedre Diameter i to paa hinanden vinkelrette Retninger; kaldes Middeltallet *d*, bliver Forholdet  $d : 9$  et Maal for Konsistensen; det kan passende benævnes Mørtelens Flydeevne. Ligger Mørtelens Vandindhold under en vis Grænse, er Prøven uden Værdi, idet Mørtellegemets Top da falder ned som et Pulver. Til meget flydende Mørtel er Prøven ogsaa uegnet, da en saadan Mørtel flyder ud, selv om den ikke rystes, hvorved Forsøgshastigheden faar stor Betydning. For at formindske denne, udfører man i nogle Laboratorier Prøven meget hurtigt, hvorved Faldhøjden imidlertid bliver ubestemt. Da hverken Apparatets Byggemaade, Antallet af Ryst, Faldhøjde eller Forsøgstid er standardiseret, er Flydeevner fundne paa forskellige Laboratorier ikke sammenlignelige.

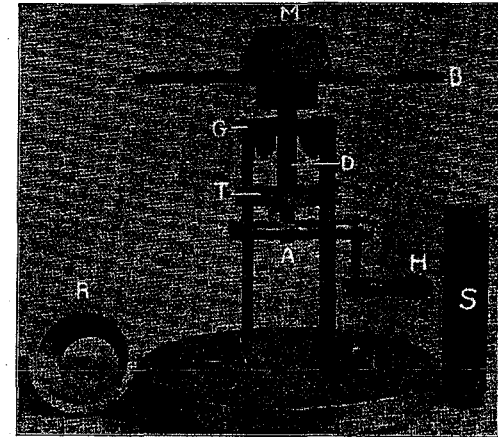


Fig. 83. Rystebord.

To Mørtler eller Betoner, der viser samme Flydeevne ved Rystep prøven, vil som Regel synke ulige stærkt sammen ved Synkningsprøven og omvendt. Bedst egnet til at bedømme Støbeligheden i Praksis er Rystep prøven, da denne kommer de praktiske Forhold nærmest.

Til Byggepladsbrug har Graf angivet et Apparat bestaaende af to kvadratiske Træplader, sammenhængslede langs en Side. Det lægges paa Jorden, og efter at Synkningsprøven er udført paa det, bringes den sammensunkne Kegelstubb til at flyde ud, ved at man løfter den øvre Plade lidt og lader den klappe mod den nedre.

Japaneren Yoshida opstiller Betonkeglen paa en Staalplade, der er hævet 20 cm over Gulvet. Pladen trækkes bort ved en hurtig Bevægelse, saa Betonen falder ned paa Gulvet, hvor dens

Diameter maales. Hvis denne Prøve viser sig at være et lige saa godt Maal for Betonens Støbelighed som Rystebordsprøven, vil den maaske faa Betydning, da den let lader sig standardisere.

**99. Ahlers' Vand-Cement-Vægt.** Vil man sikre sig en given Styrke uden Hensyn til Sandets og Stenenes Art og Mængde, kan det indenfor de i § 92 nævnte Grænser ske ved at holde Cementkvaliteten og Vand-Cement-Forholdet konstant og vælge Tilslagsstoffernes Art og Mængde saaledes, at Konsistensen bliver den ønskede. Til dette Formaal har Dansk-Amerikaneren Ahlers konstrueret den i Fig. 84 viste Vægt bestaaende af en Vægtstang A drejelig om

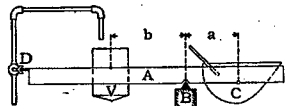


Fig. 84. Ahlers' Vand-Cement-Vægt.

B og bærende et Cementtrug C og en Vandbeholder V, der afbalancerer hinanden. Vægtstangsarmen a er konstant, medens b kan ændres ved at flytte Vandbeholderen. Vil man fremstille Beton med en bestemt Værdi af  $P_v : P_c$ , forskyder man Vandbeholderen saa meget, at  $a : b = P_v : P_c$ , hvorefter Vægten er færdig til Brug. Man fylder 1 eller flere Sække Cement i C, hvorved Vægtstangens venstre Ende hæver sig og aabner Vandventilen D, saa Vandbeholderen fyldes; naar den rette Vandvægt er naaet, synker Vægtstangen og lukker Ventilen. Baade C og V befinder sig over Blandemaskinens Ladetragt, og saasart Blandemaskinen er tømt for Beton og fyldt med Grus tipper Arbejderen C og aabner for V's Bundventil. Er Gruset tørt, faar man paa denne Maade en konstant Værdi af  $P_v : P_c$  og altsaa en konstant Styrke af Betonen. Er der Vand i Gruset, bliver  $P_v : P_c$  større og kun konstant, hvis  $P_c : P_g$  holdes konstant; derfor er Vægtstangen forsynet med et Skydelod, der indstilles i Overensstemmelse med Grusets Vandindhold, saaledes at man faar den ønskede Værdi af  $P_v : P_c$ , naar Forholdet  $P_c : P_g$  er det normale.

## E. Grusets Art.

### 1. Definition af Grus, Sand og Sten.

**100. Grus, Sand og Sten** bruges i Betontekniken som Størrelsesbetegnelser, og Størrelsen bestemmes i Danmark ved Pladesigter med cirkulære Huller.

Sand har Kornstørrelse  $< 5 \text{ mm}$

Sten » » »  $> 5$  »

Grus er en Blanding af Sand og Sten.

Disse Betegnelser bruges for saavel Natursand og Rundsten som for Skærvesand og Skærver.

Sandet inddeles i:

Groft Sand:	5—2 mm
Middelfint:	2— $\frac{1}{2}$ -
Fint Sand:	$\frac{1}{2}$ —0 -

Stenene inddeles i:

Singel:	6—3 cm	45 mm Skærver:	4,5—3 cm
Nøddesten:	3— $1\frac{1}{2}$ -	30 -	3—2 -
Ærtesten:	$1\frac{1}{2}$ —1 -	20 -	2—1 -
Perlesten:	1— $\frac{1}{2}$ -	10 -	1— $\frac{1}{2}$ -

Grus benævnes efter de største Sten, der findes i det:

Singelgrus:	6—0 cm	45 mm Skærvegrus:	4,5—0 cm
Nøddestensgrus:	3—0 -	30 -	3—2 -
Ærtestensgrus:	$1\frac{1}{2}$ —0 -	20 -	2—1 -
Perlestensgrus:	1—0 -	10 -	1— $\frac{1}{2}$ -

## 2. Humusholdigt Grus.

**101. Grus med brunligt Overtræk** bør altid undersøges inden Brugen, hvis man ikke har Erfaring for, at det er frit for Humussyre. Er det taget lige under Mulden, kan det være ganske ubrugeligt<sup>1)</sup>.

Mindre end 1‰ Humussyre er tilstrækkeligt til at forstyrre Cementens Hærdning. Fig. 85

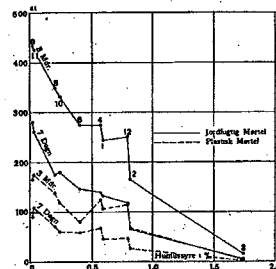


Fig. 85. Trykstyrke af Mørtler 1 C : 3 S.

Alle de fire Grussorter indeholdt Humussyre, Nr. 8 mindst, Nr. 12 mest, og de viser alle en paafaldende ringe 3 Døgn's Styrke. Deres Hærdningskurver vender, i Modsetning til Normalsandskurven og til Hærdningskurver i Almindelighed, til at begynde med Konkaviteten bort fra Abscisseaksen, har derefter et Vendepunkt og forløber saa paa normal Maade. Andre Forsøg har vist, at jo magrere Mørtelen er, des senere kommer Vendepunktet. Er man kommet for Skade at bruge sure Tilslagsstoffer, skal man holde Betonen vaad længe for ikke at gaa Glip af den sent indtrædende Styrketilvækst.

**102. Grusets Undersøgelse** bør ikke blot ske i Leveringstilstanden, men ogsaa efter Lufttørring, da det i tørrt Tilstand undertiden viser sig særlig slet. Man kan enten bestemme Mørtelstyrken efter 3 Døgn's Hærdning eller direkte undersøge Syreindholdet ved at behandle Gruset med visse alkaliske Vædsker, som opløser Syren og derved antager en gul til rødbrun Farve. Paa en Byggeplads kan denne Prøve udføres ved at fylde et 350 cm<sup>3</sup> Maaleglas med Gruset indtil 130 cm<sup>3</sup> Mærket og tilsætte saa meget af en 3% Opløsning af Natriumhydroksyd (NaOH), at Glasset efter Omrystning er fyldt til 200 cm<sup>3</sup> Mærket. Efter grundig Omrystning og 12 Timers Henstand betragtes Farven, der varierer fra lys gul til mørk rød eller næsten sort. Jo mørkere Farven er, des større er Mængden af humusagtige Urenheder; er Farven mørk rød, bør Gruset undersøges nærmere inden Brugen. Fig. 86 a viser Prøvens Udfald for Sand fra Silkeborg og for Sand fra Hedehuseno (humusfrit). Nøjagtigere Prøver er omtalte i Ing. 1922, S. 567. Se ogsaa Public Roads Vol. 1, No. 12, S. 24.

Forbedring af surt Grus kan undertiden opnaas ved Vaskning med Vand, men der synes at være visse farlige Humusstoffer, som ikke lader sig fjerne paa denne Vis. Vaskning med Kalkmælk virker stærkere. En lignende Virkning kan muligvis opnaas ved at tilberede Mørtelen med Kalkmælk eller ved Blanding af Kalkhydrat; dette opløser sig nemlig straks i Mørtelvandet, medens Portlandcementens Kalkhydratudskillelse tager nogen Tid<sup>2)</sup>. I Forbindelse med Alcement er surt Grus undertiden brugbart uden særlig Forberedelse.

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Humusholdigt Sand som Mørtelmateriale (Ing. 1922, S. 565).

<sup>2)</sup> Ing. 1922, S. 566.

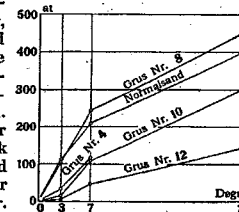


Fig. 86. Hærdningskurver for Mørtler 1 C : 2 S.

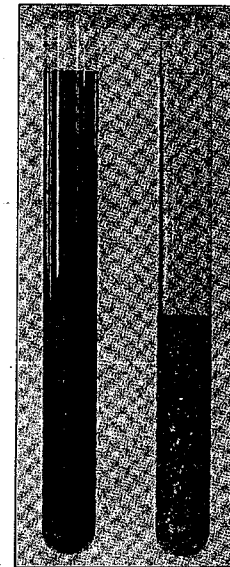


Fig. 86a.

Prøve for Humussyre.

### 3. Sandets Indflydelse paa Styrke og Støbelighed.

#### a. Kornstørrelsens Indflydelse paa Styrken.

103. Betonens Styrke afhænger i langt højere Grad af Sandets end af Stenenes Art, og ved store Arbejder betaler det sig at ofre rigeligt af baade Tid og Penge paa Valg af og Kontrol med Sand. Betonens Pris paavirkes ikke nævneværdigt, selv om Sandprisen fordobles, medens Betonens Styrke kan fordobles, naar daarligt Sand erstattes med godt (§ 221).

Naar Sandet er syrefrit, er det i første Række Kornstørrelsen, der bestemmer dets Egnethed til Beton, medens Formen og Stenarten har ringe Betydning. Som Hovedregel gælder, at Mørtelens Styrke vokser med Sandets Kornstørrelse, hvadenten denne er ensartet eller uensartet.

Hvis en Cementgrød af Normalkonsistens blandes med Sand i et saadant Forhold, at Sandskornenes Mellemrum fuldstændig udfyldes af Grøden, vil Mørtelen faa samme  $T_k$  og  $S^c$  som Grøden, men være for stiv til praktisk Brug; man nødes til at forøge Vandmængden, hvorved  $T_k$  og  $S^c$  forringes. Vandbehøvet vokser med Sandets Overfladeareal, altsaa med Sandets Finhed og Mængde. En Mørtel 1:2 af fint Sand og en Mørtel 1:2 af groft Sand faar en meget forskellig Styrke, naar de fremstilles med samme Plasticitet, fordi det fine Sand har større Vandbehov end det grove; fremstilles de med samme  $T_k$ , bliver Styrken ens.

Enskornet Sands Forhold fremgaar af hosstaaende Tabel over Trykstyrken<sup>1)</sup>. Naar Vandprocenten holdes konstant, vokser Styrken med Kornstørrelsen til et Maksimum, der naaes tidligere, jo større Vandprocenten er; de større Korn har nemlig for store Mellemrum til at fastholde

$P_c : P_s$	Vand	Kornstørrelse i mm				
		0-0,5	0,5-1	1-2	2-5	5-7,3
1:2	10 %	370	446	477 p	605 p	621 p
	12½ -	360 p	403 p	395 p	496 p	434
	15 -	281 p	325	356	343	298
1:4	10 %	202	178	221 p	222 p	145
	12½ -	155	140 p	164	132	84
	15 -	113 p	111 p	122	126	100

disse Mørtler med plastisk Konsistens gælder Loven, at Styrken vokser med Sandets Grovhed, i udpræget Grad.

Undtagne fra Loven er altsaa kun de overdrevent vaade Mørtler, der lagdeler sig. De Mørtler, der bruges til Jærnbeton, er saa fede, at de let udstøbes uden overdreven Vandtilsætning, og Sandet kan da vanskeligt blive for groft, hvorimod magre Mørtler kræver et større Vand-Cement-Forhold for i Praksis at kunne udstøbes og derfor Sand med mindre Korn eller hellere Sand med ulige store Korn (§ 106).

Det grove Sands Overlegenhed forringes, naar Mørtelen fremstilles meget fed. Styrken af Mørtler 1:1 og federe plejer at være uafhængig af Sandets Kornstørrelse, fordi Sandmængden er for ringe til at en Forskel i Vandbehov kan mærkes paa  $T_k$ .

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Kornstørrelsens Indflydelse paa Mørtelsands Egenskaber, Ing. 1913, S. 229.

Korndiameter og Huldiameter. Middeldiameteren af de Korn, der ligger mellem to givne Sigter, er ikke lig med Middeltallet af de to Sigters Huldiameter. Ved ovenstaaende Forsøg blev Kornenes Vægtfylde og Middelvægt bestemt, saaledes at Middelfrumfanget kunde beregnes, og under Forudsætning af Kugleform fandtes:

Sigtehullernes Diameter: 5 og 2	2 og 1	1 og 0,5 mm
Middeltal:	3,5	1,5
Korndiameter:	2,97	1,24
Forhold:	0,85	0,83
		0,79

Korndiameteren er altsaa gennemsnitlig 82 % af de to Sigters Middeldiameter, hvilket forklæres ved, at enhver Afvigelse fra Kugleformen vanskeliggør Kornets Passage gennem Hullet; aflange Korn vil f. Eks. lægge sig paa tværs af Hullerne. At Forholdet aftager med Diameteren skyldes formentlig, at Rensigtningens Fuldkommenhed aftager med Huldiameteren; Antallet af Undermaalere er procentvis større blandt de fine Korn end blandt de grovere.

#### b. Sandets Styrkeindeks.

104. Hos uenskornt Sand spiller Kornstørrelsen samme Rolle som hos enskornt. Ved Forsøg<sup>1)</sup> med ulige grove Sorter Strand- og Bakkensand indeholdende:

$g$  Procent grove Korn (5-2 mm)  
 $m$  - middelfine - (2-½ - )  
 $f$  - fine - (½-0 - )

bestemt ved Sold med cirkulære Huller fandt jeg, at naar Mørtelen havde Jærnbeton-Konsistens, var Sandets Indflydelse paa Mørtelstyrken proportional med:

$3g + 2m + 1,50f$ , naar  $P_c : P_s = 1 : 3$   
 $3g + 2m + 1,35f$ , - - - = 1 : 2.

Indenfor de nævnte Grænser kan man regne med den omtrentlige Middelværdi:

$$\alpha = 3g + 2m + 1,4f \quad (23)$$

som kan kaldes Sandets Styrkeindeks. Hvis en Mørtel af lutter fint Sand ( $f=100$ ) paa et givet Tidspunkt har Styrken 140, vil en Mørtel af lutter groft Sand paa samme Tidspunkt have Styrken 300. At anvende Sand med  $\alpha < 200$  er som Regel uøkonomisk, som Følge af det større Cementforbrug<sup>2)</sup>.

I Fig. 87 er Mørtlerne 1:2 ordnede efter voksende Styrke. Den optrukne Linie viser Forsøgsværdierne. Deres

<sup>1)</sup> Bakkensand som Mørtelmateriale (Ing. 1920, S. 762) og Trykforsøg med Alcementbeton (Ing. 1924, S. 267).

<sup>2)</sup> De schweiziske Jærnbetonnormer (1909) kræver, at Sandet efter at have passeret en Sigte med 5 mm Huller højst maa indeholde 10 % Korn, der er mindre end ½ mm; denne Regel udelukker imidlertid en Mængde fortraffelige Sandsorter uden at udelukke alle de daarligere. Se desangaaende E. Suenson: Strandsand som Mørtelmateriale, Ing. 1914, S. 573.

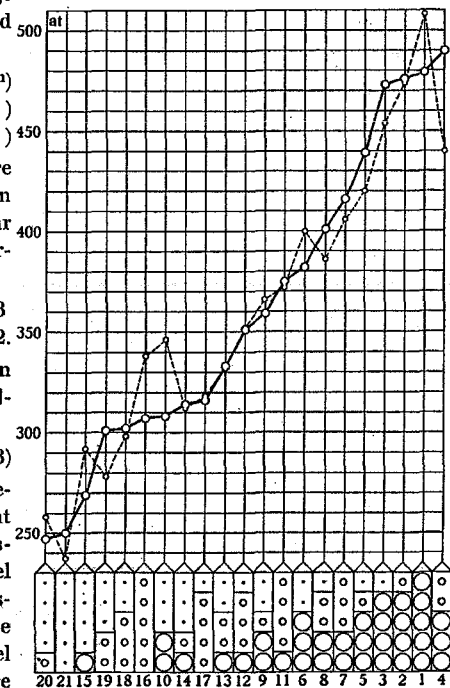


Fig. 87. Styrkens Vækst med Sandets Grovhed.

Middeltal er  $361^{\text{st}}$ , medens Middelværdien af  $\alpha$  for de 21 Sandsorter er 213. Beregnes Mørtlernes Styrke af Udtrykket  $S^c = 361 \cdot \frac{\alpha}{213}$ , faas den punkterede Kurve, og der ses at være tilfredsstillende Overensstemmelse. Den forholdsvis store Afvigelse ved Kurvens øvre Ende og flere af de øvrige Afvigelser er en Følge af, at der ved Udledelsen af (23) kun er taget Hensyn til Sandets Grovhed, ikke til Kornkurvens Form. Et Sand med 100 % grove Korn kan, naar Støbevandsmængden overstiger en vis Grænse, forbedres ved Tilføjelse af en passende Mængde finere Korn, idet man derved faar snævrere Mellemrum, der bedre kan fastholde Cementvællingen. Hvis Formel (23) skulde tage Hensyn til dette, vilde den blive meget sammensat. Hvis man undersøger, hvilket Sand, der har givet størst Styrke saavel i Mørtlerne 1:2 som i Mørtlerne 1:3, finder man, at dette Sand tilnærmelsesvis har en retliniet Kornkurve, alt-saa bestaar af:

60 % Korn af Størrelse	5—2 mm
30 - - - - -	2— $\frac{1}{2}$ -
10 - - - - -	$\frac{1}{2}$ —0 . .

For dette Sand giver (23):  $\alpha = 254$ .

I Henhold til (23) er Styrken tilnærmelsesvis proportional med  $\sqrt[3]{d}$ , naar  $d$  er Kornenes Middeldiameter.

Skulde der være en væsentlig Forskel mellem Vægtfylderne hos de grove, middelfine og fine Sandskorn, hvilket i Almindelighed ikke er Tilfældet, bør  $g$ ,  $m$  og  $f$  i (23) udtrykkes i Volumenprocent.

#### c. Den bedste Kornkurve.

105. Kornkurvens Form betyder mere for Mørtelens Støbelighed end for dens Styrke, og betyder mere for cementfattige end for cementrige Mørtler. Lægges man Hovedvægten paa Styrken, kan en retliniet Kornkurve:

$$y = \frac{d}{d_{\text{maks}}} \cdot 100 \%$$

regnes for gunstig i Forbindelse med de store Cementprocenter, der bruges i Jærnbeton. En opad hul Kurve vil vel nok give større Styrke, naar man afpasser Vandmængden rigtig, men overdrives Vandtilsætningen, vil Cementvællingen løbe bort fra Sandet. En nedad hul Kurve vil medføre større Støbelighed end den retliniede, men mindre Styrke. De almindelige Sandsorter, der bruges til Jærnbeton i Danmark, har alle en nedad hul Kornkurve, og man kommer næppe ud for det Tilfælde, at Hulheden er for ringe. Undertiden er Kurvens Begyndelse hul opad, hvilket kun er godt, thi Sandets fineste Partikler forringer Styrken og behøves ikke for Støbeligheden, naar der er Cement nok.

106. Ler og melfine Sandskorn gør kun Gavn i magre Mørtler; naar disse skal gøres støbelige, bliver Vand-Cement-Forholdet saa stort,  $\alpha$ : Cementvællingen saa tynd, at den løber bort fra Sandet, hvis der ikke tilføres melfine Partikler, hvis vandbindende og smørende Virkning til en vis Grad svarer til Cementens. Man kan regne med at ca. 30 Vægtprocent af den tørre Mørtel ( $< 5 \text{ mm}$ ) skal kunne passere 900 Maskers Sigten (Lysvidde  $0,222 \text{ mm}$ ), saaledes at en Mørtel med  $30 - x\%$  Cement bliver bedst, naar den indeholder  $x\%$  melfint Sand, medens saadant gør Skade i Mørtler med mere end  $30\%$  Cement; til denne sidste Gruppe hører Jærnbetonmørtlerne.

Oftede foreskrives, at Sandet ( $< 5 \text{ mm}$ ), højst maa indeholde 3 Vægtprocent Ler og lignende Stoffer, eller at Lerlagets Højde ved en Slæmmeprøve ikke maa overstige  $6\%$  af Sandlagets.

Ved Støbning af Christiansborgs Jærnbetondæk (plastisk Beton 1:2:3) med Kalvebodgrus, der ved en Slæmmeprøve viste sig stærkt lerholdigt, kom der gabende Svindrevner i Betonen et Par Timer efter Udståningen, men kun naar der brugtes et bestemt Cementmærke; og et andet, der plejer at være grovere malet, var der intet nævneværdigt at bemærke. Denne Magttagelse tyder paa, at Leret kan forøge Svindet, og senere Forsøg (D. A. f. E. Heft 35, S. 34) har bekræftet dette. Overingenlor *Irringer* har gjort mig bekendt med en Del amerikanske Trækforsøg, der er refererede i F. Taylor & S. Thompson: A Treatise on Concrete 1906, og hvorefter en Lertilsætning forringer Trækstyrken af Mørtler 1:2, mens Styrken af Mørtler 1:3 forøges noget.

Rohland mener, at Cementens Kalk forener sig med Leret omend meget langsomt (B. u. E. 1912, S. 19).

#### d. Sand som Handelsvare.

107. De stenfri Sandaflejninger plejer at være mer eller mindre finkornede. De grovkornede Sandsorter, som man tilstræber, forefindes som en Bestanddel af Grusaflejninger, der skilles ved Harpning, og af økonomiske Grunde bruges grovere Harper end Sandharpen, saaledes at Produktet ikke bliver Sand, men stenfattigt Grus, der sælges under Navnet **Betongrus**. Dette leveres enten som Strandgrus, der hyppigst er graablaaet og kalkfrit, saa det udelukkende bestaar af Kvarts og lignende Korn, eller som Bakkegrus (Ertestensgrus), der er rødligt og foruden Kvarts indeholder Feldspat, Kalk og noget Ler. Lerfrit Grus er det bedste, stærkt lerholdigt Grus bør ikke bruges (§ 106).

Skærvesand er mindre egnet end Natursand, da det indeholder for meget Stenmel. Det kræver i alt Fald forøget Blandetid.

Strandgrus sælges som:

(1) *Fint Betongrus* ( $\frac{4}{5}$  Kr./m<sup>3</sup>), der ikke harpes, men alligevel er stenfrit. Det er meget ufordelagtigt at bruge. Hertil hører det meste af det saakaldte Helsingørgrus, der pumpes ved Helsingør (se § 73, Tabel 2, Nr. 1, 2, 5).

(2) *Groft Betongrus* (5 Kr./m<sup>3</sup>), der har passeret en 25 mm Maskers Sigte, og hvis Stenindhold kan variere stærkt. De forskellige Sorter omtales nedenfor.

(3) *Finharpet Grus* ( $\frac{5}{4}$  Kr./m<sup>3</sup>), der er samme Materiale som (2), men har passeret en 14 mm Maskers Sigte. Det bruges dels til Slidlag og anden Puds, dels til Støbning, naar der ønskes et mere ensartet Materiale.

Til ovenstaaende Priser kommer Kørselsprisen, der varierer med Afstanden fra Vandet, og i København gennemsnitlig kan sættes til 2,40 Kr./m<sup>3</sup>.

Som **Groft Betongrus** sælges navnlig følgende Grussorter:

(a) *Aarhusgrus*, der pumpes ved Samsø og sælges i Aarhus og andre østjyske Havne (se § 73, Tabel 2, Nr. 13). Det er kalkfrit. En Del af dette Grus bliver straks skyllet frit for fint Sand, som det ikke kan betale sig at sejle langt med, og solgt under Navn af *Samsøgrus*; det er dobbelt saa dyrt som det uskyllede og for groft til at bruges ublandet;  $87\%$  af Gruset kan være større end 2 mm (se § 73, Tabel 2, Nr. 14—15).

(b) *Taarbækgrus*, der pumpes ved Taarbæk og er kalkholdigt (Nr. 10—12).

(c) *Møengrus*, der pumpes en Mills Vej nord for Møen og er kalkfrit. Det bruges ogsaa som Filtergrus (Nr. 9).

Kornstørrelse	Sigteprøver med Sandet i Groft Betongrus.				Mængde
	Aarhusgrus	Taarbækgrus		Møengrus	
	middelgodt	ekstragodt	middelgodt	under Middelt	middelgodt
5—2 mm	20,7 %	27,0 %	16,2 %	10,0 %	9,0 %
2— $\frac{1}{2}$ -	68,2 -	44,5 -	45,7 -	37,2 -	51,6 -
$\frac{1}{2}$ —0	11,1 -	28,5 -	38,1 -	52,8 -	39,4 -
Styrkeindeks	214	210	193	178	185

#### e. Sandets Bedømmelse.

108. Paa en Byggeplads bedømmes Sandet lettest ved Sigtning og Udregning af Styrkeindeks (§ 104). Har man Valget mellem Natursand og Skærvesand med samme Styrkeindeks, er Natursand at foretrække, da det for en given Cement- og Vandmængde medfører større Støbelighed<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Skærvesand giver i Henhold til tyske Forsøg stor Trækstyrke og ringe Trykstyrke (I.M.'s Kongresforhandlinger 1912, Bd. II, S. 28).

Yderligere Oplysninger faar man ved Prøvestøbninger. Man kan f. Eks. fremstille Mørtler af de til Bedømmelse foreliggende Sandsorter med  $P_s : P_c = 2$  à 2,5. Den Mørtel, der bliver plastisk med mindst Vand, er da den bedste, saafremt Kornene er uporøse. Er Kornene porøse, kan man ikke fra Vand-Cement-Forhold slutte til Styrke, men maa bestemme  $T_k$  (§ 81). Bedst er i alle Tilfælde Styrkeforsøg, ved hvilke Mørtlerne udstøbes med Byggepladskonsistens; Sandet bør da mindst give samme Styrke som Normalsand.

Sandets Hulrumsprocent (Rumvægt) er uden væsentlig Betydning for Styrken<sup>1)</sup>.

American Concrete Institute anbefaler at bruge Sand, hvis Grovhedsgrad tilfredsstiller følgende Betingelser:

Største Sigterest:	15	55	98	100 %
Maskernes Lysvidde:	4,75	1,19	0,297	0,15 mm
Største Gennemgang:	100	80	30	5 %

Til Betonveje i Illinois kræves:

Største Sigterest:	5	70	100	100 %
Maskernes Lysvidde:	4,75	0,86	0,297	0,15 mm
Største Gennemgang:	100	75	20	5 %

#### 4. Stenene.

109. Stenstørrelsen bør som Regel ikke i væsentlig Grad overstige 3 cm af Hensyn til Betonens Homogenitet og Plasticitet. Stenstørrelsen bestemmes ved Pladesigter med cirkulære Huller, og man kan passende foreskrive følgende Leveringsbetingelser:

Største Sigterest:	0	10	100 %
Huldiameter:	40	30	5 mm
Største Gennemgang:	100	100	5 %

I tynde Vægge og andre spinkle Konstruktioner kan der være Grund til at bruge mindre Sten, og det samme gælder, hvis Jærnene ligger meget tæt og kan virke som en Rist, der tilbageholder Stenene og lader Mørtelen gaa igennem.

Om Stenstørrelsen er ensartet eller uensartet er af underordnet Betydning for Betonens Styrke, men Sten med uensartet Størrelse fastholder Mørtelen bedre under Støbningen, hvilket i særlig Grad er af Betydning ved Fremstilling af Rendebeton (§ 89). En retliniet Kornkurve regnes for at være god. Om Søjstens Kornstørrelser se § 73, Tabel 3.

Hvis Stenene i en given Beton erstattes med større uden Ændring af det samlede Stenrumfang ( $r_{st}$ ), fandt Fuller en Forøgelse af  $T_b$ ,  $S_b^c$ ,  $S_b^b$  og Vandtæthed. Dette Resultat er dog næppe almenlydigt, der maa formentlig skelnes mellem mørtelmættet og ikke mørtelmættet Beton og mellem glatte Sten og ru Sten.

Til Betonveje i Illinois kræves:

Største Sigterest:	0	5	70	100 %
Maskernes Lysvidde:	63,5	50,8	25,4	4,7 mm
Største Gennemgang:	100	100	75	5 %

110. Bjergarten. I udendørs Beton skal man vogte sig for porøse Kalk- og Sandsten, der, hvis de kommer til at ligge i Nærheden af Betonens Overflade, kan mætte sig med Vand og sprænges af Frosten. Det samme gælder i alle Tilfælde, naar der støbes med Frosten for Døren. Hvis man tilstræber særlig brandsikker Beton, bør man undgaa Kvarts og Granit (§ 46). Iøvrigt henvises til *Byggematerialer* 1911, § 1061—70, hvor ogsaa Brugen af Slagger er omtalt.

<sup>1)</sup> E. Svenson: *Bakkegrus som Betonmateriale* (Ing. 1910, S. 415).

I Tyskland maa Slagger ikke bruges til Jærnbeton (*B. u. E.* 1908, S. 156). Efter min Mening vil man uden Fare kunne bruge gode Slagger til Husbyggningskonstruktioner, der ikke kommer i Berøring med Vand; de aggressive Stoffer vil formentlig neutraliseres af det alkaliske Mørtelvand, og i alt Fald vil der i den tørre Beton næppe danne sig Rust. Der foreligger imidlertid saa mange daarlige Erfaringer med Hensyn til Slagger, at man bør være forsigtig med at bruge dem.

111. Rundsten og Skærver. Runde Sten er at foretrække for Skærver, da de med samme Mørtelmængde giver en mere plastisk Beton, der let lader sig sammenstampe til en uhullet Masse. Navnlig Søjstenene er fortræffelige, ganske rene og udelukkende bestaaende af Kvarts og lignende stærke og uporøse Stenarter. Sten fra Grusgrav er altid mer eller mindre forurenede af Sand og Ler og indeholder en Del Kalk.

Skærver kræver mere Mørtel end Rundsten, naar Konsistensen og dermed det nødvendige Stamparbejde skal være det samme, er derfor ufordelagtige; desuden plejer Prisen at ligge højt over Rundstens<sup>1)</sup>.

Naar  $P_c : P_s : P_{st}$  holdtes konstant, fandt Fuller, at Rundsten gav større  $T_b$  og Vandtæthed, men mindre  $S_b^c$  end Skærver, og at naturligt Sand gav større  $T_b$ ,  $S_b^c$ ,  $S_b^b$  og Vandtæthed end Skærvesand. Skærver i Forbindelse med naturligt Sand gav størst  $S_b^c$ .

Naar  $P_c : P_s : P_{st}$  og Betonens Flydeevne holdtes konstant, fandt *Dulron*, at Skærver gav større  $S_b^c$  og  $S_b^b$  end Rundsten og større Slagstyrke overfor Tryk og Bøjning.

Naar Rundsten og Skærver har samme Kornkurve, er Mellemrumsprocenten langt større hos Skærverne end hos Rundstenene. Naar man under disse Forhold blander Betonen efter Vægt, giver Rundsten samme Tryk- og Trækstyrke som Skærver<sup>2)</sup>.

Skærvebeton af Skærver og Skærvesand kan kræve næsten dobbelt saa meget Vand som Rundkornbeton af samme Konsistens, og naar Konsistensen holdes ens, bliver Skærvebetonen langt den svageste; hvis derimod  $P_v : P_c$  holdes ens, bliver Skærvebetonen stærkest.

## F. Betonens Blandingsforhold.

### 1. Betonstyrkens Afhængighed af Blandingsforholdet.

112. Mørtelstyrkens Afhængighed af Blandingsforholdet. Hvorledes en Alcement-Mørtels Trykstyrke varierer med Vægtforholdet mellem Cement og Sand, naar Mørtelen udstøbes plastisk, og Sandet er af jævnt god Kvalitet, fremgaar af Fig. 88, hvor den sandfri Cements Styrke er sat lig 100. Man ser, at Cementen kan blandes med lige Vægtdele af det ved Forsøget benyttede Sand, uden at Styrketabet overstiger 7 %, men ved yderligere Sandtilsætning synker Styrken raskt. Da Sandmængden næsten ingen Indflydelse har paa Styrken, naar  $P_c : P_s$  er stor, maa det samme gælde Sandets Kornstørrelse. Den Værdi af  $P_c : P_s$ , ved hvilken det stærke Styrkefald begynder, maa derimod antages at vokse med aftagende Kornstørrelse. Men selv om Sandet er fint, kan man utvivlsomt gaa ud fra, at man vinder uforholdsmæssigt lidt ved at overstige Blandingsforholdet  $P_c : P_s = 1$ .

For Portlandcement findes Kurvens øvre Del mere hældende, og denne Forskel skyldes formentlig Alcementens større Vandbehov og Varmeudvikling. Den sandfri Alcementmørtel med Normalkonsistens indeholder for lidt Vand til at kunne hærde fuldkomment og lider desuden ved den stærke Tempe-

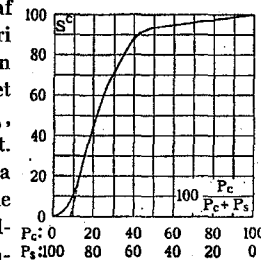


Fig. 88. Mørtelstyrke.

<sup>1)</sup> I København koster Søjdesten ca. 10 Kr. pr. m<sup>2</sup> og med Kørsel ca. 12,40 Kr. pr. m<sup>2</sup>.

<sup>2)</sup> *Belong* 1928, S. 6 (R. V. Frost).

raturstigning; ved Sandtilsætningen sænkes Temperaturen og øges Vand-Cement-Forholdet, hvorved Sandets svækkende Virkning delvis neutraliseres. Ogsaa for Portlandcement kan man dog udskyde Mørtler med  $P_c : P_s > 1$  som ufordelagtige.

For  $P_c \geq P_s$  kan Kurven udtrykkes ved:

$$S^c = 8,4 \cdot N \cdot \left( \frac{P_c}{P_c + P_s} - \left( \frac{P_c}{P_c + P_s} \right)^2 - 0,08 \right), \quad (24a)$$

hvor  $N$  er Cementens Normstyrke (1:3, Normalsand, Böhmes Hammer). Omregnet til Byggepladsmaal bliver Ligningen for  $R_c \geq 1,1 R_s$ :

$$S^c = 7,8 \cdot N \cdot \left( 1,05 \cdot \frac{R_c}{R_c + R_s} - \left( \frac{R_c}{R_c + R_s} \right)^2 - 0,093 \right). \quad (24b)$$

Omregnet til absolut Maal bliver Ligningen for  $r_c \geq 0,82 r_s$ :

$$S^c = 10 N \cdot \left( 0,9 \cdot \frac{r_c}{r_c + r_s} - \left( \frac{r_c}{r_c + r_s} \right)^2 - 0,06 \right). \quad (24c)$$

Af disse Ligninger kan Styrken beregnes, naar Blandingsforholdet er givet eller omvendt. Ligningerne gælder kun for det paagældende Forsøgssand, hvis Styrkeindeks var  $\alpha = 190$ . Bruges et andet Sand med kendt  $\alpha$ , skal de af Ligningerne beregnede Værdier af  $S^c$  multipliceres med  $\frac{\alpha}{190}$ . Forholdet mellem to Mørtlers Styrke kan derimod beregnes uden Kendskab til  $N$  og  $\alpha$  med en Nøjagtighed, som fremgaar af Ing. 1924, S. 474.

For en Cement med Normstyrke 300 at giver (24b):

$R_c : R_s = 1 : 1$	1 : 2	1 : 3	1 : 4
$S^c = 425$	342	250	180 at

De paagældende Mørtlers  $T_k$  er fremstillet ved den øvre Kurve paa Fig. 90. For  $r_c = r_s$  er  $T_k = \text{ca. } 0,52$ , for den rene Cement fandtes  $T_k = 0,55$ .

**113. Den mest økonomiske Mørtel.** Forholdet mellem Betonens Trykstyrke og Pris pr.  $\text{m}^3$  er et Maal for dens Økonomi og kan undersøges, naar Materialpriserne er kendte<sup>1)</sup>. Da Betonens Pris i overvejende Grad bestemmes af Cementmængden, vil Forholdet mellem Styrke og Cementmængde pr.  $\text{m}^3$  hærdnet Beton være et nogenlunde rigtigt Maal for Økonomien. Fig. 89 viser denne Størrelses Variation med Blandingsforholdet; er Mørtelen givet, vokser den med Stenmængden, men den er for alle Stenmængder størst ved  $P_c : P_s = 30 : 70$ , hvortil svarer  $R_s = 2,1 R_c$ . Den mest økonomiske Beton kan fastsættes som 1 C : 2 S efter Maal og dertil saa mange Sten som muligt, uden at Betonen bliver for død at arbejde med. Magrere Mørtler er kun fordelagtige, naar Betontværsnittet paa Forhaand er givet og ikke kan afpasses efter de virkende Kræfter.

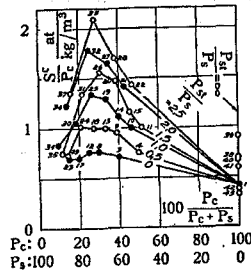


Fig. 89.

**114. Stenmængdens Indflydelse paa Styrken.** Hvis en plastisk Mørtel blandes med tørre Sten i et saadant Forhold, at Stenenes Mellemrum fuldstændig udfyldes af Mørtelen, vil den fremstillede Beton faa samme  $T_k$  som Mørtelen, men være noget for stiv til praktisk Brug; man nødes til at forøge Vandmængden, men da Stenenes Overfladeareal er ringe i Forhold til Cementens og Sandets, behøver man kun at forøge Vandmængden i ringe Grad, saaledes at Betonen paa det nærmeste faar samme  $T_k$  som Mørtelen. Dette frem-

<sup>1)</sup> Se Ing. 1924, S. 273.

gaar af Fig. 90, der viser Resultaterne af Forsøg med plastisk Alcementbeton,  $T_k$  er afsat som Ordinat, og Mørtelens Fedme som Abscisse. Den øvre Kurve gælder for stenfri Beton, den nedre for stenrig Beton. Man ser, at naar Mørtelens Blandingsforhold er givet, forringes Kitmassens Tæthed kun lidet med voksende Stenmængden, naar Stenmængden ikke overstiger ca.  $2\frac{1}{2}$  Gange Sandmængden.

At ikke blot  $T_k$ , men ogsaa

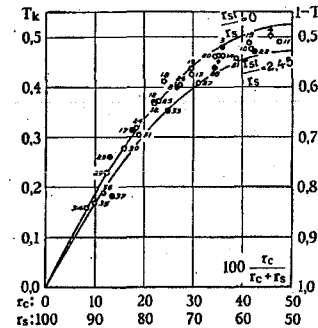


Fig. 90.  $T_k$ 's Variation med Blandingsforholdet.

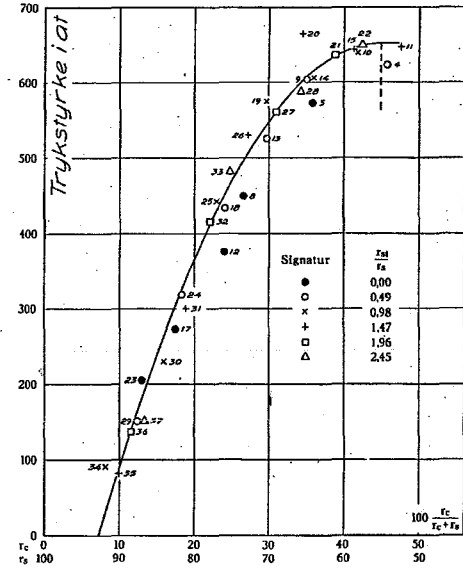


Fig. 91. Trykstyrkens Variation med Blandingsforholdet.

Styrken hovedsageligt bestemmes af Mørtelens Blandingsforhold og kun lidet af Stenmængden ses af Fig. 91, der omfatter de samme Betoner som Fig. 90. Styrken vokser hurtigt med Mørtelens Cementindhold, men er saa lidet paavirket af Stenmængden, at den kan beregnes af Ligningerne (24). Det samme fremgaar af Fig. 63 og 65, Side 56.

Udtrykkes Betonernes Blandingsforhold ved 1 Cement:  $P_s$  Sand:  $P_{st}$  Sten, og afsættes  $P_s$  og  $P_{st}$  som Ordinat og Abscisse, kommer de undersøgte Betonsorter til at ligge i Skæringspunkterne for de groft punkterede Linier paa Fig. 92. Til denne Fremstillingsmaade knytter sig følgende Love.

Alle Betoner med samme Værdi af  $\frac{P_{st}}{P_s}$  ligger paa samme rette Linie udstraalende fra Begyndelsespunktet.

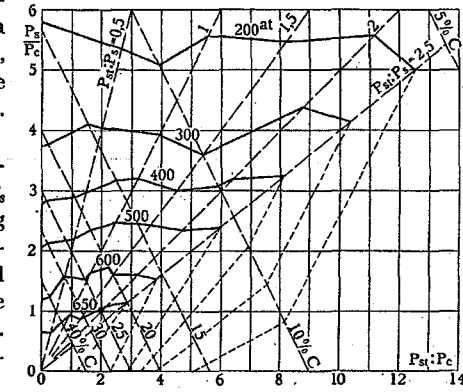


Fig. 92. Trykstyrkens Variation med Blandingsforholdet.



Alle Betoner med samme Værdi af  $P_s + P_{st}$ , altsaa med samme Cementprocent, ligger paa samme rette Skraalinie.

Ved Interpolation paa saavel Straaler som Skraaliner er der tegnet Kurver gennem de til Styrketallene 200, 300, 400, 500, 600 og 650<sup>at</sup> svarende Punkter. Disse Kurver forløber paa det nærmeste vandret, dog med nogen Tendens til Stigning med Stenmængden, i alt Fald naar Mørtelen er fed. Indenfor Forsøgsområdet er Betonens Styrke altsaa paa det nærmeste uafhængig af Stenmængden og alene bestemt af Mørtelens Blandingsforhold, som tidligere fremhævet.

Bevæger man sig udefter paa en af de radiære Straaler, ses Styrken at aftage. Naar Forholdet Sten : Sand holdes konstant, aftager Betonens Styrke altsaa med Cementmængden.

Bevæger man sig fra venstre til højre paa en af de parallelle Skraaliner, vokser Styrken. Naar Cementprocenten holdes konstant, vokser Styrken altsaa med Forholdet Sten : Sand, i alt Fald indtil dette har naaet Værdien 2,5.

Vil man fremstille en god og billig Beton, skal man følgende vælge Mørtelens Blandingsforhold saaledes, at man faar den ønskede Styrke og til denne Mørtel sætte saa mange Sten, som Mørtelen er i Stand til at mætte, idet man dog samtidig maa sørge for, at Betonen ikke bliver for død at arbejde med. En stenrig Beton vil være billigere end en stenfattig med samme Styrke.

Forsøgene ovenfor er gjorte med Alcement, og der er Grund til at tro, at Stentilsætningens temperaturænkende Virkning i nogen Grad har forøget Styrken. Senere Forsøg med Portlandcement har i alt Fald givet en Styrkeforringelse med voksende Stentilsætning, men denne Forringelse er dog ikke større, end at man ogsaa for Portlandcement kan regne med, at mørtelrige Betoners Trykstyrke bestemmes af Mørtelstyrken og i ringe Grad af Stenprocenten.

Langs Abscisseaksen paa Fig. 92 ligger de sandfri Betonsorter. Gøres den vilkaarlige, men ikke urimelige Antagelse, at Styrkens Maksimum for et givet Cementindhold er naaet ved Forholdet Sten : Sand = 2,5, og interpoleres der mellem denne Straale og Abscisseaksen (Sten : Sand = ∞), suppleres Diagrammet med de punkterede Linier, der, selv om de kun er delvis rigtige, letter Forstaaelsen af Styrkens Variation i denne Del af Diagrammet.

Da  $T_k$  i Henhold til Fig. 90 aftager noget med voksende Stentilsætning, skulde  $S^c$  aftage i endnu højere Grad, men Fig. 91 og 92 viser, at dette ikke er Tilfældet, der er snarere en Tendens i modsat Retning. Som Grund til disse Afvigelser blev Temperaturforholdene nævnt, men ogsaa følgende Forhold maa tages i Betragtning:

(1) Da Brudfladerne i en Betonterning enten maa bugte sig udenom Stenene eller gennemskære disse, hvis Styrke er større end Mørtelens, vilde det ikke være urimeligt, om man i Ligningen  $S^c = K \cdot T_k^n$  fandt  $K$  noget større for Beton end for Mørtel.

(2) Bestemmelsesmaaden for  $T_k$  rummer Fejlkilder, idet den ved Støbningen tiloversblevne Betonrest kan have en fra den udstøbte Beton afvigende Sammensætning.

**115. Cementmængdens Indflydelse paa Styrken.** Da Betonstyrken paa det nærmeste er lig med Mørtelstyrken, selv om Forholdet mellem Stenmængde og Mørtelmængde varierer, kan en given Betonstyrke opnaas med meget forskellige Cementprocenter. Da Betonens Pris i Hovedsagen bestemmes af Cementprocenten, foreskriver man i Udbudsbetingelser undertiden en bestemt Cementmængde pr. m<sup>3</sup> hærdnet Beton, og Opgaven for Bygmesteren bliver da at finde den Værdi af Forholdet  $\frac{\text{Sten}}{\text{Sand}}$ , som med mindst Cement medfører den krævede Styrke. En korrekt Løsning af denne Opgave kræver Kendskab til Udbyttets Størrelse; vi vil nøjes med at finde den gunstigste Værdi af  $\frac{P_{st}}{P_s}$ , naar Tørstof-

fernes Cementprocent  $\frac{100 P_c}{P_c + P_s + P_{st}}$  er givet. Naar man multiplicerer denne Cementprocent med 21, faas meget nær Cementmængden i kg pr. m<sup>3</sup> hærdnet Beton, som nedenfor paavist.

Fig. 93, der gælder for de sædvanlige Forsøgsmaterialer, viser, at for samtlige Cementprocenter stiger Styrken med Grusets Stenholdighed; man kan gaa til  $P_{st} = 2,5 P_s$  og muligvis højere uden at svække Betonen; til den nævnte Værdi svarer  $R_{st} = 2,25 R_s$  maalt paa en Byggeplads. Forsøg med Bakkegrus har givet tilsvarende Resultater<sup>1)</sup>.

Ved Brug af dette Grus ses Styrken at blive ens, enten Betonen indeholder 20 eller 40 % Cement, og Forklaringen er, at Mørtelen i bægge Betoner ligger paa den øvre, næsten vandrette Del af Kurven i Fig. 88.

Hvis man kunde bruge et saadant Grus paa en Byggeplads, vilde der for Styrkens Skyld ikke være Grund til at overstige Cementprocessen 20. Disse stenrige Betoner egner sig dog ikke til Jærnbeton, da de er for døde at arbejde med, hvorom nærmere i § 118.

Til de i Fig. 93 indskrevne Cementprocenter svarer i Henhold til Tabellen i § 85 følgende Cementmængder pr. m<sup>3</sup> hærdnet Beton:

$\frac{100 P_c}{P_c + P_s + P_{st}} = 5$	10	15	20	25	%
$\frac{P_c}{R_b} = 109-12$	206-34	294-346	390-454	425-555	kg/m <sup>3</sup> .

De to Betonsorter Nr. 21 og 22, der indeholder 20 % Cement eller ca. 450 kg pr. m<sup>3</sup>, har naaet en Styrke af ca. 650<sup>at</sup> og er altsaa kun ca. 7 % svagere end den rene Cement, der indeholder 1711 kg Cement pr. m<sup>3</sup>. Man ser heraf, hvor meget et rationelt Blandingsforhold betyder for Økonomien. Se ogsaa Fig. 89.

Kurven for 40 % C ender øvre i Nr. 38, men da der mangler saa mange Mellempunkter, er Forbindelsen ikke tegnet. Man ser, at den Betydning, Forholdet  $P_{st} : P_s$  har for Styrken, svinder med voksende Cementtilsætning, og naar denne udgør 40 %, er det ret ligegyldigt, om de øvrige 60 % er Sand eller Sten eller en Blanding. Naar Betonen indeholder over ca. 20 % C, er en sandfri Beton stærkere end en stenfri; omvendt naar Betonen indeholder under ca. 20 % C.

Fig. 94 viser Variationen af  $T_k$ ; at Maksimum af  $T_k$  og  $S^c$  ikke altid er sammenfaldende kan skyldes de i Slutningen af § 114 nævnte Aarsager.

<sup>1)</sup> Næmlig at Betonen blev stærkest, naar Gruset indeholdt 70 % Sten (Byggematerialer III 1911, S. 408).

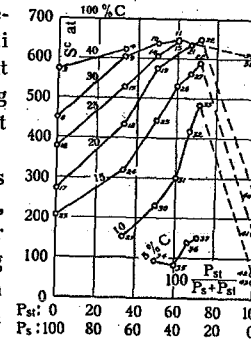


Fig. 93. Styrkens Variation med Blfh.

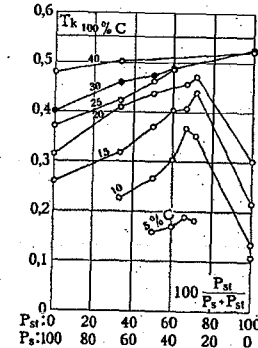


Fig. 94.  $T_k$ 's Variation med Blfh.



nogen Grad kan ændre Stenstørrelsen uden at ændre Mørtelmængden og dog bevare tilnærmelsesvis samme Støbelighed. Derimod maa der skelnes mellem Rundsten og Skærver, da disses kantede Form og ru Overflade nødvendigvis tykkere Mørtelfuger. Som Betingelse for Letstøbelighed vil vi derfor opstille:

$$R_b = \beta \cdot R_{st} \quad \text{for Rundsten } \beta = 1,2 \quad \text{for Skærver } \beta = 1,35.$$

For mørtelmættet Beton indeholdende Mørtelmængden  $R_m$  haves følgende Udtryk for Betonudbyttet:

$$R_b = R_m + R_{st} \cdot T_{st}.$$

Ved Elimination af  $R_b$  findes:

$$R_m = (\beta - T_{st}) \cdot R_{st}.$$

Da man til Fremstilling af  $1 \text{ m}^3$  plastisk Mørtel bruger ca.  $1,5 \text{ m}^3$  Cement + Sand, naar de to Materialer maales hvert for sig, som det sker paa en Byggeplads, haves:

$$R_m = \frac{2}{3} \cdot (R_c + R_s),$$

$$\text{altsaa:} \quad R_{st} = \frac{\frac{2}{3}}{\beta - T_{st}} \cdot (R_c + R_s) = \alpha \cdot (R_c + R_s). \quad (26)$$

Regnes  $T_{st} = 0,55$  for saavel Rundsten som Skærver (se Side 60, Tabel 1), og indføres Værdierne for  $\beta$ , findes  $\alpha = 1,03$  og  $\alpha = 0,835$ , der afrundede giver:

$$\text{For Rundsten: } R_{st} \approx R_c + R_s \quad \text{For Skærver: } R_{st} \approx 0,85 \cdot (R_c + R_s).$$

Overholdes disse to Regler ved Brug af henholdsvis Rundsten og Skærver, tør man gaa ud fra, at Betonen bliver letstøbelig.

**119. Tilslag, der forøger Støbeligheden.** Betonens Støbelighed kan forøges ved Tilsætning af Stoffer, der er billigere og mere findelte end Cement, f. Eks. læsket Kalk, Moler, Kaolin, der sammen med Cementen og Vandet danner en fed Dejg eller Fløde, der smører bedre end Cementvællingen og klæber stærkere til Gruset. Smøringen forøger Betonens Flydeevne, idet Friktionen mellem Gruskornene forringes; Klæbningen hindrer Lagdeling. Undertiden vil en saadan Tilsætning ogsaa øge Styrken, nemlig naar en cementfattig Betons ringe Støbelighed søges forøget ved overdreven Vandtilsætning. Naar der til en vandrig Beton af denne Art sættes melfine Stoffer, optager de Vandet og modvirker en Lagdeling; derved bliver den ringe Cementmængde jævner fordelt i Betonen, og Styrken stiger.

Kalks Virkning er undersøgt af Grün og andre. Skønt  $1 \text{ kg}$  Kalkhydrat kræver  $2\frac{1}{2}$ — $3$  Gange saa meget Vand som  $1 \text{ kg}$  Cement, naar Konsistensen skal være den samme, kan man dog ved en Kalktilsætning forøge Betonens Flydeevne uden at forøge Vand-Cement-Forholdet. Naar man til en given Cementgrød sætter Kalkpulver (læsket) uden at ændre  $P_g : P_c$ , vokser Stivheden bestemt med Vicats Naal, som rimeligt er, men naar man til en given Beton sætter Kalkpulver uden at ændre  $P_g : P_c$ , vokser Synkningstallet. En Kalktilsætning forøger i høj Grad Vandtætheden og undertiden Frostfastheden og synes ikke at forøge Svindet. Efter amerikanske Undersøgelser (Cunnick) vil en Kalktilsætning kunne forøge Styrken af endog fede Betoner som  $1 : 2 : 3$  i betydelig Grad, men andre har fundet det modsatte; se *Structural Materials Research Laboratory*, Bulletin 8 (Abrams). Der er Grund til at tro, at Styrkeforøgelsen kun indtræder, naar  $P_g : P_c$  er stor. Hvis man ikke selv anstiller Forsøg, maa det anbefales at holde  $P_k \approx 1,6 P_c$  og ikke ændre Forholdet  $P_c : P_g$ .

Diatomé-Silicium sælges i Amerika under Navnet *Celite*; til  $100 \text{ kg}$  Cement sættes  $1,5$ — $8 \text{ kg}$  Celite, des mere, jo magrere Betonen er.  $1 \text{ kg}$  Celite angives at have samme Smøreevne som  $2 \text{ kg}$  Kaolin,  $3 \text{ kg}$  Kalk eller  $5 \text{ kg}$  Cement. Ogsaa Kalciumklorid virker smørende. Se *Pearson & Hitchcock: Economic Value of Admixtures* (Proceedings of American Concrete Institute, Vol. XX, 1924).

### 3. Valg af Blandingsforhold.

**120. Mørtelens Blandingsforhold.** Blandingsforholdet skal vælges saaledes, at Betonen bliver (1) rusthindrende, (2) stærk, (3) letstøbelig.

Skal Rustdannelse undgaaes i udendørs Konstruktioner, bør  $T_k$  næppe være væsentlig mindre end  $0,4$ , og man skal derfor være varsom med at bruge magrere Mørtel end  $1$  Vægtdel Cement :  $2$  Vægtdele Sand ( $P_s = 2 P_c$ ). Hellere en fed Mørtel og en høj tilladelig Spænding end omvendt. I indendørs Konstruktioner kan man gaa til  $P_s = 2,5 P_c$ , hvis Styrkehensynet tillader det. Disse Grænser foreskrives af de danske Normer. Da  $1 \text{ m}^3$  fugtigt Sand kan regnes at være noget lettere end  $1 \text{ m}^3$  Portlandcement (se Side 60, Tabel 1), kan man uden at forsynde sig mod Normerne erstatte Vægtforholdet med Maalforhold, hvorved man kommer til Blandingsforholdene:

$$\text{Udendørs: } R_s \approx 2 R_c \quad \text{Indendørs: } R_s \approx 2,5 R_c.$$

**121. Stenmængden fastsat ved Beregning.** Betonens Styrke bestemmes i Hovedsagen af Mørtlen. En given Mørtel kan blandes med store Stenmængder uden at Styrken forringes (Fig. 92), naar man ikke overskrider Grænsen for mørtelmættet Beton, men inden denne Grænse er naaet, har Betonen ofte mistet den Plasticitet, som betinger, at den kan glide ind mellem Jærnene og lejre sig tæt om disse, og Grænsen for Stenmængden sættes da ikke af Styrken, men af Støbeligheden. Derfor bør man overholde Reglen fra § 118:

$$R_{st} = \alpha \cdot (R_c + R_s) \quad \text{med} \quad \begin{cases} \alpha \approx 1 & \text{ved Rundsten} & (26 a) \\ \alpha \approx 0,85 & \text{Skærver} & (26 b) \end{cases}$$

saafremt man ikke arbejder med stærkt kontrolerede Materialer og har Erfaring for, at  $\alpha$  kan forøges. Man kommer derved til Blandingsforholdene:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ Cement} : 2 \text{ Sand} : 3 \text{ Rundsten} \quad 1 \text{ Cement} : 2 \text{ Sand} : 2,5 \text{ Skærver} \\ 1 \quad \quad \quad : 2,5 \quad \quad \quad : 3,5 \quad \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad : 2,5 \quad \quad \quad : 3 \quad \quad \quad \end{array}$$

som øvre Grænser for Sand- og Stenholdighed. Disse Betoners Stenindhold ligger saa meget under Støbelighedsgrænsen, at denne sædvanligvis ikke naaes, selv om man erstatte Sandet med Betongrus af den Beskaffenhed, der oftest bruges i Danmark, og som udover Sandet indeholder en ringe Mængde Sten af Størrelse  $5$ — $15 \text{ mm}$ . Ved mine egne Arbejder har jeg ved Brug af Strandgrus og Sønødsten som Regel anvendt Forholdet:

$$1 \text{ Cement} : 2 \text{ Betongrus} : 3 \text{ Rundsten}$$

der giver en let støbelig og tæt Beton, hvis Styrke er tilstrækkelig til de allerfleste Anvendelser; kun i enkelte Tilfælde, hvor Betongruset var særlig stenrigt, har Forholdet maattet ændres til  $1 : 2\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$ .

Den Margin, Formlerne (26) rummer, faar man naturligvis ikke gratis. Vil man formindske den, maa man ændre den nuværende Skik, i Udbudsbetingelserne at foreskrive Forholdet  $R_c : R_g : R_{st}$ , og i Stedet foreskrive  $R_c : R_s : R_{st}$ ; først naar Grussorten er fastslaaet, kan Forholdet  $R_c : R_g : R_{st}$  bestemmes (§ 124). Men man kan da lige saa godt handle helt rationelt, foreskrive  $P_c : P_s : P_{st}$  og omregne til  $R_c : R_g : R_{st}$ , naar Materialerne er bragt tilveje.

Naar en særlig stor Styrke ønskes, kan det blive nødvendigt at bruge en stærkere Mørtel end  $1 : 2$ , f. Eks.  $1 : 1\frac{1}{2}$ , og Stenmængden kan da samtidig forøges i Overensstemmelse med (26 a); til  $1 : 2 : 3$  svarer saaledes  $1 : 1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$

som en stærkere, men nogenlunde lige saa mørtelig Beton. Det er navnlig til Pæle og Vandbygningsarbejder, at saa fede Betoner bruges.

Langs Formens Vægge og langs Jærnet lejrer Stenene sig med en unormalt stor Mellemrumsprocent, der kræver ekstra Mørteltilførsel, derfor bør Stenenes Mængde og Størrelse aftage, naar Bygværkets Spinkelhed og Jærnholdighed vokser. Stenprocenten maa hellere være for lille end for stor, men man maa dog ikke glemme, at med voksende Stenprocent bliver Betonen billigere, stærkere og mindre svindende.

**122. Stenmængden fastsat ved Forsøg.** Ved store Arbejder bør Blandingsforholdet fastsættes ved Forsøg, thi derved kan store Beløb spares<sup>1)</sup>. Er Betonmaterialerne givne, kan man gaa frem paa følgende Maade.

Man sammenstamper Sten og Grus i følgende Forhold:

$$\frac{P_{st} \cdot (1 + v_{st})}{P_g \cdot (1 + v_g)} = 1,25 \quad 1,5 \quad 1,75$$

og finder ved Interpolation det Forhold  $\beta$ , der giver Maksimum af Rumvægt, og som derfor maa antages at være gunstigt. Man blander derefter i Forholdene  $\beta - 0,25$ ,  $\beta$  og  $\beta + 0,25$ , og ved Tørring og Sigtning findes disse tre Grussorters Sandindhold  $P_{s1}$ ,  $P_{s2}$ ,  $P_{s3}$ . Naar Cementmængden bestemmes saaledes at  $P_s = 2P_c$ , henholdsvis  $2,5P_c$ , kommer man til 3 forskellige Værdier af  $P_c$ :  $P_g \cdot (1 + v_g)$ ;  $P_{st} \cdot (1 + v_{st})$ , og man fremstiller da de tilsvarende Betoner under Til sætning af saa meget Vand, at Konsistensen bliver den ønskede; eventuelt kan man for hver Værdi bestemme de Grænseværdier af Vandmængden, som man mener at kunne overholde ved det paagældende Arbejde. Er nogle af de fremstillede Betoner daarligt støbelige, udskydes de. Valget mellem de øvrige skal nu træffes saaledes, at man faar den paakrævede Styrke for den ringeste Pris. Vejledende i saa Henseende er Formel (22c) i § 94, hvis Størrelser alle er kendte (for  $N$  kan indføres Cementens garanterede Normstyrke), bedre er en Beregning af  $T_k$ , navnlig hvis Kornene er vandsugende, bedst er direkte Trykforsøg.

Naar Vægtforholdet er fastslaaet, kan det omregnes til Maalforhold  $R_c : R_g : R_{st}$ , naar man kender Stoffernes Tæthedegrad ved Udmaalingen paa Byggepladsen.

#### 4. Korrektioner for mangelfuld Sortering.

**123. Blanding efter Vægt.** Hvis Sandet leveres med vekslende Stenindhold eller Stenene med vekslende Sandindhold, maa ogsaa Blandingsforholdet veksle, hvis Betonen skal forblive ens. Derved vanskeliggøres Kontrollen med Arbejdet meget stærkt, saa Reglen bør være, at slige Materialer sorteres inden Brugen. Hvis derimod Sandet leveres med konstant Stenindhold og Stenene med konstant Sandindhold, kan man ved simple Sigteprøver og Beregninger finde det rette Blandingsforhold. Hvis Sigteprøver viser, at:

$$\begin{matrix} x \text{ kg stenholdigt Sand indeholder } \alpha \cdot x \text{ kg Sand} + (1 - \alpha) \cdot x \text{ kg Sten} \\ y \text{ » sandholdige Sten » } \beta \cdot y \text{ » » } + (1 - \beta) \cdot y \text{ » » } \end{matrix}$$

vil man ved Sammenblanding af de  $x + y$  Kilogram faa:

$$(\alpha \cdot x + \beta \cdot y) \text{ kg Sand} + ((1 - \alpha) \cdot x + (1 - \beta) \cdot y) \text{ kg Sten.}$$

Skal Betonens Blandingsforhold være:

$$1 \text{ kg Cement} + P_s \text{ kg Sand} + P_{st} \text{ kg Sten}$$

og blander man i Stedet:

$$1 \text{ kg Cement} + x \text{ kg stenholdigt Sand} + y \text{ kg sandholdige Sten,}$$

bliver de to Blandingsforhold ens, saafremt:

$$P_s = \alpha \cdot x + \beta \cdot y \quad P_{st} = (1 - \alpha) \cdot x + (1 - \beta) \cdot y,$$

og disse to Ligninger giver:

$$x = \frac{\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \cdot P_s - P_{st}}{\frac{\alpha}{\beta} - 1} \quad y = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}\right) \cdot P_s + \frac{\alpha}{\beta} \cdot P_{st}}{\frac{\alpha}{\beta} - 1} \quad (27)$$

Er Stenene sandfri, altsaa  $\beta = 0$ , findes:

$$x = \frac{1}{\alpha} \cdot P_s \quad y = P_{st} - \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \cdot P_s \quad (27a)$$

Er Sandet stenfrit, altsaa  $\alpha = 1$ , findes:

$$x = P_s - \frac{\beta}{1 - \beta} \cdot P_{st} \quad y = \frac{1}{1 - \beta} \cdot P_{st} \quad (27b)$$

<sup>1)</sup> Se f. Eks. Bygningsstatistiske Meddelelser 1929, S. 32 (C. Ostefeld).

Der er Mulighed for, at den med Sandet følgende Stenmængde netop svarer til den med Stenene følgende Sandmængde, saaledes at de to urene Materialer netop skal bruges i det for de rene Materialer foreskrevne Blandingsforhold. Betingelsen herfor findes ved at sætte enten  $x = P_s$  eller  $y = P_{st}$  og bliver:

$$\alpha = 1 - \beta \cdot \frac{P_{st}}{P_s}$$

Er der foreskrevet  $P_{st} = 1,5 P_s$ , faas:

$$\alpha = 1 - 1,5 \cdot \beta,$$

og hvis Stenene indeholder de tilladelig 5% Sand (§ 109), altsaa  $\beta = 0,05$ , skal Sandet altsaa indeholde 7,5% Sten, for at Blandingsforholdet skal blive det rette.

**124. Blanding efter Maal.** Skal Betonens Blandingsforhold være:

$$1 \text{ m}^3 \text{ Cement} + R_s \text{ m}^3 \text{ Sand} + R_{st} \text{ m}^3 \text{ Sten,}$$

kan man udregne de tilsvarende Vægtmængder (§ 73):  $P_s = R_s \cdot T_s \cdot \gamma_s$  og  $P_{st} = R_{st} \cdot T_{st} \cdot \gamma_{st}$  og blande i Forholdet:

$$1 \text{ m}^3 \text{ Cement} + P_s \text{ kg Sand} + P_{st} \text{ kg Sten.}$$

Har de urene og tørrede Materialer givet de i § 123 nævnte Sigterestultater, og blander man i Forholdet:

$$1 \text{ m}^3 \text{ Cement} + x \text{ kg stenholdigt Sand} + y \text{ kg sandholdige Sten,}$$

skal  $x$  og  $y$  som tidligere beregnes af (27). Man har da blot at gaa tilbage fra Vægtforhold til Maalforhold. Er de urene Materialers Tæthed og Vægtfylde  $T_s, \gamma_s$  og  $T_{st}, \gamma_{st}$ , bliver de søgte Rumfang:

$$R'_s = \frac{x}{T_s \cdot \gamma_s} \quad R'_{st} = \frac{y}{T_{st} \cdot \gamma_{st}}$$

Man skal følgelig blande i Forholdet:

$$1 \text{ m}^3 \text{ Cement} + R'_s \text{ m}^3 \text{ stenholdigt Sand} + R'_{st} \text{ m}^3 \text{ sandholdige Sten,}$$

$$\text{hvor: } R'_s = \frac{\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \cdot R_s \cdot T_s \cdot \gamma_s - R_{st} \cdot T_{st} \cdot \gamma_{st}}{T'_s \cdot \gamma'_s \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)} \quad R'_{st} = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}\right) \cdot R_s \cdot T_s \cdot \gamma_s + \frac{\alpha}{\beta} \cdot R_{st} \cdot T_{st} \cdot \gamma_{st}}{T'_{st} \cdot \gamma'_{st} \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)}$$

Man kan som Regel regne  $\gamma_s = \gamma_{st} = \gamma'_s = \gamma'_{st}$ . Tæthederne  $T'_s$  og  $T'_{st}$  kan findes ved Vejning af de foreliggende Materialer, men det er unyttigt, thi de rensigtede Materialers Tæthed  $T_s$  og  $T_{st}$  er ubekendte Størrelser, som ikke nævnes i Udbudsbetingelserne, og bestemmer man dem ved Vejning af de rensigtede og derefter passende fugtede Materialer, vil Bygmesteren kunne gøre Indsigelse, eftersom han er berettiget til at levere Materialer med andre Tætheder. Naar man blander efter Maal, maa man se bort fra de mulige Tæthedsforskelle og regne  $T_s = T_{st} = T'_s = T'_{st}$ , altsaa:

$$R'_s = \frac{\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \cdot R_s - R_{st}}{\frac{\alpha}{\beta} - 1} \quad R'_{st} = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}\right) \cdot R_s + \frac{\alpha}{\beta} \cdot R_{st}}{\frac{\alpha}{\beta} - 1} \quad (28)$$

Er Stenene sandfri, altsaa  $\beta = 0$ , findes:

$$R'_s = \frac{1}{\alpha} \cdot R_s \quad R'_{st} = R_{st} - \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \cdot R_s \quad (28a)$$

Er Sandet stenfrit, altsaa  $\alpha = 1$ , findes:

$$R'_s = R_s - \frac{\beta}{1 - \beta} \cdot R_{st} \quad R'_{st} = \frac{1}{1 - \beta} \cdot R_{st} \quad (28b)$$

Er f. Eks. det ønskede Blandingsforhold:  $R_c : R_s : R_{st} = 1 : 2 : 3$ , og skal det fremstilles af sandfri Sten og af Betongrus med  $\alpha = 0,8$ , findes  $R'_s = \frac{1}{0,8} \cdot 2 = 2,5$ ,  $R'_{st} = 3 - 0,25 \cdot 2 = 2,5$ , og der skal derfor blandes i Forholdet 1 : 2,5 : 2,5.

#### 5. Udbytte.

**125. Den Betonmængde  $R_b$ ,** man faar af givne Materialmængder, findes bedst ved Forsøgstøbninger (§ 85). I Mangel af saadanne kan  $R_b$  udregnes af Ligningen:

$$R_b \cdot T_b = r_c + r_s + r_{st} = R_c \cdot T_c + R_s \cdot T_s + R_{st} \cdot T_{st} \quad (29)$$

saafremt man kender de fire Tæthedegrader. De løse Stoffers Tæthed bestem-

mes let ved Vejning; nogle Værdier findes i Tabel 1, Side 60; ved man intet om Tæthedsgraderne, kan sættes  $T_c = 0,44$ ,  $T_s = 0,5$ ,  $T_{st} = 0,55$ . Betonens Tæthed aftager med voksende Støbevandsmængde; er denne passende, varierer  $T_b$  med Blandingsforholdet, som Fig. 75 og 76 viser. For sandfri Cementmørtel kan regnes  $T_b = 0,55$ . For Cementmørtel 1:1 og magrere og for de af en saadan Mørtel fremstillede mørtelmættede Betoner kan ved Brug af Strandmaterialer regnes:

$$T_b = 0,72 + 0,12 \cdot \frac{R_{st}}{R_c + R_s}$$

og ved Brug af Grusgravmaterialer 5% mindre.

Indføres i (29) for sandfri Mørtel  $T_b = 0,55$  og  $T_c = 0,44$ , findes  $R_b = 0,8 R_c$ . Indføres for de ovennævnte sandholdige Mørtler  $T_b = 0,72$  og  $T_s = 0,5$ , findes meget nær  $R_b = 0,6 R_c + 0,7 R_s$ , der nøjagtigt nok kan omskrives til  $R_b = \frac{2}{3} \cdot (R_c + R_s)$ .

For mørtelmættet Beton faar man et simplere Udtryk end (29) ved at forudsætte, at man ved at sætte Sten til en given Mørtel ikke indfører nye Porer, hvilket er nogenlunde rigtigt, saalænge Betonen er mørtelmættet. Man faar da:

$$R_b = R_m + r_{st} = R_m + R_{st} \cdot T_{st} = \frac{2}{3} \cdot (R_c + R_s) + R_{st} \cdot T_{st} \quad (30)$$

og med  $T_{st} = 0,55$ :

$$R_b = \frac{2}{3} \cdot (R_c + R_s) + 0,55 \cdot R_{st}. \quad (30a)$$

Naar  $R_b$  er bestemt, kan de til Fremstilling af 1 m<sup>3</sup> Beton nødvendige Materialmængder udregnes, nemlig:

$$\frac{R_c}{R_b}, \frac{R_s}{R_b}, \frac{R_{st}}{R_b}$$

Er Blandingsforholdet  $R_c : R_s : R_{st} = 1 : 2 : 3$ , findes  $R_b = \frac{2}{3} \cdot (1+2) + 0,55 \cdot 3 = 3,65$ , og til 1 m<sup>3</sup> Beton kræves da:

$$\text{Cement: } \frac{R_c}{R_b} = \frac{1}{3,65} = 0,274 \text{ m}^3 \quad \text{Sand: } 0,274 \cdot 2 = 0,548 \text{ m}^3 \quad \text{Sten: } 0,274 \cdot 3 = 0,822 \text{ m}^3$$

For ikke mørtelmættet Beton (saadan Beton bør ikke bruges til Jærnbeton) kan man regne:

$$R_b = 1,1 R_{st}, \quad (30b)$$

Idet Mørtelfugerne mellem Stenene plejer at sprede disse saa meget, at Rumfanget forøges med 10%. Er  $R_{st} > 1,21 \cdot (R_c + R_s)$  giver (30b) større Værdier end (30a) og skal derfor bruges.

**126. Cementmængden i hærdnet Beton.** Navnlig i Udlandet karakteriseres Betonens Kvalitet ofte ved den Cementvægt  $C$ , der indgaar i 1 m<sup>3</sup> hærdnet Beton, hvorved der er den Fordel, at man forud kan udregne det totale Cementforbrug uden Hensyn til Udbyttet. Naar Cementpulverets Rumvægt i Overensstemmelse med de danske Jærnbetonnormer regnes lig 1360 kg/m<sup>3</sup>, indgaar der i 1 m<sup>3</sup> Beton 1:2:3 i Henhold til ovenstaaende:  $C = 1360 \cdot 0,274 = 373$  kg Cement, og i al Almindelighed bliver Cementvægten pr. m<sup>3</sup>, naar Betonen er mørtelmættet:

$$C = \frac{P_c}{R_b} = 1360 \cdot \frac{R_c}{R_b} = \frac{1360}{\frac{2}{3} \cdot \left(1 + \frac{R_s}{R_c}\right) + T_{st} \cdot \frac{R_{st}}{R_c}} \quad (30c)$$

Er  $C$  og  $R_s : R_c$  givet, finder man af (30c)  $T_{st} \cdot R_{st} : R_c$ . Er kun  $C$  givet, vælges Forholdet  $R_{st} : R_s$  saa stort, som det er muligt, uden at Støbelighedsgrænsen overskrides, hvorefter (30c) giver  $R_s : R_c$ . Hvis man ikke har et fornuftigt Forhold mellem Sten og Sand, er Betonens Cementindhold intet Maal for dens Godhed. En Beton 1:2:3 er langt bedre end en Mørtel 1:4, skønt begge indeholder ca. 370 kg Cement pr. m<sup>3</sup>. Se desangaaende § 115 og Tabellen i *Byggematerialer* III 1911, § 1115, der giver Styrke og Udbyttetal for 12 forskellige Betoner. I Almindelighed anvendes 280–450 kg Cement pr. m<sup>3</sup> hærdnet Beton, hvor det kun er Styrkehensynet, der bestemmer Blandingsforholdet; ved Bygværker i Havvand gaas op til 5–600 kg.

## V. BYGGEELEMENTERNES DIMENSIONERING OG UDFORMNING.

### A. Tilladelige Spændinger.

**127. Jærnspejdingen.** For Fastsættelsen af de tilladelige Spændinger er det af Betydning, at der haves et meget omfattende Forsøgs materiale at bygge paa; de mest almindelige Bygningsdele er gennemprøvede saa grundigt som for intet andet Byggestof. Jærnspejdingen kunde godt sættes højere end i nittede Jærnkonstruktioner, uden at Brudsikkerheden blev ringere end disses, thi dels fordeles Kraften over mange spinkle Jærn, hvorved Fejl i et enkelt bliver af underordnet Betydning, dels er Rundjærn gærne af bedre Kvalitet end Profiljærn. Som Regel holder man sig dog til de for Jærnkonstruktioner tilladte Spændinger, og for det almindelige, bløde Staal med  $S_j \geq 3700$  at regnes:

$$\text{Træk: } s_j = 1200 \text{ at}$$

$$\text{Forskydning: } t_j = 960 \text{ at}$$

Vil man bruge højere tilladelige Spændinger, maa man skaffe Jærn med garanteret højere Flydespænding  $\sigma_F$ , thi Jærnets Virkning er proportional med denne. Da det bløde Staalets Flydespænding er ca. 2800 at, vilde man for andet

Staal kunne regne  $s_j = 1200 \cdot \frac{\sigma_F}{2800}$  uden at forringe Brudsikkerheden, men da

Dannelse af grove Revner i Betonen begunstiges af en høj Jærntrækspænding (§ 378), og da man endnu kun har ringe Erfaring i denne Henseende, foreskriver de danske Normer en langsommere Vækst af  $s_j$ , nemlig:

$$s_j = 24,5 \cdot \sqrt{\sigma_F}$$

$$t_j = 0,8 \cdot s_j$$

Til  $\sigma_F = 2400$  svarer da  $s_j = 1200$ ; leveres Jærnet med Garanti for  $\sigma_F \geq 2800$ , er  $s_j = 1300$ . I Bygværker, der staar udendørs eller i anden tærende Luft, bør høje Jærnspejdinger indtil videre bruges med Varsomhed.

**128. Betonspejdingen** bestemmes ved Forsøg med 28 Døgn gamle Prøvelegemer. Da Betonens Styrke vokser med Alderen, vil ogsaa Sikkerhedsgraden vokse, forsaavidt denne ikke afhænger af Jærnet. Trykstyrken kan bestemmes ved Hjælp af Tærninger eller ved Hjælp af stærkt armerede Bjælker (§ 316), idet man regner sig til den største Trykspænding i Brudøjeblikket. Tærningstyrken  $S_b^c$  og Bjælkestyrken  $S_b^{bc}$  er af Grunde, som omtales i § 306, ikke lige store, man kan regne  $S_b^{bc} = 1,25 S_b^c$ . Med de Cementkvaliteter, der leveredes for nogle Aar tilbage, var det vanskeligt at garantere Betonstyrken større end  $S_b^c = 250$  at, altsaa  $S_b^{bc} = 300$  at, men med de moderne Cementer kan man komme højere op, og det vilde være naturligt at lade den tilladelige Trykspænding vokse proportionalt. Paa den anden Side er der Grund til at forøge Sikkerhedsfaktoren des stærkere, jo mere man fjerner sig fra de tilladelige Spæn-

dinge, der hidtil er regnet med, og som gennem mange Aars Erfaring vides at føre til gode Bygværker, og dette gør de danske Normer, idet de fastsætter den tilladelige Trykspænding ved Bøjning paa følgende Maade:

$$\text{For } S_b^{bc} \geq 300 \text{ at, altsaa } S_b^c \geq 250 \text{ at} \quad \text{er} \quad s_b^{bc} = 0,22 \cdot S_b^{bc} = 0,275 \cdot S_b^c.$$

$$\text{For } S_b^{bc} > 300 \text{ at, altsaa } S_b^c > 250 \text{ at} \quad \text{er} \quad s_b^{bc} = 3,8 \cdot \sqrt{S_b^{bc}} = 4,25 \cdot \sqrt{S_b^c}.$$

De øvrige tilladelige Spændinger er:

$$\begin{aligned} \text{Centralt Tryk:} & \quad s_b^c = 0,8 \cdot s_b^{bc} \\ \text{Forskydning og Adhæsion:} & \quad t_b = t_{bj} = 0,1 \cdot s_b^{bc}. \end{aligned}$$

Under visse Forhold (§ 532) kan  $t_b$  tredobles.

I efterfølgende Tabel er indført en Række tilladelige Spændinger og de tilsvarende paakrævede Værdier af Betonens Bjælke- og Tærningestyrke.

$s_b^{bc}$	= 40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90 at
$s_b^c$	= 32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72 »
$t_b$ og $t_{bj}$	= 4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 »
$S_b^{bc}$	= 182	204	228	250	272	295	340	390	442	500	561 »
$S_b^c$	= 146	164	182	200	218	236	272	312	354	400	449 »

**129. Normale Belastningsforhold.** Ovenstaaende Spændinger gælder for normale Belastningsforhold  $\sigma$ : for saadanne Lastkombinationer, som det paagældende Bygværk ofte kan blive udsat for og som derfor lægges til Grund for Dimensioneringen, f. Eks.:

*Etageadskillelser:* Egenvægt + hvilende Last + bevægelig lodret Last.

*Tag:* Egenvægt + hvilende Last + bevægelig lodret Last + Vindkraft + Snetryk. Saafremt Tagets bevægelige Last kun bestaar af Sne og Vind, kan de tilladelige Spændinger forøges med 20%.

*Gade- og Vejbroer:* Egenvægt + hvilende Last + bevægelig lodret Last incl. dynamiske Tillæg.

*Jærnbanebroer:* Egenvægt + hvilende Last + bevægelig lodret Last incl. dynamiske Tillæg + Centrifugalkraft.

**Specielle Belastningsforhold.** Almindelige Husbyggningskonstruktioner behøver som Regel kun at undersøges for de ovennævnte, normale Belastningsforhold.

Broer o. lgn. skal derimod dimensioneres saavel for normale Belastningsforhold (med de nævnte tilladelige Spændinger) som for disse kombinerede med Bremskræfter, Vindtryk, Temperaturændringer, Hærdningssvind, Fundamentsbevægelser m. m. under samtidig Forøgelse af de tilladelige Spændinger med 30%.

Ved Bolværker og lignende Kajindfatninger kan Jordtrykket bestemmes under Hensyn til Bolværkets Udbøjning som nærmere angivet i Dansk Ingeniørforenings Foreløbige Regler for Jærnbetonkonstruktioner i Vandbygning. Ved Dimensioneringen kan der regnes med 80% af dette Jordtryk og med de almindelige tilladelige Spændinger. Overfor midlertidige Paavirkninger, f. Eks. saadanne, der kun optræder under Arbejdets Udførelse, tillades ved alle Vandbygværker 25% højere Spændinger end normalt.

**130. Kræfternes dynamiske Virkning** kan man se bort fra ved almindelige Husbyggningskonstruktioner, der ikke er udsatte for unormale Rystelser, men ved Broer og andre Konstruktioner med kørende Færdsel bør de statiske Hjultryk forøges med  $\alpha\%$ , hvor  $\alpha$  maa afpasses efter Forholdene.

De danske Jærnbetonnormer foreskriver: Ved Jærnbanebroer, hvis Paafyldningshøjde regnet til Svellens Underside er mindst 0,25 m, og ved Vejbroer, hvis Paafyldningshøjde regnet til Slidlagets Overside er indtil 0,25 m, sættes  $\alpha = 30$ . Er den mindste Værdi af Paafyldningshøjden  $h$  m større end nys nævnt, sættes  $\alpha = 30 - 5h$ . Er  $h \geq 6$  m, sættes  $\alpha = 0$ .

De schweiziske Statsbaner forlanger (1915), at Plader og Bjælker (baade i Huse og Broer), der bærer Maskiner, eller paa hvilke der køres, og hvis Spændvidde,  $L$ , er mindre end 15 m, skal dimensioneres for en bevægelig Last, der er  $2(15 - L)\%$  større end den virkelige.

**131. Bevægelig og hvilende Last.** Selv om den bevægelige Last er uden dynamisk Virkning, er der Mening i at indføre en større Sikkerhedsfaktor for denne end for Egenvægten, dels fordi den første som Regel kun er skønnet, dels fordi en Spænding, hvis Størrelse varierer, muligvis er farligere end en Spænding, hvis Størrelse er konstant (§ 138), men man plejer ikke at gøre det.

Ses der bort fra Spændingsvariationers Virkning, maatte man ved en fornuftig Fastsættelse af Sikkerhedsgraden for simpelt understøttede Bjælker og andre Bygningsdele, hvis Spændinger er proportionale med  $p + g$  og uafhængige af Forholdet  $p : g$ , gaa frem paa følgende Maade. Egenvægten  $g$  kan beregnes med f. Eks. 20% Nøjagtighed, Nyttelasten  $p$  kan beregnes med f. Eks. 50% Nøjagtighed, den absolut største Last bliver følgende  $1,2g + 1,5p$ , og ved at regne med denne vilde man finde de absolut største Spændinger, hvis Beregningsmetoderne var rigtige, men det er de ikke, og hvis man f. Eks. kan regne 50% fejl, maa man for at være paa den sikre Side forøge Lasten til  $1,5 \cdot (1,2g + 1,5p)$ . Derved findes de absolut største Spændinger, og disse maa ikke medføre Brud, selvom Materialet er af noget daarligere Kvalitet end forudsat. Hvis Betonens Styrke i Bygværket ved normalt, forsvarligt Arbejde kan synke 50% under den garanterede, skal der i Forbindelse med ovennævnte Last regnes med en tilladelig Betonspænding, der er 50% af den garanterede Styrke. Den tilladelige Jærnsplænding vilde ud fra samme Betragtning blive lig Flydespændingens Minimalværdi, f. Eks. 2400 at. Ved at regne paa denne Maade vilde man altid have de virkelig kritiske Spændinger for Øje, hvilket vilde være en Fordel.

Imidlertid er der visse Konstruktioner, f. Eks. kontinuerlige Bjælker, hvis Spændinger paa-

virkes af  $\frac{P}{g}$ , og ved disse Konstruktioner maa man ikke blot sikre sig mod, at  $g$  regnes for lille, men ogsaa mod, at  $g$  regnes for stor (§ 345). Hvis man derfor vil indføre den antydede Regnemaade, maa det formentlig blive under den Form, at man regner med  $\alpha \cdot g + \beta \cdot p$  og lader  $\alpha$  og  $\beta$  variere med Bygværkets Art<sup>1)</sup>. I Husbygningen regnes ofte med rigeligt store Værdier af  $p$ , saaledes at de faktiske Spændinger er størst i de Bygningsdele, der er dimensionerede for  $g$  alene, hvilket opfordrer til at gøre  $\alpha$  stor og  $\beta$  lille. I Brobygningen vokser Hjultrykkene fra Aar til Aar, medens  $g$  holder sig konstant, hvilket opfordrer til at gøre  $\alpha$  lille og  $\beta$  stor.

Et vigtigt Spørgsmaal i denne Forbindelse er, om en stadigt virkende Spænding  $\sigma$  er mer eller mindre farlig end talrige Variationer mellem  $\sigma$  og en lavere Værdi, thi deraf vil Valget af  $\alpha$  og  $\beta$  afhænge. Dette Spørgsmaal er endnu uafgjort, men det vides, at en stadigt virkende høj Spænding forøger Betonens Deformationer, ligesom den forøger Træs.

**132. Bygværker med Egen-spændinger.** Saafremt enkelte Dele af et Jærnbetonbygværk indstøbes i belastet Tilstand, eller saafremt et ældre Jærnbetonbygværks Tværnit forøges ved Omstøbning, Tilstøbning eller lignende, og dette sker, mens Bygværket er belastet, og paa en saadan Maade, at det forstærkede Tværnit kan regnes at forblive plant ved de Deformationer, som en senere paaført Last medfører, behøver Spændingerne i den forud belastede Bygværksdel ikke at begrænses til de ellers tilladte, men der skal være normal Sikkerhed overfor Brud.

Er f. Eks. en Pille med Tværnit  $F_1$  belastet med Kraften  $P_1$ , altsaa med Spændingen  $\sigma_1 = P_1 : F_1$ , og omstøbes man den i denne Tilstand med en Kappe, hvis Tværnit er  $F_2$ , saa er, efter Hærdning uden Svind, Kernens Spænding  $\sigma_1 = P_1 : F_1$ , Kappens Spænding  $\sigma_2 = 0$ . Forøges den samlede Pilles Last derefter med  $P_2$ , bliver Spændingerne i:

$$\text{Kærnen: } \sigma_1 = \frac{P_1}{F_1} + \frac{P_2}{F_1 + F_2}, \quad \text{Kappen: } \sigma_2 = \frac{P_2}{F_1 + F_2}, \quad \text{Middelspændingen: } \sigma_3 = \frac{P_1 + P_2}{F_1 + F_2}.$$

Under disse Forhold behøver man ikke at holde  $\sigma_1 \leq s_b^c$ , thi naar Kærnen nærmer sig Brud og sammentrykkes stærkt, aflastes den automatisk af den mindre sammentrykkelige Kappe, og Bruddet sker først, naar  $\sigma_3$  har naaet Brudværdien, saaledes at  $\sigma_3 \leq s_b^c$  giver tilstrækkelig Brudsikkerhed.

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Indmurede Altaners Sikkerhed (T. F. T. 1907, S. 66), hvor det Princip, at dimensionere paa Grundlag af Brudtilstanden, er indført. Senere er Spørgsmaalet drøftet i Ing. 1927, S. 15—251.

## B. Tryk.

### 1. Uarmeret Betons Forhold overfor Tryk.

#### a. Betonens Trykstyrke.

**133. Legemsformens Virkning.** Trykstyrken af Betonprismer med samme Tværsnit, men forskellig Højde, varierer med denne som Fig. 95 viser. Paa Strækningen *ABC* sker Bruddet ved Forskydning, paa Strækningen *CD* ved Udbøjning. Tærningstyrken ligger tilvenstre for *B* og er paavirket af Friktionen mellem Prøvelegemet og Prøvemaskinens Trykplader, medens denne Friktion kun i ringe Grad gør sig gældende langs *BC*; Styrken her kaldes **Prismestyrken** og er for normal Beton ca. 0,8 Gange Tærningstyrken<sup>1)</sup>. Er Betonen meget porøs, hvormed følger ringe Tværuddvidelse, kan Forholdet stige til 1<sup>2)</sup>.

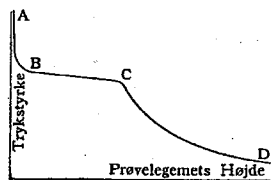


Fig. 95.

Trykstyrken aftager med voksende Tærningstørrelse; se desangaaende *Byggematerialer* III 1911, § 1137<sup>3)</sup>.

I et højt Prisme, der er støbt staaende, aftager Betonens Kvalitet fra neden opefter, dels fordi Stampningen af de øvre Lag ogsaa paavirker de nedre, men navnlig fordi disse komprimeres af den overliggende Betons Vægt, saaledes at Vandet presses ud, og Betonens Tæthed stiger. Ved Trykforsøg med Betonsøjler brydes disse derfor næsten altid i den Ende, der har vendt opad ved Støbningen. Ved at udtage Prøver af et 4<sup>m</sup> højt Prisme dels foroven, dels 1<sup>m</sup> dybere og dels forneden, fandt man en Trykstyrke af henholdsvis 198, 254 og 294<sup>at 4)</sup>.

**134. Lagringstemperaturens Virkning** er grafisk fremstillet i Fig. 96. Kurverne viser Styrkens Vækst med Alderen, naar Hærdningen foregaar i den paa Kurverne skrevne Temperatur, idet Styrken efter 28 Døgn Hærdning i 20° er sat lig 100. Betonens Temperatur ved Udstøbningen og i de paafølgende 6 Timer var 20°. De frosne Prøvelegemer blev optøede inden Knusningen<sup>5)</sup>.

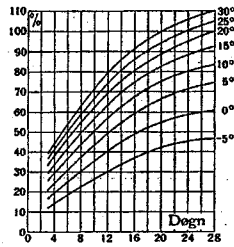


Fig. 96.

<sup>1)</sup> Se *Byggematerialer* I, 1920, § 63 og 68. For  $h:b = 2, 3,7$  og  $8$  fandt *Bach*, at Prismestyrken var 93, 85 og 84% af Tærningstyrken (*B. u. E.* 1914, S. 140). For  $h = 3,3$  à  $6,7b$  fandt *Rudeloff*, at Styrken var 75—80% af Tærningstyrken (*D. A. f. E.* Heft 21, S. 94).

<sup>2)</sup> Ved meget vaad Støbning fandt *Saliger*, at Tærning- og Prismestyrken var ens (*Versuche über die Tragkraft von Säulen aus Gussbeton*, Wien 1915). Ogsaa for Cellebeton er Forholdet 1.

<sup>3)</sup> Forholdet mellem Styrken af 20 og 30 cm Tærninger fandt *Bach* og *Graf* at være 1,2. For 45 Døgn gamle Tærninger, lagrede 29 Døgn under vaade Søkke og derpaa tørt, fandt *Scheit* og *Probst* Forholdet 1,16 (*Untersuchungen an durchlaufenden Eisenbetonkonstruktionen*, S. 14).

<sup>4)</sup> Forsøgene er franske, men gengivne efter *Mörsch*: *Der Eisenbetonbau*, 1912, S. 110.

<sup>5)</sup> Betonens Blf. var 1:2:4 efter Vægt, 1:2,2:3,6 efter Maal, Lufthærdning (*U. I. E. E. S. Bulletin* Nr. 81 (*Mc. Daniel*)).

<sup>6)</sup> *Betong* 1928, Hæft 3 (*Rikard V. Frost*).

**135. Lagringsmaadens Virkning.** Ved Udtørring af Cementmørtel vil der, ligesom ved Udtørring af andre vandholdige Stoffer, indtræde en Styrkestigning, men samtidig afbrydes den kemiske Hærdningsproces, og vil man have stor Slutstyrke, bør Udtørringen derfor ske sent.

Lad *B* (Fig. 97) være Hærdningskurven for en Mørtel, 150 der hærdner i Vand og prøves vaad (straks efter Optagelsen). 4 Ugers Styrken er sat til 100. Hvis man paa et vilkaarligt Tidspunkt *a* tager Legemet op af Vandet og lader det tørre i Luften, vil Hærdningskurven ændres til *abc* eller en lignende, idet Formen vil afhænge af Fordampningens og Legemets Størrelse<sup>1)</sup>. Forskellige Kurver af denne Art er tegnede tillige med deres Indhylingskurve *OA*, som letter en skønmæssig Indtegning af mellemliggende Kurver.

Naar samme Mørtel hærdner i Luften uden Vædning, faas Hærdningskurven *C*, og hvis Prøvelegemet mættes med Vand umiddelbart før Prøvningen, faas Kurven *D*. Hvis man paa et vilkaarligt Tidspunkt *d* afbryder Luftlagringen og lægger Legemet i Vand, vil Hærdningskurven ændres til *d—e*, naar Legemet prøves vaadt.

Skøndt disse Kurver kun har absolut Gyldighed for en bestemt Cement og en bestemt Udtørringshastighed m. m., og skønt deres Forløb tildels er skønnet paa Grundlag af ret faa Forsøgspunkter (de indcirklede), giver de dog et værdifuldt Overblik over Lagringsmaadens Indflydelse paa Styrken. Man ser, at under de givne Forsøgsbetingelser varierer Styrken efter 7, 28 og 84 Døgn paa følgende Maade med Lagringsmaaden:

	$S_7^c$	$S_{28}^c$	$S_{84}^c$	$S_{28}^c : S_7^c$
Kun Luftlagring:	44	47	56	1,07
2 Døgn Vandlagring, derefter Luftlagring:	65	71	80	1,09
1 Uger „ „ „ „	53	94	104	1,77
3 Ugers „ „ „ „	53	134	147	2,53
4 „ „ „ „	53	100	149	1,89

Vil man vide, hvornaar man skal afbryde Vandlagringen for at faa størst 4 Ugers Styrke, giver Kurven *a—b* Svaret: Efter 3 Uger.

<sup>1)</sup> Diagrammet gælder for Cylindre med  $d = 5$  cm,  $h = 10$  cm og for en Mørtel af 1 Cement : 2 $\frac{1}{2}$  Sand : 0,7 Vand (Vægtforhold). Se *Ing.* 1926, S. 478 (*Gilkey*).

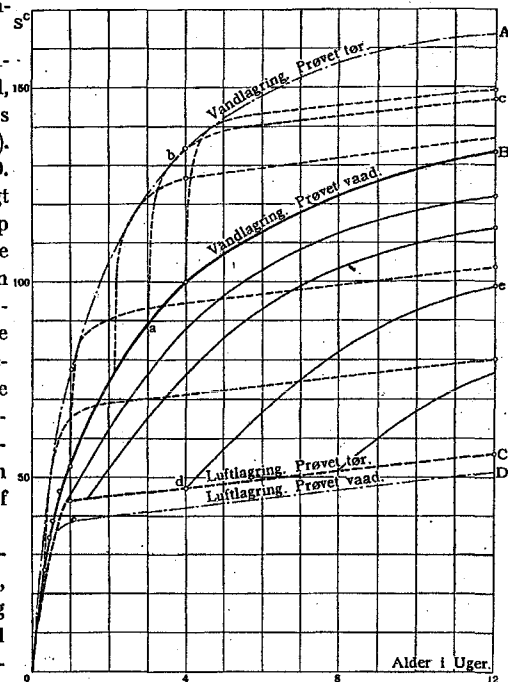


Fig. 97.

Forskellen mellem vand- og luftlagret Mørtels Styrke er dog i Almindelig-  
hed mindre end i Fig. 97; se Fig. 73, Side 67.

136. For større Betonlegemer af fed, tæt Beton, der tørrer langsomt,  
ligger Luftlagringskurven *C* langt højere end i Figuren; Beton 1:2:3 og fe-  
dere kan godt faa større 28 Døgn's Styrke ved Hærdning i tør Luft end ved  
Hærdning under vaade Sække (§ 18), hvilket ikke gælder mager Beton, hvis  
Porøsitet medfører en hurtig Udtørring. I det lange Løb vil baade fed og  
mager Beton blive stærkest ved Vandlagring. Lagring i Luft giver ringere  
Styrke, selv om Luften indeholder 80—90% Fugtighed.

For 4 Maaneder gamle Betonlegemer indeholdende 375 kg Cement pr. m<sup>3</sup> og lagrede først i  
vaadt Sand, derefter i Luften, fandt Abrams følgende Trykstyrker:

Relativ Støbevarsmængde:	1	1,2	1,5
4 Maaneder i vaadt Sand:	352	302	252
23 Døgn " " "	330	260	169
3 " " "	210	182	98
0 " " "	154	127	105

137. Alderens Virkning er omtalt i § 20 og fremgaar desuden af Fig. 97.  
Det har ofte Interesse at kende Forholdet mellem 28 Døgn's Styrken og 7 Døgn's  
Styrken, og efter Fig. 97 kan det variere med Lagringsmaaden, som den til-  
hørende Tabel viser, men Forholdet afhænger naturligvis af Cementens Hærd-  
ningshastighed, og ved Luft-hærdning af Betonens Udtørringshastighed. For  
normal Cement og normal Beton hærdnet i fugtig Luft fandt W. A. Slater<sup>1)</sup>:

$$S_{28}^c = S_7^c + 8 \cdot \sqrt{S_7^c}$$

og skal der fastsættes en Middelværdi til praktisk Brug, maa det formentlig blive:

$$S_{28}^c = 1,50 S_7^c \text{ à } 1,75 S_7^c$$

størst ved vaad Støbning.

Om Velo- og Alcementbeton se § 66 og 70.

Af andre Formler for Hærdningskurven skal nævnes:

$$\text{Bach: } S_x^c = a \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + 0,3x}} \right) \quad \text{Prøveanstalten i Zürich: } S_x^c = S_{28}^c \cdot \frac{a \cdot x^{3/2}}{\beta + x^{3/2}}$$

$$\text{Klokner: } S_x^c = a + \beta \cdot \log x$$

hvor  $S_x^c$  er Styrken efter  $x$  Døgn's Hærdning,  $a$  og  $\beta$  Konstanter, hvis Værdi afhænger af Ce-  
mentens Art, Betonens Sammensætning og Lagringsmaade.

138. Spændingsvariationers Virkning. Naar et Betonlegeme udsættes for  
talrige Spændingsvariationer, kan det brydes, selv om Maksimalspændingen  
ligger væsentlig under den statiske Trykstyrke  $S$ .

Naar Spændingen varierer mellem 0 og  $\sigma_{maks}$ , og naar  $\sigma_{maks} < 0,5 S$  à  $0,55 S$ ,  
taaler Legemet et ubegrænset Antal Variationer. Der indtræder straks blivende  
Deformationer, men Tilvæksten bliver for hver Belastning ringere og sluttelig  
Nul. Efter tilstrækkelig mange Variationer er Legemet fuldkommen elastisk,  
og samtidig er dets Arbejdslinie blevet ret. Er  $\sigma_{maks}$  derimod større end  
 $0,5 S$  à  $0,55 S$ , vil de blivende Deformationer stadig øges, og der vil ske Brud  
efter et Antal Variationer, der er des ringere, jo større  $\sigma_{maks}$  er.

Hvis Legemet ikke aflastes helt til Nul, men kun til Værdien  $\sigma_{min}$ , hæves  
Brudværdien af  $\sigma_{maks}$ , og Hævelsen vokser med  $\sigma_{min}$ .

<sup>1)</sup> American Concrete Institute, Proceedings 1926.

Disse Love synes at gælde ikke blot for centralt Tryk, men ogsaa for  
Bjælkens Trykzone og Bjælkens Trækzone og saavel for armerede som for  
unarmerede Legemer<sup>1)</sup>.

### b. Betonens Trykelasticitet.

139. Elastiske og blivende Formændringer. Naar Beton belastes første  
Gang, faar den en lille blivende Formændring, der forøges lidt ved de følgende  
Belastninger, men Forøgelsen bliver mindre og mindre, og efter tilstrækkelig mange  
Gentagelser forsvinder den ganske, saa at Beton er bleven fuldkommen elastisk  
overfor den paagældende Last og alle mindre. En større Last vil derimod frem-  
kalde en ny blivende Formændring, der kræver en ny Række Gentagelser af Belast-  
ningen for at blive konstant o. s. v. Jo større Lasten er, des flere Gentagelser maa  
der til for at gøre Betonen fuldkommen elastisk, og der kommer et Punkt, hvor  
det ikke mere er muligt, idet hver Genta-  
gelse fremkalder en ny blivende Form-  
ændring, indtil endelig Bruddet sker. Fig. 98 viser de totale, elastiske og bli-  
vende Sammentrykninger op til 40<sup>at</sup> for en middelstærk Beton.

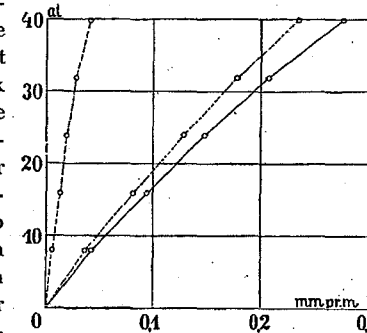


Fig. 98. Betons Tryk-Arbejdslinie.

Maalingerne er udførte af Bach. Blandingsforholdet var 1:2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>:5, Tilslagstofferne var Flod-  
sand og Flodsingel. Ved  $\sigma = 40$ <sup>at</sup> er den blivende Forkortelse ca. 15% af den totale. For de  
cementrigere Betoner, der bruges til Jærnbeton, kan man gennemsnitlig regne, at den blivende  
Forkortelse udgør 10% af den totale, uden Hensyn til om Stenene er Rundsten eller Skærver.

Det er kun ved Belastningsvekslinger, at man hurtigt naar til en konstant  
Værdi af den blivende Forkortelse; under et konstant virkende Tryk kan den  
vokse i Aarevis og blive langt større end ovenfor angivet.

140. Elasticitetstallets Definition. Som Følge af de blivende Sammen-  
trykninger er det af ret stor Betydning, om Elasticitetstallet  $E$  bestemmes af  
de totale eller de elastiske Sammentrykninger, og da ingen af dem følger  
Hookes Lov, maa man endvidere vælge mellem at definere  $E$  som  $\sigma : \epsilon$  eller  
som  $d\sigma : d\epsilon$ . Det er  $E = \sigma : \epsilon$  bestemt af de totale Sammentrykninger, der  
omtales i det følgende, naar intet andet er nævnt, thi det er denne Værdi,  
man har Brug for ved Beregning af det indstøbte Jærns Spænding. Iøvrigt  
vil god Beton med voksende Alder mere og mere nærme sig til at følge Hookes  
Lov, samtidig med at  $E$  stiger og de blivende Formændringer aftager<sup>2)</sup>. Ogsaa  
Spændingsvariationer bidrager til at rette Arbejdslinien ud (§ 138).

$E$ 's Variation med Spændingen omtales i det følgende Afsnit om Betonens  
Arbejdslinie, mens  $E$ 's Variation med Betonkvaliteten omtales i § 142.

141. Betonens Arbejdslinie. Fig. 99 viser skematiserede Arbejdslinier for  
ulige stærke Betoner. Jo stærkere Betonen er, des ringere er dens Brudfor-

<sup>1)</sup> B. u. E. 1908, S. 65; 1909, S. 84.

<sup>2)</sup> For maskinblandet Skærvebeton 1:2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>:5 med 4,1% Vand, 6<sup>2</sup>/<sub>3</sub> Aar gammel, fandt Bach  
 $E = 560\,000$  og  $527\,000$ <sup>at</sup> ved en Spænding af henholdsvis 21 og 102<sup>at</sup>, og ved sidstnævnte Spæn-  
ding var den blivende Sammentrykning kun 2,6% af den totale (Mitteilung über die Druck-  
elasticität und Druckfestigkeit von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz, III Teil, Stutt-  
gart 1909).



kortelse, og des svagere er Liniens Krumning. Man kan træffe store Afvigelser fra disse Arbejdslinier, men de giver dog formentlig et rigtigt Overblik. Man har maalt Brudforkortelser liggende mellem 0,7 og 2,3 mm/m. For den nedre Del af Arbejdslinien har man opstillet Potensligninger af Formen:  $\epsilon = \alpha \cdot \sigma^m$  eller:  $\sigma = \alpha \cdot \epsilon^m$ , der kan bringes i nær Overensstemmelse med Forsøgsværdierne, saafremt Konstanterne  $\alpha$  og  $m$  varieres fra Forsøg til Forsøg; men til praktisk Brug er disse Ligninger uegnede.

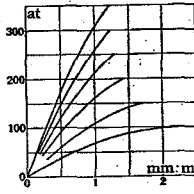


Fig. 99. Trykarbejdslinier.

Et mere bekvemt Udtryk for det variable Elasticitetstal er følgende af W. Ritter angivne:

$$E = \frac{d\sigma}{d\epsilon} = 1000 (S^c - \sigma), \quad (31)$$

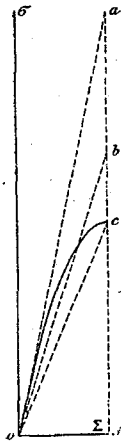


Fig. 100.

hvor  $S^c$  er Trykstyrken og  $\sigma$  den øjeblikkelige Spænding<sup>1)</sup>. Til  $\sigma = 0$  svarer  $E = 1000 S^c$ , til  $\sigma = S^c$  svarer  $E = 0$ . Ligningen udtrykker paa tilfredsstillende Maade  $E$ 's Variation med  $\sigma$  og bruges ved Dimensionering af Søjler, men de absolute Værdier af  $E$ , som kan udledes af den, er ikke paalidelige.

At Arbejdsliniens Krumning vokser med Spændingen kan man i visse Tilfælde tage Hensyn til ved som Arbejdslinie at indføre en anden Grads Parabel med lodret Akse (Fig. 100) og med Trykstyrken som Toppunktsordinat  $cd$ ; dens Ligning bliver:

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{1}{2} \cdot E_0 \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{\sigma}{S^c}}\right), \quad (32)$$

hvor  $E_0$  er det til  $\sigma = 0$  svarende  $E$ , altsaa tangens af Vinklen  $aod$ . I Brudøjeblikket bliver  $E$  da tangens af Vinklen  $cod$  eller  $E = \frac{1}{2} E_0$ , idet man for Parabelen har  $ac = cd^2$ .

**142. Elasticitetstallets Forhold til Styrken.** For de almindelige Beton-sorter kan man regne, at  $E$  varierer som  $S$ , blot indenfor snævrere Grænser. Som Middeltal af en stor Mængde Forsøg<sup>2)</sup> har man fundet følgende sammenhørende Værdier af Tærningestyrken  $S$  og  $E_e = \sigma : \epsilon_{elastisk}$  ved  $\sigma = \frac{1}{2} S$ :

$S$	= 100	200	300	400	500	600 at
$E_e : 1000$	= 215	300	360	410	440	463 »

For  $E$  bestemt af de totale Formændringer maa man regne med 20—3 % lavere Værdier. Gennemsnitlig kan man sætte  $E_t = 0,9 \cdot E_e$ .

Ovenstaaende Forsøgsværdier kan udtrykkes ved:

<sup>1)</sup> Den tilsvarende Ligning for Arbejdslinien bliver:  $\sigma = S^c(1 - e^{-1000\epsilon})$ , hvor  $e$  er Basis for de naturlige Logarithmer, altsaa lig 2,71828 (Schweizerische Bauzeitung 1899). Denne Ligning stemmer daarlgt med Virkeligheden i Nærheden af Brud, thi den giver  $\epsilon = \infty$  for  $\sigma = S^c$ . Askøe erstatter i (31)  $\sigma$  med  $0,8\sigma$  og kommer derved de sande Forhold nærmere, idet  $\sigma = S^c$  giver  $\epsilon_{brud} = 2 \text{ mm/m}$ . I Ing. 1922, S. 551, har han vist, hvorledes man kan dimensionere paa Grundlag af denne Arbejdslinie.

<sup>2)</sup> Af Ligningen følger endvidere  $d\sigma : d\epsilon = E_0 \cdot \sqrt{1 - \sigma : S^c}$ .

<sup>3)</sup> Forschungsarbeiten, Heft 227 (Graf). Værdierne stemmer godt med schweiziske Erfaringer (B. u. E. 1927, S. 84).

$$E_e = \frac{1\ 000\ 000}{1,7 + \frac{300}{S}}$$

$$E_t = \frac{1\ 000\ 000}{1,7 + \frac{360}{S}}$$

eftersom de elastiske eller totale Deformationer lægges til Grund<sup>4)</sup>.

Da  $E$  kun varierer lidet fra  $\sigma = 0$  til  $\sigma = \frac{1}{2} S$ , kan disse Værdier regnes lig  $E_0$  og indføres i (32), og Arbejdslinien er da givet alene ved  $S$ , men som nævnt stemmer dens øvre Del ikke med Virkeligheden.

$E$  kan ogsaa udtrykkes paa andre Maader, saaledes angiver Walker (Bulletin 5, Lewis Institute, Chicago):  $E_0 = 10600 \cdot S^{1/2}$ , hvor  $S$  er Tærningestyrken, og hvor  $E_0$  er bestemt af de totale Formændringer.

Det er dog ikke altid, at  $E$  og  $S$  følges ad; saaledes stiger en Mørtels  $S$  med Cementindholdet til et Maksimum ved den rene Cement, medens  $E$  har et Maksimum ved Blandingsforholdet 1 C : 2 S<sup>5)</sup>.

Ved Trykforsøg med Cementmørtler fandt Bach følgende Elasticitetstal ved en Spænding af 40 at:

Blandingsforhold:	1:0	1:1,5	1:3	1:4,5
Rumvægt:	2,07	2,12	2,04	1,92
Elasticitetstal:	184000	237000	184000	129000

Som man ser, har Mørtelen 1:1,5 det største Elasticitetstal, mens ren Cement og 1:3 staar ens og 1:4,5 betydeligt lavere. Dette Forhold skyldes Prøvelegemernes forskellige Tæthed, da Rumvægten varierer paa samme Maade. Fig. 101 viser de elastiske Arbejdslinier (Kurven for den rene Cement er udeladt, da den næsten falder sammen med Kurven 1:3). De blivende Forkortelser udgjorde 3—10 % af de elastiske, idet Procenttallet voksede med Sandmængden og med Spændingen.

Om Alcemntbeton se § 70.

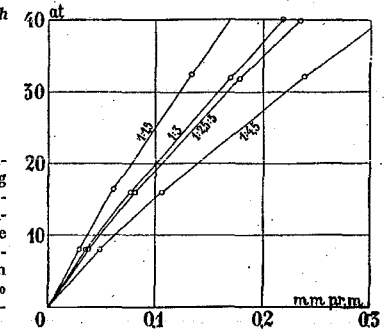


Fig. 101. Cementmørtlers Tryk-Arbejdslinier.

Ved Brug af særlige Tilslagsstoffer som Pimpsten eller Slagger kan man fremstille Beton, hvis  $E$  er lille, ikke blot absolut, men ogsaa i Forhold til  $S$ .

$E$  bliver større ved Vandlagring end ved Luftlagring og vokser med Alderen. Ved Vandlagring fortsætter Væksten sig gennem en Aarrække, mens den ved Luftlagring standser, naar Betonen er tørret ud.

**143. Støbevandsmængdens Indflydelse.**  $E$  aftager, naar Støbevandsmængden vokser. Forsøg af Bach med Rundstensbeton, 80—90 Dage gammel, gav hosstaaende Resultat<sup>6)</sup>. Disse

Blanding	1:3		1:4		1:7	
	8 %	14 %	8 %	14 %	8 %	14 %
Vandtilsætning						
$E^c$ ved 61,3 at	240000	209000	211000	170000	148000	
» » 40 »	254000	220000	223000	183000	163000	
» » 3 »	300000	272000	273000	250000	214000	107000
$E^t$ » 3 »	240000	209000	242000	223000	165000	102000
» » 7,7 »	203000*	175000	191000*	°)	°)	

ved 40 at Spænding at være 220 000 at eller ca.  $\frac{1}{10}$  af Staalets.

<sup>1)</sup> B. u. E. 1923, S. 4 (Graf).

<sup>2)</sup> Se Forschungsarbeiten Heft 227 (Graf).

<sup>3)</sup> Gruset bestod af 3 Dele Sand (0—5 mm) og 2 Dele Sten (5—20 mm). Elasticitetstallene er bestemt paa Grundlag af de totale Sammentrykninger (Mörsch: Der Eisenbeton, Stuttgart 1906, S. 25).

<sup>4)</sup> ved 9,2 at: 196 000. <sup>5)</sup> ved 6,2 at: 200 000. <sup>6)</sup> ved 6,2 at: 194 000. <sup>7)</sup> ved 3,9 at: 140 000.

**Skærver og Rundsten.** Hosstaende Middeltal for Grovbeton stammer fra en meget stor Forsøgsrække, som Bach har udført med stærkt stampet Skærvebeton og Rundstensbeton; Vandtilsætningen laa mellem 3 og 5,7 Vægtprocent. Trykstyrken er fundet ved Hjælp af 30 cm Tærninger, 100 Døgn gamle, Elasticitetstallet ved Hjælp af 1 m høje Cylindre med 25 cm Diameter og 100—128 Døgn gamle. For Blandingen 1:2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>:5 gælder Elasticitetstallet ved en Spænding af ca. 41 at, for Blandingen 1:4:8 ved en Spænding af ca. 33 at.

	Skærvebeton		Rundstensbeton	
	Maskinbl.	Haandbl.	Maskinbl.	Haandbl.
1:2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> :5	E <sup>c</sup> at:	399000	367000	330000
	S <sup>c</sup> at:	327	294	286
1:4:8	E <sup>c</sup> at:	416000	321000	309000
	S <sup>c</sup> at:	245	222	223

Ved disse Forsøg medførte Skærver større E end Rundsten, men ved plastisk Beton kan Forholdet være omvendt. For plastisk Jærnbeton maa man regne at faa samme E med Skærver som med Rundsten, hvorimod Skærvesand giver smaa Værdier af E. Saaledes fandt Dutron: E<sub>s</sub> = 60 000 · S<sup>0,28</sup> og E<sub>j</sub> = 30 500 · S<sup>0,37</sup>, eftersom Betonen indeholdt Flodsand eller Skærvesand. Skærvesandets fine Mel nedsætter altsaa E i højere Grad end S.

**144. Vedtægtsmæssige Værdier af Elasticitetstallet.** Spændingerne i et Jærnbeton-Bygværk er ikke direkte afhængige af Betonens Elasticitetstal E<sub>b</sub>, men af Forholdet  $n = E_j : E_b$ , hvor E<sub>j</sub> er Jærnets Elasticitetstal, der er konstant lig 2 100 000 at indtil Proportionalitetsspændingen og derefter aftagende.

Vil man beregne et Bygværks sande Deformationer og Spændinger, maa man bruge de sande Værdier af E<sub>j</sub>, E<sub>b</sub> og n og tage Hensyn til deres Variation med Spændingen. Begyndelsesværdien af E<sub>b</sub> er da 200 000—400 000 at, og Begyndelsesværdien af n ca. 10—5. Statisk ubestemte Bygværkers Formforandringer beregnes oftest, som om Jærnet ikke fandtes, men vil man tage Hensyn til dettes Virkning, bør man vælge n indenfor de nævnte Grænser, og hyppigst sættes n = 10.

Ved Dimensionering ligger Forholdet anderledes. Her er Formaålet at fremstille Bygværker med given Brudlast, og denne afhænger af Betonens og Jærnets indbyrdes Forhold i Brudøjeblikket. Vil man regne sig til Brudlasten, maa man indføre den Værdi, som n har i Brudøjeblikket, og for at opnaa en bestemt Brudsikkerhed maa man ogsaa regne med denne Værdi ved Dimensioneringen og ved de Spændingsbestemmelser, hvis Formaal er at bedømme Brudsikkerheden. Under normale Forhold vil Jærnet flyde, inden Bruddet sker, og Brudværdien af n kan derfor ikke findes ved Beregning, men kun ved Forsøg. Denne Erkendelse er man dog først naaet til paa et Tidspunkt, hvor man ud fra andre Synspunkter havde fastslaaet en Værdi af n til Brug ved praktiske Beregninger. Ved Bøjningsforsøg udførte omkring Aar 1900 viste det sig, at Nedbøjningskurven for en Bjælke var i Overensstemmelse med n = 10, naar Spændingerne var smaa, men ved større Spændinger svarede til n = 15 à 20, og man fikserede saa en af disse sidste Værdier til Brug ved Dimensionering af Bjælker og overførte den derfra til Søjler. I Danmark<sup>1)</sup> regnes:

$$n = \frac{E_j}{E_b} = 15.$$

At denne Værdi, der for Bjælker er en Middelværdi og ingen Brudværdi, og som uden Hensyn til Betonens Kvalitet forudsætter E<sub>b</sub> = 140 000 at, har kunnet bibeholdes, er en Følge af, at en Bjælkes Brudlast er ret uafhængig

<sup>1)</sup> Ligesa i Tyskland, Østrig og England; i Schweiz regnes n = 20 (ved Bøjning), i Frankrig n = 10.

af n, og at en Søjles Brudlast tilfældigvis svarer til n = ca. 15, naar Beton og Jærn er af normal Kvalitet. Den stigende Brug af stærkere Beton vil dog muligvis før eller senere medføre, at man gaar over til at regne med en lavere Værdi af n.

## 2. Armerede Prismer og Søjler under centralt Tryk.

### a. Almindelig Tværarmring.

#### α. Tværnsnit og Armering.

**145. Tværnsnit.** Fig. 102 viser en Jærnbeton søjle i dens almindeligste Form. Tværnsnittet er gerne kvadratisk, da det saa har samme Inertmoment i to Retninger. Skal den ene Dimension indskrænkes, bruges et rektangulært Tværnsnit, men det er mindre økonomisk (ved centralt Tryk), da man skal indføre det mindste Inertmoment i Søjleformlen. Sekskantede, ottekantede og runde Tværnsnit bruges som Regel kun i Forbindelse med Bevikling, hvorved man forstaar, at Tværarmringen

løber rundt om Længdejærnene i en uafbrudt Skruelinie med cirkulært vandret Billede (Fig. 152 i § 176). Søjles Hjørner maa helst brydes, thi skarpe Betonkanter har ringe Modstandsevne og beskadiges nemt ved Stød og Ildsvaade (§ 48); ved Støbning i tør, ru Træform kan de endog rives af kort efter Størkningen, idet den udbulnende Form fører dem med sig som Følge af Vedhængningen<sup>1)</sup>. I Fabriker indstøbes ofte Jærnskinner i Søjlehjørnerne.

Tilslutningen mellem Søjle og Drager sker oftest paa den Maade, at Søjlen fortsættes op til Pladens Underside, saa den omslutter Drageren (Fig. 102). Undertiden forstærkes denne med et Par Skraaninger, der skal formindske Spændingerne fra det negative Moment over Søjlen.

**146. Længdearmeringen** bestaar af Rundjærn, og Jærnarealet skal mindst udgøre  $\frac{3}{4}\%$  af Betonarealet (§ 148-9 og 167). Er Tværnsnittet rektangulært, indlægges 4 Jærn, eet i hvert Hjørne, da de der gør Nytt i begge Bøjningsretninger. Akseafstanden mellem to paa hinanden følgende Jærn maa dog ikke overstige 35 cm, og i svære Søjler indlægges derfor flere Jærn (Fig. 108). Jærnenes Stødning omtales i § 168.

**147. Tværarmeringen** bestaar af spinkelt Rundjærn og har til Opgave at fastholde Længdejærnene og hindre, at de under store Tryk sprænger Betonen og bøjer sig ud. Man kan skelne mellem 3 Former:

<sup>1)</sup> Det brudte Hjørnes Bredde bliver med Betegnelserne paa Fig. 116:  $0,828 \cdot (t + d' + \frac{1}{2}d)$ , da der ogsaa i Hjørnet skal være t cm Mørtel udenfor Søjlebaandet.

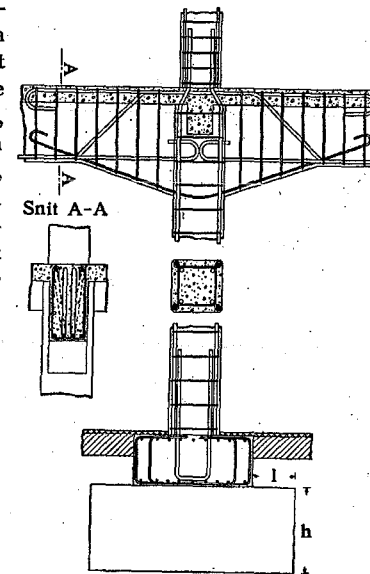


Fig. 102.

(1) **Bøjler** (Fig. 103—4), der kun forbinder 2 Længdejærn indbyrdes og ikke danner et stift Skelet, med mindre der ogsaa indlægges Diagonalbøjler. De bruges kun lidt.

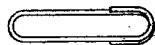


Fig. 103.

(2) **Ringbaand** (Fig. 105), der omslutter samtlige Længdejærn og med disse danner et stift Skelet, hvis Stivhed naturligvis yderligere kan forøges ved Indlægning af Diagonalbøjler (Fig. 106). De har, ligesom (1), den Fejl at kunne virke som en Rist, der hindrer Stenenes Nedsynkning, saa der opstaar porøse Steder i Overfladen under hvert Baand. Derfor bruges de mest i Søjler, der støbes liggende. Baade (1) og (2) maa for at bevare deres Plads under Støbningen fastbindes til alle Længdejærnene med 2 mm Bindetraad, og staar Søjlen udendørs, maa man for at undgaa Rustdannelse nøje paase, at Traadenderne ikke kommer for nær ved Overfladen, eller ogsaa bruge Messingtraad. Skønt (2) kun indeholder halvt saa meget Jærn som (1), bibringer de Søjlen samme Styrke, i alt Fald regner man saadan.

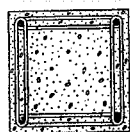


Fig. 104.

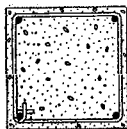


Fig. 105.

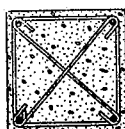


Fig. 106.

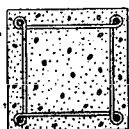


Fig. 107.

(3) **Øjebaand** eller Slyngbaand (Fig. 107), der giver det stiveste Skelet og den smukkeste Støbning, da der er Plads til Betonens Sten udenfor dem, og som ikke behøver at bindes fast til Længdejærnene, hvis de passer stramt. Da de skydes ind paa Længdejærnene, kan disses eventuelle Kroge (Fig. 210 i § 258 og 863 i § 730) først fremstilles bagefter, hvilket volder Besvær, naar der er mange og svære Jærn; i slige Tilfælde er man henvist til Brugen af (2).

Er der flere Jærn i Søjlen, kan Mellemjærnene forbindes som Fig. 108 viser eller Fig. 109, hvor to forskellige Tværbøjler er vist. Saadanne Mellemjærn frembyder mindre Fare for Udbøjning end Hjørnejærnene; muligvis kan Betonen selv fastholde dem, men man plejer at indlægge Tværbøjler.

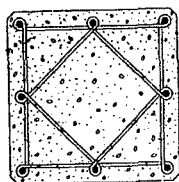


Fig. 108.

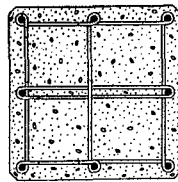


Fig. 109.

Den lodrette Bøjleafstand vælges gerne som et Multiplum af 5 cm og maa ikke overstige følgende 3 Størrelser, idet  $d$  er Længdejærnets Diameter:

$$15 d^1), \quad \text{Søjleens mindste Tværmaal,} \quad 35 \text{ cm.}$$

Diameteren af Bøjler og Baand bør som Regel ikke være mindre end 7 mm; tyndere Rundjærn faar let Knæk under Jærnskelettets Transport og bør derfor ikke bruges, med mindre Længdejærnet er saa spinkelt, at en tæt Omslyngning vanskeligt lader sig udføre med sværere Baand. Det er god Praksis

<sup>1)</sup> eller 60 Gange mindste Inertiradius for andre Profiler. De tyske Bestemmelser har  $12d$  i Stedet for  $15d$ . Værdien  $12d$  kan udledes af Tetmajers Søjleformel:  $\sigma_B = 3200 - 12 \cdot l : i$ ; naar man for  $\sigma_B$  indfører Flydespændingen og sætter denne til 2600 at.

at bruge 7 mm Rj., naar Længdejærnets Diameter  $\geq 14$  mm og ellers 5 mm Rj. Vil man afvige herfra og bruge spinklere Tværbjærn, bør man til Gengæld forringe Afstanden saa meget, at Jærnvægten forbliver uforandret.

### β. Spændingsbestemmelse.

148. Ved Bestemmelse af Spændingerne i et armeret Prisme (Fig. 110) forudsættes Tværsnittene at forblive plane, saaledes at Jærnet sammentrykkes lige saa stærkt som Betonen:  $\epsilon_j = \epsilon_b$ . Af Hookes Lov følger da:

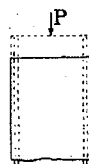


Fig. 110.

$$\frac{\sigma_j}{E_j} = \frac{\sigma_b}{E_b} \quad \text{eller} \quad \sigma_j = \frac{E_j}{E_b} \cdot \sigma_b = n \cdot \sigma_b.$$

Er Betontværsnittet  $F_b$  og Jærntværsnittet  $f$ , kræver Ligevægten:

$$P = \sigma_b \cdot F_b + \sigma_j \cdot f = \sigma_b \cdot (F_b + n \cdot f)$$

altsaa:

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + n \cdot f} \quad \sigma_j = n \cdot \sigma_b. \quad (33)$$

Betonspændingen bliver den samme som i et uarmeret Prisme med Tværsnit:

$$F = F_b + n \cdot f = \left(1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}\right) \cdot F_b, \quad (34)$$

hvor  $\varphi$  er den saakaldte Jærnprocent:  $\varphi = 100 \cdot \frac{f}{F_b}$ .

Ved Brugen af disse Formler tillader man sig som Regel i Stedet for  $F_b$  at indføre det fulde, geometriske Areal  $F_b + f$ . Er Tværsnittet kvadratisk med Sidelinie  $a$ , sætter man altsaa  $F = a^2 + nf$ , medens man burde sætte  $F = a^2 - f + nf = a^2 + (n-1)f$ . I Virkeligheden forudsætter man derfor, at Jærnets Elasticitetstal er  $n+1$  Gange Betonens. Nogle Forfattere indfører dog i Formlen  $n-1$  i Stedet for  $n$ , men Spørgsmaalet har kun formel Betydning, da man ikke kender  $n$  med en Nøjagtighed af 1.

Vil man finde den sande, af  $P$  fremkaldte, Værdi af  $\sigma_b$ , skal man indføre den sande Værdi af  $n$ , og denne varierer med  $\sigma_b$ , som vist paa Fig. 111, hvorefter nærmere. I Praksis sættes  $n = 10$ , naar Formaålet er at beregne den Sammentrykning, som de tilladelige Spændinger fremkalder<sup>1)</sup>, mens man i Styrkeberegninger sætter  $n = 15$ , naar Beton og Jærn er af almindelig Kvalitet.

Ved Bedømmelsen af de sande Spændinger maa det erindres, at Jærnet er sammentrykket som Følge af Betonens Svind<sup>2)</sup>. Ved gentagne Belastninger og Aflastninger forøges denne Trykspænding paa Grund af Betonens blivende Sammentrykning.

### γ. Prismers Styrke.

149. **Længdearmeringens Virkning.** I Fig. 111 er Jærnets og Betonens Trykarbejdslinier indtegnet i samme Maalestok. Jærnets er kun tegnet indtil Flydegrænsen, Betonens er tegnet indtil Brud (210 at) og forudsat parabolisk. Paa Figuren kan direkte aflæses Spændingerne i et armeret Prisme, hvis Sammentrykning pr. Længdeenhed er  $\epsilon$ , nemlig  $\sigma_b = ab$  og  $\sigma_j = ac$ . Endvidere haves:

<sup>1)</sup> Forsøg af Bach og Graf viser, at naar Betonen er god og Spændingerne smaa, haves  $n = 9$  (Mitt. u. P., Heft 166—69, S. 47).

<sup>2)</sup> Ved Vandhærdning er Forholdet omvendt, derfor faar armerede Prismer undertiden ringere Styrke ved Vandhærdning end ved Lufthærdning (Mitt. 12 aus Wien, S. 12; Søjlerne manglede Tværarmering), mens uarmerede Prismer bliver stærkest ved Vandhærdning.

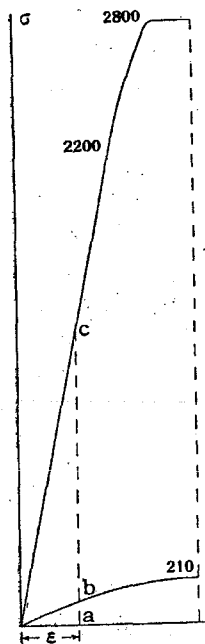


Fig. 111.

Det er en Forudsætning, at Jærnet er fastholdt af Søjlebaand efter de i § 147 givne Regler. Længdejærn alene forøger ikke Søjlels Styrke, men formindsker den snarere, idet de bøjer sig ud og sprænger Betonen, inden dens Trykstyrke er naaet<sup>5)</sup>. Det er endvidere en Forudsætning, at Jærnarealet  $f$  ligger mellem 0,75 og 3% af  $F_b$ . Er  $f > 0,03 F_b$ , maa Overskuddet kun føres i Regning med  $\frac{1}{8}$  af Værdien, da der kun foreligger faa Forsøg med saa stærk Armering<sup>4)</sup>.

**150. Tværarmeringens Virkning.** Fig. 112—13 viser Brududseendet af Jærnbetonprismer dels armerede med almindelige Søjlebaand, dels tæt beviklede med 7 mm Rj.<sup>5)</sup> I Fig. 112 ses Bruddet at være sket under Dannelsen af de sædvanlige Dobbeltpyramider; der foreligger altsaa et Forskydningsbrud,

<sup>1)</sup> Rigtigheden af (35) er godtgjort ved forskellige Forsøg, bl. a. Bach og Graf's med ekscentrisk paavirkede Søjler (Mitt. ü. F., Heft 166—69, S. 123). Man skal dog indføre en ret lav Værdi for Flydegrænsen, Wilhey fandt 2400 at (B. u. E. 1912, S. 228), Rudloff fandt 2600 at (D. A. f. E., Heft 21, S. 91). Grunden til den lave Værdi er dels, at man for  $F_b$  indfører det geometriske Areal uden Fradrag af  $f$ , dels de store Trykspændinger i Jærnet hidrørende fra Betonens Svind; i Henhold til Considères Maalinger udgør de 500—1000 at (Ing. 1903, S. 301). Thullie fandt 27—3600 at (B. u. E. 1906, S. 306), men Armeringen bestod af 4 og 5 mm Rj., saa Flydegrænsen har ligget højt.

<sup>2)</sup> I Brudejeblikket haves da  $n = \sigma_j : S_b^c$ , hvor  $\sigma_j = E_j \cdot \epsilon_{\text{Brud}}$  og altsaa uafhængig af  $\sigma_F$ . Det vilde derfor være rigtigere at lade  $n$  variere med  $S_b^c$  end med  $\sigma_F$ ; sættes  $n = 2400 : S_b^c$  er man utvivlsomt altid paa den sikre Side, selv om Jærnet ikke flyder inden Bruddet.

<sup>3)</sup> 12. Mitt. a. d. mech.-techn. Laboratorium der k. k. techn. Hochschule in Wien, S. 12.

<sup>4)</sup> Se Bachs Forsøg i Mitt. ü. F., Heft 29.

<sup>5)</sup> Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 124 og 128.

$$n = \frac{E_j}{E_b} \frac{ac}{ab}$$

og man vil se, at  $n$  er voksende indtil Jærnets Flydegrænse og derpaa aftagende, samt at Jærnets Flydegrænse naaes tidligere end Betonens Brudgrænse. Saalænge Jærnet flyder, forbliver Jærnspeændingen konstant, og yderligere Sammentrykning vil derfor kun forøge  $\sigma_b$ , som til sidst naar sin Brudværdi, ved hvilken Prismet knuses. Et armeret Prismes Brudlast bliver altsaa:

$$P = S^c \cdot F_b + \sigma_F^c \cdot f = S^c \cdot \left( F_b + \frac{\sigma_F^c}{S^c} \cdot f \right) \quad (35)$$

hvor  $S^c$  er Betonens Prismestyrke,  $\sigma_F^c$  Jærnets Flydespænding<sup>1)</sup>.

Medens man i Formel (33) som nævnt bør indføre  $n = \text{ca. } 10$  for smaa Spændinger, skal man altsaa i Brudejeblikket indføre  $n = \sigma_F^c : S^c$ . Skønt dette Forhold kan variere stærkt, regner man ved Brug af blødt Staal  $n = 15$ , svarende til Flydespændingen 2800 og Prismestyrken 187, medens man ved haardt Staal med Flydespænding  $\sigma_F$  regner  $n = 15 \cdot \frac{\sigma_F}{2800}$ . Jærn med meget høj Flydespænding

bør dog ikke kombineres med meget stærk Beton med mindre denne bevikles, da Betonen ellers kan knuses, forinden Jærnet flyder<sup>2)</sup>.

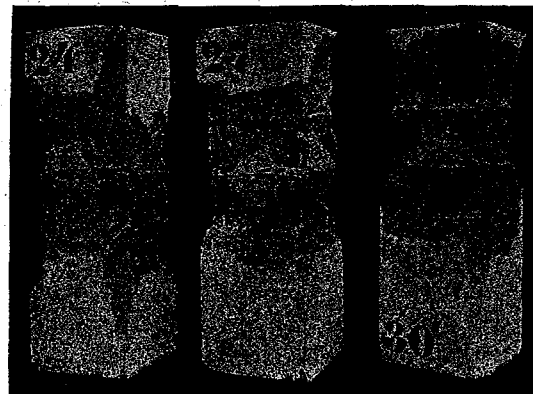


Fig. 112. Knuste Prismes med almindelige Søjlebaand.

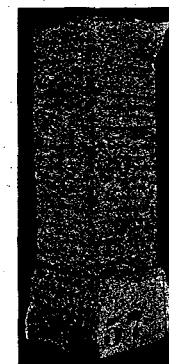


Fig. 113. Bevikling.

som den svage Tværarmering ikke har kunnet hindre. I Fig. 113 har den rigelige Tværarmering hindret Pyramidedannelsen, hvorom nærmere i § 180.

Tværarmeringens Virkning er ikke blot at hindre Længdejærnernes Udbøjning, men ogsaa at hæmme Betonens Tværadvidelse, hvorved  $E_b^c$  og  $S_b^c$  forøges. Men samtidig vil Tværarmeringen i nogen Grad hindre en god Støbning og derved virke svækkende, navnlig fordi der ved den vaade Betons Sammentrykning opstaar Hulheder under Tværarmeringen. Forøgelsen af  $E$  og  $S$  mærkes derfor først ved en væsentlig rigeligere Tværarmering end den i § 147 foreskrevne, og Forøgelsen af  $E$  mærkes først i Nærheden af Brudspændingen.

Billeder af de nævnte Hulheder findes f. Eks. i D. A. f. E., Heft 34, S. 25. Adskillige Forsøgsresultater er utvivlsomt paavirkede af saadanne Støbefejl, f. Eks. Resultaterne af nogle tyske Forsøg (D. A. f. E., Heft 5), ved hvilke Indlægning af Diagonalbøjler (foruden de perifere) ikke forøgede Brudlasten, men hvor denne Ophobning af Bøjler i samme Tværnsnit endog fremskyndede Dannelsen af Tværvævner. Senere Forsøg (Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 113) med Bøjler efter Fig. 104—6 og 114 med 15 cm Mellemrum viste, at Brudlastens Forøgelse udover hvad Beton og Længdejærn kunde optage, varierede som følger:

	Fig. 104	105	114	106
Brudlastens Forøgelse i t	20,06	0	10,23	1,53
do. divideret med $f'$ (se § 151)	2,96	0	4,06	0,28

Her er altsaa ogsaa fundet en ringe Virkning af Anordningen i Fig. 106, men den store Virkning, som Anordningen efter Fig. 114 har givet, tyder paa, at Støbehulheder har spillet en Rolle, thi i Søjlen Fig. 114 vil disse vanskeligst danne sig. Er denne Forklaring rigtig, taler den til Gunst for Brugen af det i Fig. 107 viste Søjlebaand.

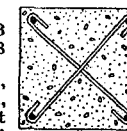


Fig. 114.

**151. Tværarmeringens Indflydelse paa Brudlasten** kan sidestilles med Virkningen af en tænkt Længdearmering, hvis Rumfang er lig Tværarmeringens. Kaldes Tværnsitsarealet af denne tænkte Længdearmering  $f'$ , kan man i Analogi med (35) sætte Prismets Brudlast til:

$$P = S^c \cdot F_b + \sigma_F^c \cdot f + \sigma_F^c \cdot f',$$

hvor  $\sigma_F^c$  er Tværarmeringens Træk-Flydegrænse<sup>1)</sup>.

Sættes  $\sigma_F^c = n \cdot S^c$  og  $\sigma_F^c = n' \cdot S^c$ , faas:

<sup>1)</sup> I. M. 1912, Kongressverhandlungen, Sektion B, S. 97.

$$P = S^c \cdot F_b + n \cdot S^c \cdot f + n' \cdot S^c \cdot f' = S^c \cdot (F_b + nf + n'f')$$

Brudlasten svarer altsaa til et uarmeret Prismes, hvis Tværnsnit er:

$$F = F_b + nf + n'f' \quad (36)$$

$n'$  afhænger ikke blot af  $\sigma_b^c : S^c$ , thi et givet Bøjlerumfang virker des stærkere, jo jævner det er fordelt over Prismelængden<sup>1)</sup>, og de danske Normer sætter derfor:

$$F = F_b + 15f + \frac{22,5}{1 + 2\alpha} \cdot f' \quad (37)$$

hvor  $\alpha$  er Forholdet mellem Bøjleafstand og Søjlels mindste Tværmaal. For at Formlen ikke skal blive misbrugt til Fremstilling af Søjler med hidtil ukendt stærk Tværarmering kræves desuden:

$$F \geq 2F_b \quad \text{og} \quad f' \geq 3f \quad (38)$$

Sidste Led i (37) er som Regel saa lille, at man kun tager det med, naar et givet Søjletværsnits Bæreevne skal forøges til det yderste, og man derfor lægger Søjlebaandene meget tæt<sup>2)</sup>.

**δ. Prismers Sejghed, Tværudvidelse og Længdeforkortelse.**

**152. Sejghed.** Et uarmeret Betonprisme brydes pludselig, det armerede Prisme er sejgere, og det ydre Betonlag viser Revner og Afskallinger, inden det endelige Brud sker; jo rigeligere Tværarmeringen er, des højere ligger Brudlasten over den Last, ved hvilken Ødelæggelsen begynder. Det er denne Sejghed, i Forbindelse med den ovenfor nævnte Styrkeforøgelse, der motiverer de højere Spændinger, der tillades i et armeret end i et uarmeret Prisme, selv om Betonen er den samme.

**Tværudvidelse.** God Beton vil, naar den sammentrykkes, udvide sig forholdsvis stærkt i Tværretningen, mens daarlig, porøs Beton forholder sig som Kork og kun udvider sig svagt, idet Deformationerne kan foregaa i dens Porer. Tværarmering forringer Tværudvidelsen noget.

Kaldes Forholdet mellem Længdeforkortelse og Tværudvidelse, begge Dele pr. Længdeenhed, for  $m$  (det Poisson'ske Tal), fandtes for uarmeret Beton  $m = 6-8$  og ved Armering med mange Søjlebaand  $m = 7-12$  (D. A. f. E., Heft 21, S. 18). For Søjler af en daarlig Beton armeret med 0,9% Længdejern fandtes  $m = \text{ca. } 6,5$ ; for en bedre Beton var  $m$  langt mindre, helt ned til 1,5 (D. A. f. E., Heft 5, S. 46 og 96).

For uarmeret Beton fandt Kleinlogel  $m = 8$  ved  $\sigma_b = 40 \text{ at}$  og  $m = 5$  ved  $\sigma_b = 100 \text{ at}$ ; for beviklet Beton fandt han  $m = 8$  saavel ved 40 som ved 100 at (B. u. E. 1912, S. 150). Rudeloff fandt, at  $m$  var mindre ved 7 end ved 19 at og holdt sig nogenlunde konstant mellem 19 og 86 at for derpaa at falde (D. A. f. E., Heft 5, S. 46). I Nærheden af Brudspændingen synker  $m$  formentlig til 3 à 2.

**Længdeforkortelse.** Af Forudsætningen  $E_j = n \cdot E_b$  følger, at man i Forbindelse med det tænkte Betontværsnit i Formel (34) skal regne med Betonens Elasticitetstal. Regner man derimod med det geometriske Areal bliver et armeret Prismes Elasticitetstal:  $E = E_b + \frac{\varphi}{100} E_j = E_b \left(1 + \frac{n\varphi}{100}\right)$ . Med  $n = 15$  og  $\varphi = 1$  findes:  $E = 1,15 E_b$ .

Tværarmeringen forringer, som nævnt i § 150, først Forkortelsen, naar Spændingerne nærmer sig til Brud<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Bach fandt følgende relative Værdier af den totale Brudlast for kvadratiske Søjler med et Jern i hvert Hjørne, naar Bøjleafstanden varierede:

Bøjleafstand:	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$ Gange Søjlels Sidelinie
Relativ Styrke:	16,7	8,4	4,2 Jærndiameteren
	100	105	122

Ved disse Forsøg laa Bøjlerne langs Tværsnittets Periferi paa sædvanlig Maade.

<sup>2)</sup> Se løvrigt angaaende denne Formel Ing. 1913, S. 319.

<sup>3)</sup> Mörsch: Der Eisenbetonbau I, 1, 1920, S. 210.

**e. Søjler med Udbøjningsfare.**

**Inertimomenter.**

**153.** Inertimomentet af et Jærnbetontværsnit, i hvilket der kun er Trykspændinger, findes som en Sum af Betontværsnittets og Jærntværsnittets Inertimomenter, efter at først Jærntværsnittet er transformeret til Beton ved Multiplikation med  $n$ .

Et rektangulært Tværsnit med symmetrisk Armering i Over- og Undersiden vil efter Transformeringsen se ud som Fig. 115, hvor Fligenes Tyngdepunktslinier falder sammen med Jærnets, medens deres Areal er  $n$  Gange dettes. Fligenes Tykkelse regnes dog lig Nul, idet der ses bort fra Jærnets Inertimoment om dets egen Akse.

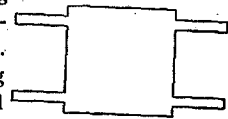


Fig. 115.

Da Tværarmering og Bevikling kun forøger Trykstyrken og ikke Stivheden mod Udbøjning, hidrager den tænkte Længdearmering ikke til Inertimomentet.

I de følgende Formler betegner  $f$  Tværsnittets totale Jærnareal og  $a_j$  Hjørnejærnenes Akseafstand. Med Betegnelserne paa Fig. 116 have:

$$a_j = a - (2t + 2d' + d).$$

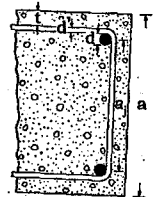


Fig. 116.

Med  $d' = 0,7 \text{ cm}$ ,  $t = 1$  henholdsvis  $2 \text{ cm}$  faas:

Indendørs:  $a_j = a - (3,4 + d)$

Udendørs:  $a_j = a - (5,4 + d)$

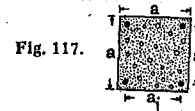


Fig. 117.

$$F = a^2 + nf = a^2 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}\right)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot a^4 + \frac{1}{4} \cdot nf \cdot a_j^2 = \frac{1}{12} \cdot a^4 \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{n \cdot \varphi}{100} \cdot \frac{a_j^2}{a^2}\right)$$

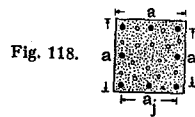


Fig. 118.

$$F = a^2 + nf = a^2 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}\right)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot a^4 + \frac{3}{16} \cdot nf \cdot a_j^2 = \frac{1}{12} \cdot a^4 \cdot \left(1 + 2,25 \cdot \frac{n \cdot \varphi}{100} \cdot \frac{a_j^2}{a^2}\right)$$

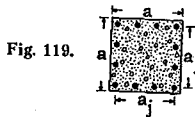


Fig. 119.

$$F = a^2 + nf = a^2 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}\right)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot a^4 + \frac{19}{108} \cdot nf \cdot a_j^2 = \frac{1}{12} \cdot a^4 \cdot \left(1 + 2,111 \cdot \frac{n \cdot \varphi}{100} \cdot \frac{a_j^2}{a^2}\right)$$



Fig. 120.

$$F = a^2 + nf = a^2 \cdot \left(1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}\right)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot a^4 + \frac{1}{6} \cdot nf \cdot a_j^2 = \frac{1}{12} \cdot a^4 \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{n \cdot \varphi}{100} \cdot \frac{a_j^2}{a^2}\right)$$

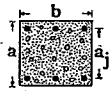


Fig. 121.

$$F = a \cdot b + nf = a \cdot b \cdot \left(1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}\right)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot a^3 + \frac{1}{4} \cdot nf \cdot a_j^2 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot a^3 \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{n \cdot \varphi \cdot a_j^2}{100 \cdot a^2}\right)$$

$$i^2 = \frac{I}{F} = \frac{\frac{1}{12} \cdot b \cdot a^3 + \frac{1}{4} \cdot n \cdot f \cdot a_j^2}{b \cdot a + n \cdot f} = \frac{a^2}{12} \cdot \frac{1 + 3 \cdot \frac{n \cdot \varphi \cdot a_j^2}{100 \cdot a^2}}{1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}}$$

Er Tværnittet usymmetrisk armeret, svagest foroven ( $f^c$ ), stærkest forneden ( $f_1$ ), og er  $u$  Tyngdepunktets Afstand fra den svagest armerede Side, havest:

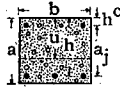


Fig. 122.

$$F = a \cdot b + n \cdot (f_1 + f^c), \quad u = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot a^2 + n \cdot (f^c \cdot h^c + f_1 \cdot h)}{F}$$

Tyngdepunktens Afstand fra Midtlinien:

$$u - \frac{1}{2} a = \frac{n \cdot (f_1 - f^c) \cdot (\frac{1}{2} a - h^c)}{F}$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot a^3 + n \cdot (f_1 + f^c) \cdot (\frac{1}{2} a - h^c)^2 + F \cdot (u - \frac{1}{2} a)^2$$

$$= \frac{b}{3} \cdot [u^3 + (a - u)^3] + n \cdot f^c \cdot (u - h^c)^3 + n \cdot f_1 \cdot (h - u)^3$$

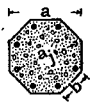


Fig. 123.



Fig. 124.

$$F = 0,8284 a^2 + nf = 2 \cdot a \cdot b + nf \quad b = 0,4142 a$$

$$I = 0,0547 a^4 + \frac{1}{8} \cdot nf \cdot a_j^2 = \frac{1}{12,55} \cdot F_b^3 + \frac{n \cdot \varphi}{800} \cdot F_b \cdot a_j^2$$



Fig. 125.

$$F = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot a^2 + nf$$

$$I = \frac{1}{64} \cdot \pi \cdot a^4 + \frac{1}{8} \cdot nf \cdot a_j^2 = \frac{1}{12,57} \cdot F_b^3 + \frac{n \cdot \varphi}{800} \cdot F_b \cdot a_j^2$$



Fig. 126.

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot (a^2 - a_i^2) + nf \quad I = \frac{\pi}{64} \cdot (a^4 - a_i^4) + \frac{1}{8} \cdot nf \cdot a_j^2$$

Er  $a_j = \frac{1}{2} \cdot (a + a_i)$ , og er Betontykkelsen  $c$  ringe i Forhold til  $a$ , havest:

$$F = \pi \cdot a_j \cdot c + nf \quad I = \frac{1}{8} \cdot F \cdot a_j^2$$

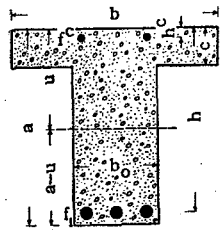


Fig. 127.

$$F = a \cdot b_0 + (b - b_0) \cdot c + n \cdot (f_1 + f^c)$$

$$u = \frac{\frac{1}{2} \cdot b_0 \cdot a^2 + \frac{1}{2} \cdot (b - b_0) \cdot c^2 + n \cdot f_1 \cdot h + n \cdot f^c \cdot h^c}{F}$$

$$I = \frac{b_0}{3} (u^3 + (a - u)^3) + \frac{b - b_0}{3} \cdot (u^3 - (u - c)^3) + n \cdot f_1 \cdot (h - u)^3 + n \cdot f^c \cdot (u - h^c)^3$$

**Udbøjningsfaren.**

154. Hvis en Søjle er fuldkommen ideal  $\circ$ : ganske retliniet, Materialet ganske homogent, Kraftoverføringen ganske central og alle Sidekræfter udelukkede, vil den ikke bøje sig ud, men kunne belastes til Knusning. Er Søjlen derimod krum, eller mere eftergivende i den ene end i den anden Side, eller virker Kraften ekscentrisk, eller faar Søjlen et Sidetryk, saa vil den bøje sig ud under Lasten, der derved faar en Arm at virke paa, saa der opstaar et Moment, der forøger Udbøjningen, hvorved Momentet vokser og muligvis fremkalder Bøjningsbrud. En saadan Søjle er ubrugelig, man maa konstruere en Søjle saaledes, at den er i stadig Ligevægt  $\circ$ : at en tilfældig lille Udbøjning ikke vokser i det uendelige, men blot fører Søjlen over i en ny Ligevægstilstand.

Udbøjningsfaren vokser med Søjlen Slankhed, og da denne er langt ringere ved Jærnbetonsøjler end ved Staal-søjler, gælder det samme Udbøjningsfaren. Mange Forsøg paa at bringe Jærnbetonsøjler til Udbøjning i en Presse er mislykkedes; først ved nogle Forsøg af Bach med Søjler, hvis Længde var 28 Gange Sidelinien, er Søjlevirkningen kommet frem (Fig. 128).



Fig. 128.  
Knust Betonsøjle<sup>1)</sup>.

**Eulers Formel.**

155. Hvis en ideal Søjle af et Materiale, der følger Hookes Lov, paa Grund af et tilfældigt Sidetryk faar en lille Udbøjning, gælder Eulers Formel, der siger, at saa længe Lasten er mindre end eller lig

$$P_E = \frac{\pi^2 E I}{l^2} \quad (39)$$

vil Søjlen selv rette sig ud; altsaa være i stadig Ligevægt. Bliver Lasten derimod større, vil Søjlen ikke mere vende tilbage til den retliniede Stilling, men bøje sig saa stærkt ud, at den knækker. Divideres med Søjletværsnittet  $F$  faas:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot E}{l^2} \cdot \frac{I}{F} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} \quad (40)$$

hvor  $i$  er Tværnittets Inertiradius.

Naar disse Formler anvendes paa Jærnbetonsøjler, er  $F = F_b + n \cdot f + n' \cdot f'$  (se § 151) eller  $F = F_b + n \cdot f$ , idet man som Regel ser bort fra Søjlebaandenes Virkning.  $I$  bør i bægge Tilfælde bestemmes paa Grundlag af  $F_b + n \cdot f$ , da Tværarmeringen næppe i væsentlig Grad vil øge Modstanden mod Udbøjning. To Søjler, der kun afviger fra hinanden ved uens Tværarmering, har altsaa samme  $P_E$ , naar der regnes efter Eulers Formel. For  $E$  skal indføres  $E = E_b$ , da Jærnet er omregnet til Beton.

Hvis man for en uarmeret Betonsøjle med  $E_b = 140\,000$  at afsætter  $\sigma_E$  som

<sup>1)</sup> Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1913, S. 1969.

Ordinat og  $l/i$  som Abscisse, faas den paa Fig. 133 viste, hyperbolske Kurve  $abc$  med Koordinataksene som Asymptoter. Er Søjlen 25 cm i Kvadrat havs:

$$I = \frac{1}{12} \cdot 25^4 = 32\,550 \text{ cm}^4, \quad F = 25^2 = 625 \text{ cm}^2, \quad i^2 = \frac{I}{F} = \frac{32\,550}{625} = 52,$$

$$\sigma_E = \frac{10 \cdot 140\,000 \cdot 52}{l^2} = \frac{72\,800\,000}{l^2} \text{ eller } \sigma_E = \frac{7280}{L^2}, \text{ naar } L \text{ indføres i Meter.}$$

$$\begin{matrix} L = 10^m & 1^m & 0,25^m \\ \text{giver } \sigma_E = 72,8^{\text{at}} & 7280^{\text{at}} & 116\,500^{\text{at}}. \end{matrix}$$

Man faar altsaa blot at vide, at naar disse sammenhørende Værdier af Længde og Spænding ikke overskrides, er der ingen Fare for Udbøjning; hvorvidt Materialet knuses, inden de er naaet, er et Spørgsmaal, som Formlen ikke besvarer. Eulerkurven maa derfor kombineres med en Knusningskurve. Som Knusningskurve bruges i nogle Lande en vandret Linie  $db$  med Betonens Prismestyrke som Ordinat, saaledes at Søjls Bæreevne er bestemt ved Kurven  $abc$ . I Danmark undgaar man denne Diskontinuitet og erstatter de to Kurver med en enkelt Kurve (§ 157).

**156. Understøtningsmaader.** Eulerformlen er udledt under Forudsætning af simpel Understøtning  $\sigma$ : at Søjls Ender er forsynede med Kuglehængsler, der tillader en Drejning, men ingen Forskydning. Hvis Søjlen var fuldkommen indspændt, vilde  $P_E$  blive 4 Gange saa stor. Det samme kan udtrykkes ved, at man ved fuldkommen Indspænding kun behøver at indføre 0,5  $l$  i Formlen. I Praksis er de fleste Søjler mer eller mindre indspændte, idet de er sammenstøtte med Bjælker eller andet, men Søjleteorien er ikke nærmere uddybet i saa Henseende. Det er Skik at regne saadanne Søjler simpelt understøttede, og de tilladelige Spændinger gælder under denne Forudsætning. For alle Tilfældes Skyld er dog nedenfor aftrykt Eulerformlen svarende til de forskellige Understøtningsmaader:

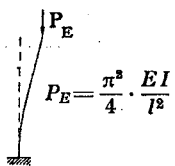


Fig. 129.

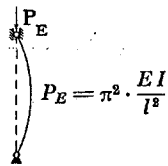


Fig. 130.

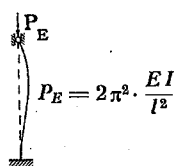


Fig. 131.

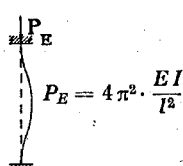


Fig. 132.

**Ritters eller Rankines Formel.**

**157.** I Henhold til Eulers Formel (39) varierer en Søjls Bæreevne proportionalt med  $E$ . Kurven  $abc$  i Fig. 133 gælder for  $E = 140\,000$ , er  $E$  50% større, gælder Kurven mærket  $E = 210\,000$ . Da nu Betonens  $E$  aftager med voksende Spænding, kan Formel (40) med konstant  $E$  kun være rigtig for en enkelt Værdi af Betonspændingen; passer Formlen paa slanke, svagt belastede Søjler, maa den give for store Værdier for korte, stærkt belastede, og omvendt.

Man bør derfor indføre den momentane Værdi  $E_b = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ , som gælder i Udbøjningsøjeblikket, og man bruger Ritters Udtryk (31):

$$E_b = 1000(S^c - \sigma_b). \tag{41}$$

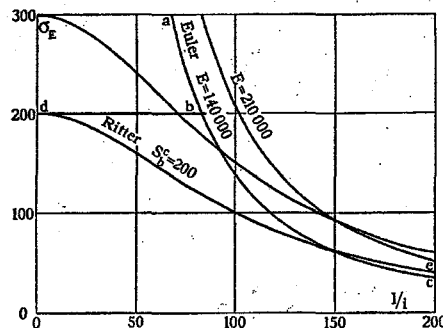


Fig. 133. Søjlers Brudspænding.

$\sigma_E$  er altsaa den kritiske Spænding, ved hvilken Bruddet sker, og da Formelen giver  $\sigma_E = S^c$ , naar  $L = 0$ , er der taget Hensyn til saavel Knusningsfare som Udbøjningsfare. Bæreevns Variation med Slankheden er vist i Fig. 133 ved Kurven  $de$ , der gælder for en Beton med Prismestyrke 200<sup>at</sup>; for en stærkere Beton ligger Kurven tilsvarende højere, som ligeledes vist. Den tilladelige Søjls spænding  $s_E$  faas ved at erstatte  $S^c$  med den ved centralt Tryk tilladte Spænding  $s_b^c$ :

$$s_E = \frac{s_b^c}{1 + \frac{F}{I} \cdot L^2} = \frac{s_b^c}{1 + \left(\frac{L}{i}\right)^2}, \text{ hvoraf: } P_{\text{III}} = F \cdot s_E = \frac{F \cdot s_b^c}{1 + \frac{L^2}{i^2}}. \tag{43} \tag{44}$$

Indføres  $F_0 = \frac{P}{s_b^c}$ , giver (43):

$$F_{\text{nodv}} = \frac{P}{s_E} = F_0 \cdot \left(1 + \frac{L^2}{i^2}\right). \tag{45}$$

Sættes heri:  $i^2 = I : F_{\text{nodv}}$ , faas:

$$F_{\text{nodv}} = \frac{F_0}{1 - \frac{F_0}{I} \cdot L^2}. \tag{45a}$$

$L$  er Søjls frie Længde i Meter, altsaa Afstanden fra Oversiden af Fodpladen eller Jærnbetondækket til Undersiden af det følgende Dæks lavest liggende Bjælke eller Bjælkeskraaning; har Søjlen Hoved (§ 678), regnes  $L$  til dets Underside.  $I$  og  $F$  er definerede i § 155. Formlen gælder for simpel Understøtning, og for almindelige Søjler regnes der med en saadan. For de i Fig. 129—32 viste Understøtningsmaader vilde  $L$  være at multiplicere med en Faktor, der varierer fra 2 til  $1/2$ .

Medens  $P_{\text{III}}$  efter Eulerformlen er uafhængig af  $F$  og dermed af Tværarmringen, er  $P_{\text{III}}$  efter Ritterformlen afhængig af disse Størrelser.

**158.** En anden Udløelse af Formlen er følgende. En Jærnbetonsøjle er aldrig helt centralt paavirket, og der er derfor Grund til at regne med en vis Ekscentricitet,  $e$  cm, des større jo slankere Søjlen er. Sættes  $e = \frac{l}{5000} \cdot \frac{l}{a}$ , bliver Kantspændingen:

$$\text{maks } \sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e}{I} \cdot \frac{a}{2} = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{e}{i^2} \cdot \frac{a}{2}\right) = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + 0,0001 \left(\frac{l}{i}\right)^2\right),$$

og naar denne ikke maa overskride  $s_b^c$ , findes:  $\frac{P}{F} = \frac{s_b^c}{1 + 0,0001 \left(\frac{l}{i}\right)^2}$ .

I det Øjeblik, Søjlen bøjer sig ud, er altsaa  $E_b = 1000(S^c - \sigma_E)$ , der indsat i (40) giver:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot 1000(S^c - \sigma_E)}{l^2} \cdot \frac{I}{F}.$$

Sættes  $\pi^2 = 10$  og  $l = 100L$ , hvor  $L$  er Søjls Længde i Meter, og løses Ligningen m. H. t.  $\sigma_E$ , findes:

$$\sigma_E = \frac{S^c}{1 + \frac{F}{I} \cdot L^2} = \frac{S^c}{1 + \left(\frac{L}{i}\right)^2}. \tag{42}$$

**159. Formlens Rigtighed.** Den fulde Virkning af  $E$ 's Variation er ikke medtaget i Ritterformlen, da  $F$  og  $I$  regnes konstante, skønt de aftager med  $n$  og altsaa i Udbøjningsøjeblikket er mindre for en slank end for en buttet Søjle. Ikke desto mindre viser Forsøg, at en Søjles Bæreevne ikke aftager saa hurtigt med voksende Slankhed, som Ritters Formel angiver, og det skyldes dels, at (41) er ukorrekt, dels at Forsøgsøjlerne har haft plane Endeflader og derfor været delvis indspændte. Ved Forsøg med saadanne Søjler af særlig stærk Beton fandt Bach<sup>1)</sup>, at Formlen blev korrekt, naar Leddet ( $I : i^2$ ) multipliceredes med  $\frac{1}{2}$ . Da man under normale Forhold altid kan gøre Regning paa en saadan Indspænding, har man foreslaaet at indføre nævnte Korrektion. Et andet Forslag gaar ud paa at multiplicere  $s_E^2$  med 1,25, hvilket for  $l : i = 50$  medfører  $s_E = s_E^2$ ; er Søjlen mindre slank, skulde der da ikke regnes med Udbøjningsfare.

**160. Eksempel.** For en Søjle med hosstaaende Tværsnit (Fig. 134) er med  $n = 15$ , idet Tværsnittet af et Rj. 18 mm er 2,54 cm<sup>2</sup>:

$$F = 25^2 + 15 \cdot 4 \cdot 2,54 = 625 + 153 = 778 \text{ cm}^2.$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 25^4 + 15 \cdot 4 \cdot 2,54 \cdot 10^2 = 32550 + 15220 = 47770 \text{ cm}^4.$$

$$i^2 = I : F = 61,4 \text{ cm}^2.$$

Er Søjlen 4 m lang, og er den tilladelige simple Trykspænding 35 at, bliver den tilladelige Søjlespænding:

$$s_E = \frac{35}{1 + \frac{35}{61,4}} = \frac{35}{1,261} = 27,8 \text{ at}.$$

Søjlen kan altsaa bære: 27,8 · 778 = 21 600 kg.

Med  $n = 10$  vilde man have fundet:

$$F = 727 \text{ cm}^2, \quad I = 42 702 \text{ cm}^4, \quad i^2 = 58,7 \text{ cm}^2, \quad s_E = \frac{35}{1,273} = 27,5 \text{ at}.$$

Søjlen kan altsaa bære: 27,5 · 727 = 20 000 kg.

**Kvadratiske og rektangulære Tværsnits Inertiradius.**

**161.** For et kvadratisk eller rektangulært Tværsnit med mindste Sidelinie  $a$  er  $i^2 = \frac{1}{12} \cdot a^2$ , naar Tværsnittet er uarmeret. Armeringen kan formindske  $i$ , thi hvis den ligger nær Tyngdepunktlinien, kan den forøge  $F$  mere end  $I$ . En Undersøgelse viser, at dette Tilfælde indtræder, naar  $a_j < 0,58a$ , altsaa kun ved meget spinkle Søjler, saafremt Jærnet lægges i den normale Afstand fra Overfladen. Er  $a \geq 20 \text{ cm}$  og  $0,75 \leq \varphi \leq 3$ , finder man, som paavist i § 162,

$i^2 \geq \frac{1}{11,5} \cdot a^2$  gældende for saavel indendørs som udendørs Søjler, naar blot Jærnantallet ikke er større end Normerne kræver; man maa altsaa ikke indlægge 8 Rj., hvis man ved Brug af 4 kan overholde Forskriften  $a_j \leq 35 \text{ cm}$ , men dertil har man heller ingen Trang, thi det stærkt forøgede Bøjleantal vil gøre Søjlen dyrere. Indføres den beregnede Værdi i (43), faas:

$$s_E = \frac{s_b^2}{1 + 11,5 \cdot \left(\frac{L}{a}\right)^2} \tag{46}$$

Som Regel vindes kun lidet ved at regne med den sande Værdi af  $i$ ; Formler for denne findes i § 153.

**162.** For et kvadratisk Tværsnit med 4 Jærn, eet i hvert Hjørne (Fig. 117) giver Formlen ved Fig. 121, naar  $n = 15$ :

$$\frac{a^2}{i^2} = 12 \cdot \frac{1 + 0,15 \cdot \varphi}{1 + 0,45 \cdot \varphi} \cdot \frac{a^2}{a^2} \tag{47}$$

<sup>1)</sup> Z. d. V. d. I. 1913, S. 1969.

$a_j$  er bestemt ved (Fig. 116):

$$a_j = a - 2l - 2d' - d$$

og  $d$  kan udtrykkes ved  $\varphi$ :

$$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d^2 = \frac{\varphi}{100} \cdot a^2 \quad d = \frac{a}{10} \cdot \sqrt{\frac{\varphi}{\pi}} = \frac{a}{17,7} \cdot \sqrt{\varphi}.$$

Med  $d' = 0,7 \text{ cm}$  faas:

$$\frac{a_j}{a} = 1 - \frac{\sqrt{\varphi}}{17,7} \begin{cases} \frac{3,4}{a} & (\text{indendørs}) \\ \frac{5,4}{a} & (\text{udendørs}) \end{cases} \tag{48}$$

For et Tværsnit med 8 Jærn (Fig. 118) gælder (47), naar Nævnerens sidste Led multipliceres med  $\frac{1}{2}$ , og (48), naar 17,7 ombyttes med 25.

For et Tværsnit med 12 Jærn (Fig. 119), gælder (47), naar 0,45 ændres til 0,317 og (48), naar 17,7 ombyttes med 30,7.

Ved Hjælp af disse Formler er hosstaaende Tabel over  $a^2 : i^2$  beregnet. Værdien  $a = 20$  er valgt, fordi man sjældent bruger spinklere Søjler. Tvangen til at bruge 8 Rj. indtræder for indendørs Søjler med  $\varphi = 0,75 \%$  ved  $a = 40,4$ ; for Søjler med større  $\varphi$  og for udendørs Søjler

Tabel over  $a^2 : i^2$  for kvadratiske Tværsnit.

	a cm	Jærnprocent					
		0,75	1	1,5	2	2,5	3
Indendørs	4 Rj.	20 40	11,07 10,65	10,87	10,57	10,36	10,20 9,15
	8 Rj.	40 76	11,16 10,99	10,97	10,65	10,42	10,24 9,70
Udendørs	4 Rj.	10 20 40	12,63 11,54 10,90	11,46	11,35	11,30	11,29 11,30 9,70
	8 Rj.	20 40 76	11,89 11,87 11,10	11,22	10,99	10,82	10,70 10,60 9,95
12 Rj.	76	11,19	11,00	10,69	10,44	10,25	10,10

for større  $\varphi$  og Antallet af Rundjærn samt Dæklagets Tykkelse er givet, aftager  $a^2 : i^2$  med voksende  $a$ . For 4 Rj. og  $a \geq 20 \text{ cm}$  er  $a^2 : i^2 \geq 11,54$ . Saafremt man ikke armerer med 8 Rj. i Tilfælde, hvor Normerne tillader Brugen af 4 Rj., vil 8 Rj. kun forekomme i Søjler med  $a \geq 40 \text{ cm}$ , og man har da  $a^2 : i^2 \geq 11,37$ . Saafremt man ikke armerer med 12 Rj. i Tilfælde, hvor Normerne tillader Brugen af 8 Rj., vil 12 Rj. kun forekomme i Søjler med  $a \geq 76 \text{ cm}$ , og man har da  $a^2 : i^2 \geq 11,19$ . Man er derfor ved alle Jærnprocenter mellem 0,75 og 3 og ved  $a \geq 20 \text{ cm}$  paa den sikre Side ved at regne  $a^2 : i^2 = 11,5$ , saafremt Søjlers Jærnantal ikke gøres større end Normerne kræver.

**163.** For rektangulære Tværsnit med  $a < b$  og Udbøjningsfare i  $a$ -Retningen og armerede med et Jærn i hvert Hjørne med samlet Areal  $f_a$  samt yderligere med  $f_b$  langs de to Sider  $a$  og  $f_b$  langs de to Sider  $b$ , saaledes at det samlede Jærnareal er  $f = f_a + f_a + f_b + f_b$ , vil man næsten altid have  $f_b \geq f_a$ , og i saa Fald bliver  $a^2 : i^2$  lig eller mindre end for et kvadratisk Tværsnit, naar der ses bort fra, at Jærndiameteren i et rektangulært Tværsnit med 4 Jærn er større end i et kvadratisk med 4 Jærn og samme  $a$  og  $\varphi$ .

Er  $a > b$  og  $f_a = f_b = 0$ , vil man ogsaa have  $a^2 : i^2$  mindre end for  $a = b$ ; ligeledes naar  $f_b \geq f_a$ . Er derimod  $f_b < f_a$ , kan man ikke paa Forhaand afgøre Spørgsmaalet, men ogsaa i dette Tilfælde kan man nøjagtigt nok regne med (46).

**164. Eksempel.** En kvadratisk Søjle med 25 cm Sidelinie og  $L = 4 \text{ m}$  kan med  $s_b^2 = 36 \text{ at}$  og  $n = 15$  belastes med:

$$s_E = \frac{36}{1 + 11,5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \frac{36}{1,295} = 27,8 \text{ at}.$$

Betonen alene bærer: 27,8 · 25<sup>2</sup> = 17380 kg

$\frac{3}{4} \%$  Armering : 17380 · 0,0075 · 15 = 1956 »

3 » : 17380 · 0,03 · 15 = 7820 »

Mellem disse to Armeringer kan man da vælge den, der svarer til Søjlers Last. Er denne 22 000 kg, skal Armeringen bære 22 000 — 17380 = 4620 kg,



altsaa  $f = \frac{4620}{15 \cdot 27,8} = 11,1 \text{ cm}^2 \approx 4 \text{ Rj. } 19 \text{ mm}$  ( $11,34 \text{ cm}^2$ ) eller, da denne Dimension er unormal,  $4 \text{ Rj. } 20 \text{ mm}$ .

**Dimensioneringsformel for kvadratiske og rektangulære Tværsnit.**

**165. Kvadratisk Tværsnit.** Til Bestemmelse af det nødvendige Tværnsnitsareal haves (45), der sammen med  $F = F_b \cdot (1 + 0,15\varphi)$  giver:

$$F_b = \frac{F_0}{1 + 0,15\varphi} \cdot \left(1 + \frac{L^2}{F^2}\right). \quad (49)$$

For en kvadratisk Søjle er  $F_b = a^2$ , og indføres denne Værdi samt  $F^2 = \frac{1}{\alpha} \cdot a^2$ , faas:

$$a^2 = \frac{F_0}{2 \cdot (1 + 0,15\varphi)} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \alpha \cdot (1 + 0,15\varphi) \cdot \frac{L^2}{F_0}}\right)$$

eller:

$$a^2 = \frac{F_0}{c_1} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + c_2 \cdot \frac{L^2}{F_0}}\right) \quad (50)$$

hvor  $c_1$  og  $c_2$  har følgende Værdier:

$\varphi =$	0,75	1	1,5	2	2,5	3 %
$c_1 =$	2,225	2,3	2,45	2,6	2,75	2,9
Indendørs $c_2 =$	49,7	50,4	52,2	54,2	56,3	58,6
Udendørs $c_2 =$	51,4	52,7	55,6	58,8	62,1	65,6

Ved Udregningen af  $c_2$  er for  $\alpha$  indført de maksimale Værdier, idet disse er bestemt som angivet i § 162. Værdierne er altid paa den sikre Side, saafremt  $\alpha \geq 20 \text{ cm}$ , og saafremt Jærnantallet ikke vælges større, end Normerne kræver.

**Eksempel.** En  $3,16 \text{ m}$  lang Søjle staaende indendørs skal med  $\frac{3}{4}\%$  Armering og  $s_b^2 = 40$  at bære  $100\,000 \text{ kg}$ . Man udregner først  $F_0 = 100\,000 : 40 = 2\,500 \text{ cm}^2$ , hvorefter (50) giver:

$$a^2 = \frac{2\,500}{2,225} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 49,7 \cdot \frac{3,16^2}{2\,500}}\right) = 2350 \quad a = 48,5 \approx 49 \text{ cm}.$$

Jærntværsnittet skal være  $f = 0,0075 \cdot 2350 = 17,6 \text{ cm}^2$ . Da Jærnafstanden ikke maa overstige  $35 \text{ cm}$ , kræves 8 Jærn, altsaa 8 Rj.  $18 \text{ mm}$  ( $20,36 \text{ cm}^2$ ). Øjebaand af  $7 \text{ mm}$  Rj. indlægges, som Fig. 108 i § 147 viser, med lodret Afstand  $15d = 15 \cdot 1,8 = 27 \approx 25 \text{ cm}$ . Flere Eksempler findes i § 702-4.

**166.** For et rektangulært Tværsnit kan der ikke paa Forhaand angives en Værdi af  $\alpha$ , der er paa den sikre Side, man maa dimensionere med en skønnet Værdi og bagefter undersøge, om den er stor nok. Da  $\alpha$  kun sjældent overstiger  $11,5$ , vil vi regne med denne Værdi.

Kaldes det søgte Tværnsnits Sidelængder ( $\neq$  Udbøjningsretningen) og  $b$ , og er  $a$  givet, kan  $s_E$  umiddelbart bestemmes af (46).

Er  $b$  givet, kan man i (49) indføre  $F_b = a \cdot b$ , og man faar da:

$$a^2 - \alpha \cdot \frac{L^2}{b} = a^2 \cdot \frac{F_0}{b \cdot (1 + 0,15\varphi)}$$

af hvilken Ligning  $a$  findes ved Forsøgsregning, idet man indfører  $\alpha = 11,5$  og for  $a$  begynder med en Værdi, der er lidt større end  $F_0 : b$ .

Er Forholdet  $a : b = \beta$  givet, kan man bruge (50) med tilhørende Konstanter, idet  $F_0$  ombyttes med  $\beta \cdot F_0$ ; naar  $a$  er beregnet, haves  $b = a : \beta$ .

## Dimensionering af almindelige Søjler og Vægge.

**167.** Da Jærnarealet i et Søjletværsnit kun virker som et 15 Gange saa stort Betonareal, og da  $1 \text{ cm}^2$  Jærn er langt over 15 Gange dyrere end  $1 \text{ cm}^2$  Beton, er det naturligt at spare paa Jærnet, men paa den anden Side er en vis Jærnmængde nødvendig for at retfærdiggøre de høje Betonspændinger (§ 152), og Jærnarealet bør derfor ikke være mindre end  $\frac{3}{4}\%$  af det nødvendige Betonareal:

$$f \geq \frac{0,75}{100} \cdot F_b.$$

Ogsaa Hensynet til, at Søjlerne er sammenstøbt med Dragerne og saaledes let kan faa Bøjningsspændinger, gør sig her gældende. Man dimensionerer derfor paa Grundlag af  $\varphi = \frac{3}{4}\%$ , og kun hvis Søjlerne skal holdes særlig spinkle, og man ikke vil gaa over til at bruge en stærkere Beton, forøges  $\varphi$ . Da Jærnspændingen er proportional med  $s_E$ , er det mindst uøkonomisk at forøge  $\varphi$  for korte, svære Søjler af stærk Beton. Hvis  $\varphi$  overstiger  $3\%$ , maa Overskuddet i Henhold til de danske Normer kun føres i Regning med  $\frac{1}{3}$  af Værdien.

Har et Hus mange Søjler, kan der være Grund til at støbe disse af en stærkere Beton end den, man anvender til Dækkene. Der bruges derved noget mere Cement, men spares Plads, Jærn, Formmateriale og Arbejdslohn.

Den tilladelige Betonspænding er omtalt i § 128 og 197, og Formel (50) giver da det søgte  $F_b$ , naar Søjletværsnittet er kvadratisk; skal det være rektangulært, gaas frem efter § 166.  $L$  er defineret i § 157.

Vil man forøge Søjleens Bæreevne ved Hjælp af tætliggende Søjlebaand, bruges Formel (37) i § 151.

Iøvrigt henvises til § 145—7 og til Eksemplerne i § 165 og 164.

I visse Arter af Bygninger med mange Etager er Sandsynligheden for Totallast i alle Etager samtidig saa ringe, at det er berettiget at tage Hensyn dertil ved Søjlerne Dimensionering. Se desangaaende *Husbygningsnormerne* § 10.

**Vægge**, der bærer som Søjler, skal være mindst  $10 \text{ cm}$  tykke. Er Forholdet mellem Væggens Tykkelse  $a$  og Bredde  $b$  saaledes, at  $b < 10a$ , skal Væggen dimensioneres og armeres ganske som en Søjle; det samme gælder for en Vægdel mellem to Aabninger, idet  $b$  da er Afstanden mellem Aabningerne. Er derimod  $b \geq 10a$ , og er de lodrette Jærns Akseafstand  $\geq 25 \text{ cm}$ , tillades det at sænke Grænsenværdien af  $\varphi$  til  $\frac{1}{2}\%$  af det nødvendige Betonareal, hvorved  $a$  ikke maa regnes mindre end  $10 \text{ cm}$ ; dette motiveres delvis ved, at der kun er Fare for Udbøjning i een Retning. Hvis de lodrette Jærn desuden er spinkle ( $d \geq 1 \text{ cm}$ ), er det tilladt at indskrænke Tværarmingen til vandrette Længdejærn, da Betonen under disse Forhold maa antages selv at kunne hindre Jærnenes Udbøjning. De vandrette Jærns lodrette Tværnsnitsareal skal da mindst udgøre  $\frac{1}{4}\%$  af Betonarealet i samme Snit, idet der regnes med Væggens nødvendige Tykkelse, dog mindst  $10 \text{ cm}$ .

**Lodrette Enkeltkræfter** kan ved Bedømmelse af Udbøjningsfaren regnes at forplante sig ned gennem Væggen indenfor to Planer, der danner højest  $45^\circ$  med Lodlinien (Fig. 378 i § 388) og at fordele sig jævnt over den derved bestemte Del af det vandrette Plan, der halverer Væggens frie Højde; Spændingen i dette Plan skal da holdes lavere end den af (43) udregnede Værdi af  $s_E$ . Den nævnte Fordelingsbredde maa dog hverken overstige Afstanden mellem Enkeltkræfterne eller Væggens virkelige Bredde.

## ζ. Jærnenes Stødning.

**168.** Hvis Søjlen fortsætter sig gennem flere Etager, stødes Jærnene ved Etageadskillelserne, idet den nedre Søjles Jærn forkrøppes og føres saa højt op over Gulvet, at Adhæsionsspændingen langs den øvre Søjles Jærn ikke overstiger den tilladelige Værdi (Fig. 102). Fordelen ved denne Fremgangs-

maade er, at Gulvet kan støbes færdig, inden den øvre Søjles Jærn anbringes; hvis dette Hensyn ikke gjorde sig gældende, vilde det være naturligere at føre den tynde Søjles Jærn ned i den tykke Søjle. Man kan ogsaa støde stumt ved Gulvets Overflade og dække Stødet med løse, paabundne Jærn, men det er næppe saa godt, og der bruges mere Jærn. Man har ogsaa stødt Jærnene stumt og omgivet Stødet med et Stykke Gasrør (Fig. 135), men det kan ikke anbefales, med mindre man skrueskærer Jærnenes Endér og Rørets Indre.



Fig. 135.

Man plejer ikke at kroge Jærnerne, og den nødvendige Stødlængde er da i Henhold til § 22:

$$\text{nødv. } l \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{\sigma_j}{t_{bj}} \cdot d = 2,5 \cdot \frac{\sigma_j}{s_b^c} \cdot d = 2 \cdot \frac{\sigma_j}{s_b^c} \cdot d,$$

hvor  $\sigma_j = 15 \sigma_b^c = 15 \cdot P : F$ , men ofte sættes lig  $15 s_b^c$ , da man derved er paa den sikre Side. Formelen giver da:

$$\text{nødv. } l \geq 30 d.$$

Da det er Kraften i de øvre Jærn, der skal overføres, er det disses  $d$ , der indgaar i Formelen; kun hvis Jærnantallet i den øvre Søjle er større end i den nedre, kan Adhæsionsspændingen langs dennes Jærn blive bestemmende.

For ekscentrisk paavirkede Søjler, der dimensioneres efter § 197, udregnes Stødlængden gerne paa samme Maade, altsaa paa Grundlag af de Spændinger, Centralkraften fremkalder.

η. Søjlefoden.

**169. Almindelige Former.** Overgangen fra Søjle til Fundament sker gennem en Søjlefod (Fig. 102), der hyppigst støbes, inden Søjleformen er opstillet. I Søjlefoden indstøbes da lodrette Jærn svarende til Søjleens og ragende Stødlængden (§ 168) op i denne. Fodens Højde vil ofte være mindre end Stødlængden, og det maa derfor anbefales at forene Jærnene to og to i en U-formet Bøjle, hvorved de samtidig bliver lettere at styre<sup>1)</sup>. Føres Søjlejærnene helt til Bunds uden at stødes, kan man bøde paa en for kort Indstøbningslængde ved at kroge dem.

Er Søjlelasten  $P^{kg}$  og den tilladelige Trykspænding for Fundamentet  $s_b^c$  (se Husbygningsnormerne § 14), bliver Søjlefodens Areal  $\frac{P}{s_b^c} \text{ cm}^2$ , idet Trykket regnes jævnt fordelt. Det er dog tilladt at regne med en noget større Værdi end  $s_b^c$ , nemlig  $s_b^c \cdot \sqrt{F} : f$ , hvor  $F$  er Fundamentets Lejeflade og  $f$  Søjlefodens, men man plejer ikke at gøre det.

Søjlefoden formes bedst som en rektangulær Plade med ens Fremspring paa alle fire Sider og armeres i Underfladen parallelt med bægge Siderne.

Pladens Tykkelse og Jærnindlæg bestemmes dels af det bøjende Moment og den forskydende Kraft i Snit  $a-b$  (Fig. 136), dels af den forskydende Kraft, med hvilken Søjlen søger at lokke sig igennem Fodpladen. Det naturligste vilde være at regne med Gennemlokning langs Søjleens fire Sideflader, men Forsøg af Tqlbot<sup>2)</sup> har vist, at det er til-

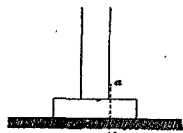


Fig. 136.

<sup>1)</sup> I Stedet for denne Ordning bruger andre at lægge et Stykke Fladjærn under de opadgaende Jærn for at fordele Trykket fra disse. Slet ingen Foranstaltninger at træffe, naar Forankringslængden er for ringe, er inkonsekvent. At banke Jærnene ned efter Støbningen eller stikke dem ned i udsparede Huller er ikke godt.

<sup>2)</sup> Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings (University of Illinois, Engineering Experiment Station Bulletin No. 67). Fodpladerne hvilede paa en Samling kraftige Skruefjere, saa Trykket var meget nær jævnt fordelt.

strækkeligt at undersøge de fire Flader  $x-x$  (Fig. 137). I hver af disse virker der en forskydende Kraft, der ved kvadratisk Søjletværsnit har Størrelsen  $\frac{1}{4} P \cdot \frac{l^2 - (a + 2c)^2}{l^2}$ , og af hvilken

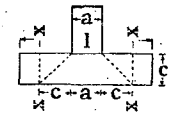


Fig. 137.

man, som det senere vil blive vist, finder den største Forskydningsspænding ved Division med  $m \cdot (a + 2c)$ , hvor  $m$  er Afstanden mellem Tværnittets Træk- og Trykcentrum. Gennemregnede Eks-  
empler findes i § 574-6 og 705.

Trykket paa Fundamentet kan kun regnes jævnt fordelt, hvis Foden er stiv. Denne vil nemlig paa Grund af Bøjningsspændingerne antage Skaalform, og er Stivheden ringe, kan den endog løfte sig langs Randen<sup>1)</sup>. Man maa derfor hellere bruge en stor Højde og svag Armering end omvendt, og man opnaar gode Forhold ved at gøre Højden saa stor, at Betonen alene uden Jærnets Medvirken kan optage de forskydende Kræfter. Til Armeringen bør man bruge spinkelt Jærn med Kroge eller formet som Fig. 102 viser. Stilles Søjlefoden paa Pæle (Fig. 140), regnes disse ens belastede, og Foden dimensioneres for Bøjning og Forskydning i Snitten langs Søjlen.

Hvis Søjlefoden støbes samtidig med Søjlen, maa den have en øvre Forskalling, der kan hindre Betonen i at presse sig op. Den øvre Forskalling kan anbringes efter at Foden er støbt, men vil man undgaa denne Standsning, er Formen Fig. 136 uheldig, da den vanskeliggør en god Støbning af Fodens yderste og øverste Del. Formerne Fig. 138-39 er da at foretrække, men kun da, thi de kan slet ikke fremstilles uden øvre Forskalling.

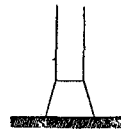


Fig. 138.

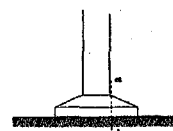


Fig. 139.

Hvis Søjlefoden staar under et Betongulv, behøver man ikke at sænke den dybere, end at Gulvets Pudslag kan føres hen over den (Fig. 102), men skal der føres Rørledninger ned langs Søjlen til Jorden, bør Søjlefoden sænkes saa meget (f. Eks. 30 cm), at Røret kan føres vandret ud over den uden at komme op over Gulvet (Fig. 140).

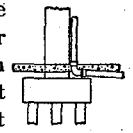


Fig. 140.

**170. Særlige Former.** Staar Søjlen umiddelbart op ad anden Mands

Gavl eller Grund, eller er man paa anden Maade tvunget til at lade Søjlefodens ene Side ligge i Plan med Søjleens, maa Foden udformes paa særlig Maade. Vil man undgaa ekscentrisk Paavirkning af Søjlen, kan Foden formes som en Bjælke af samme Bredde som Søjlen, eller man kan gaa frem efter Fig. 149. Ofte er dog saadanne Randsøjler svære nok til at optage et bøjende Moment, og man kan da brede Foden ud i 3 Retninger, naar den bringes i bøjningsstærk Forbindelse med Søjlen (Fig. 141). Denne maa undersøges for

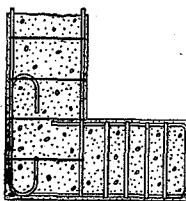


Fig. 141.

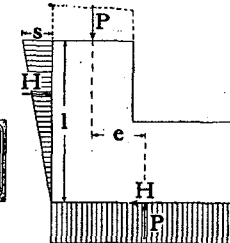


Fig. 142.

<sup>1)</sup> B. u. E. 1927, S. 435.

det bøjende Moment, der som Regel vil holde sig konstant op til nærmeste Bjælkelag og dér forsvinde. En ekscentrisk paavirket Søjlelod er gennemregnet i § 705.

Kun undtagelsesvis er man ude for det i Fig. 142 forudsatte Tilfælde, at Søjlen nederste Del støbes op mod en saa solid (og permanent) Mur- eller Betonklods, at denne kan give et Modtryk, der mer eller mindre hurtigt bringer Momentet til at forsvinde. Man kan da regne Søjlen overskaaret i Højden  $l$  (Fig. 142) og den øvre Del staaende løst paa det vinkelformede Stykke. Højden  $l$  bestemmes af de almindelige Ligevægtsbetingelser, idet man kender den tilladelige Trykspænding  $s$  for Murværket, og Vinklen kan derefter uden Vanskelighed dimensioneres. Man har:

$$P \cdot e = H \cdot \frac{1}{2} l \quad \text{og} \quad H = \frac{1}{2} l \cdot s \cdot b, \quad \text{hvoraf} \quad l = \sqrt{\frac{3 P \cdot e}{s \cdot b}}$$

### §. Fundamentet.

**171. Grundfladens Størrelse** bestemmes af det tilladte Tryk paa Grunden (se *Husbygningsnormerne* § 11). En Grunds Bæreevne og Paalidelighed vokser som Regel med dens Tørhed og Partikkelstørrelse, men ogsaa andre Faktorer gør sig gældende.

Groft Sand med eller uden Sten hører til de bedste Byggegrunde i saavel vaad som tør Tilstand.

Flint Sand er daarligere, navnlig naar det er vaadt.

Rent Ler er i tør Tilstand en udmærket Byggegrund, bedre end fint Sand, men i vaad Tilstand er det upaalideligt, idet det undertiden lader sig sammenpresse stærkt (Vandet presses ud) og først kommer i Ro efter lang Tids Belastning. Under saadanne Forhold afhænger Fundamentets Synkning navnlig af den stadige Last  $g$ , mindre af den forbigaaende Last  $p$ ; er Middelværdien af denne i en vis Periode  $\frac{1}{2}p$ , burde Fundamentets Grundflade snarere bestemmes af  $g + \frac{1}{2}p$  end af  $g + p$ . Man regner dog med  $g + p$ , men ved Valget af den tilladelige Spænding indenfor de foreskrevne Grænser, kan man tage Hensyn til Lastens Art.

Sandblandet Ler kan i tør Tilstand sidestilles med rent Ler, og i vaad Tilstand er det at foretrække for saavel rent Ler som fint Sand,

Med et Spidsbør kan man faa gode Oplysninger om Grundens Bæreevne. Boret stilles paa Jorden og belastes efterhaanden med indtil 100 kg; paa hvert Belastningstrin ventes, indtil Boret er kommet i Ro, hvorefter Synkningen noteres. Naar de 100 kg er naaet, og Synkningen standset, paabegyndes Boringen med det belastede Bør, og for hver 25 halve Omdrejninger noteres Boredybden. Kommer Boret ned i bløde Lag, hvor det synker af sig selv, aflaster man det straks, indtil Synkningen standser, hvorefter man gaar frem som ved Forsøgets Begyndelse. Naar Synkningerne optegnes med Boredybden som Ordinat, faas et godt Billede af de forskellige Lags Bæreevne.

Se *Statens Järnvägar: Geotekniska Meddelanden* 1, Stockholm 1917. Om danske geotekniske Undersøgelser se *Ing.* 1924, Nr. 4 (*Svend Brannov*) og 1930, Nr. 44 (*O. Godskesen*). Om østrigske Normer se *ÖNIG: Belastung des Baugrundes*, Wien 1927.

**172. Fundamentets Synkningskurve.** Naar et stift Fundament belastes centralt, saaledes at Trykket mellem dets Underside og Jorden overalt er  $\sigma$ , vil Fundamentets Synkning  $y$  variere med  $\sigma$ , som Fig. 143 viser. Kurven har en Proportionalitetsgrænse; naar denne overskrides, naas mer eller mindre hurtigt Grundens Brudspænding, ved hvilken Fundamentet bliver ved at synke uden yderligere Lastforøgelse, idet Jorden presses op som en Vulst omkring det.

Brudspændingen for rent Ler afhænger kun af Lerets Art, ikke af Fundamentfladens Størrelse  $F$ , eller af dens Dybde under Leroverfladen. Brudspændingen for rent Sand vokser derimod omtrent proportionalt med  $\sqrt{F}$ , og den vokser ogsaa med Funderingsdybden.

Den retliniede Del af Synkningskurven i Fig. 143 har Ligningen:

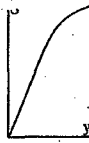


Fig. 143.

$$y = a \cdot \sigma$$

hvor  $a$  varierer stærkt med Jordarten og som Regel er større for Ler end for Sand.

Hos rent Ler er Eftervirkningen stor; jo hurtigere  $\sigma$  øges, des mindre findes  $a$ ; for en given Værdi af  $\sigma$  kan det tage Aar, inden Synkningen ophører. Slutværdien af  $a$  er proportional med  $\sqrt{F}$ , man kan skrive  $a = \beta \cdot \sqrt{F}$ , altsaa:

$$y = \beta \cdot \sqrt{F} \cdot \sigma = \beta \cdot \frac{P}{\sqrt{F}}$$

hvor  $\beta$  alene afhænger af Leret. Funderingsdybden har ingen Indflydelse paa  $a$  for rent Ler.

Hos rent Sand er der næsten ingen Eftervirkning,  $a$  naar straks sin endelige Værdi, og denne vokser med  $\sqrt{F}$ , men kun indtil  $F$  har naaet en vis Størrelse, derefter er  $a$  konstant, saafremt Funderingsdybden er givet. Varierer Funderingsdybden  $d$ , aftager  $a$  proportionalt med  $d: \sqrt{F}$ .

Er  $F$  saa stor, at man for Sand kan regne  $a$  konstant, og er Funderingsdybden konstant, vil to Fundamenter med ulige store Grundflader, altsaa forholde sig paa følgende Maader:

Hvis  $\sigma$  holdes konstant:

I rent Ler bliver Brudlasten ens, Synkningen uens.  
 » » Sand » » uens, » ens.

Hvis man i Stedet holder  $\sigma \cdot \sqrt{F}$  konstant, bliver Forholdet det omvendte:

I rent Ler bliver Brudlasten uens, Synkningen ens  
 » » Sand » » ens, » uens

og denne Tilstand er at foretrække, da Synkningerne i Sand er saa smaa, at Synkningsforskellene bliver uskadelige. Ved denne Dimensioneringsmaade, der ogsaa synes anvendelig for sandblandet Ler, maatte man regne med langt mindre Værdier af  $\sigma$  end hidtil og løvrigt vilde  $F$  være at bestemme af Ligningen:

$$\sigma \cdot \sqrt{F} = \frac{P}{F} \quad \text{altsaa:} \quad F = \left( \frac{P}{\sigma} \right)^2$$

Disse Forhold er dog endnu ikke tilstrækkelig opklarede. En Oversigt over de vigtigste Arbejder findes i *Bygningsstatistiske Meddelelser* 1930, S. 45 (*Bretting*). Se ogsaa *B. u. E.* 1927, S. 183 (*Schleicher*) og 1930, S. 246 (*Scheidig*).

Overfor smaa Tryk forholder faste Jordarter sig som et elastisk Stof. Stilles et tungt Lod paa Jordoverfladen, antager denne Skaalform, og naar Loddet fjernes, hæver den sig atter. Skaalens Form kan bestemmes ved Spejlmaling; ved et Forsøg med et 100 kg Lod paa en af Færdsel komprimeret Jordoverflade fandtes f. Eks., at Sænkningen  $y$  i Afstanden  $x$  fra Loddets Aakse havde Størrelsen:  $y = 1,42 \cdot x^{-2,2}$ .

**173. Funderingsdybde.** Fundamentet skal føres ned til frostfri Dybde, der paa aaben Mark kan regnes liggende 1<sup>m</sup>, i Gader og under opvarmede Huse 0,8<sup>m</sup> under Jordoverfladen. Endvidere skal det føres ned til fast Bund; Muldjord og paafyldt Jord skal fjernes; den naturlige Bund kan som Regel kendes fra Fryden ved sin regelmæssige, vandrette, mer eller mindre tydelige Lagdeling. Man bør endvidere overbevise sig om, at der ikke under det tilsyneladende bæredygtige Lag ligger Moselag eller lign. Er Fundamentets Brede paa den korteste Led  $B^m$ , bør Grunden undersøges indtil Dybden  $2 \cdot \sqrt{B}$  under Fundamentets Grundflade.

Ved Projekteringen bør man ikke blot tage Hensyn til Grundens øjeblikkelige Tilstand, men ogsaa til mulige Ændringer i denne. I den Del af Grunden, der begrænses af Fundamentet og Flader med Hældning som den naturlige Skrænt (Fig. 144) bør der ikke senere graves, da Jorden under Fundamentet i saa Fald kan skride. Den naturlige Skrænt for fint Sand, baade vaadt og tørt, og for vaadt, plastisk Ler bør man forudsætte vandret. Har man funderet paa en saadan Grund, maa Udgravningen for andre Fundamenter eller for Rørledninger ikke føres dybere ned end det første Fundament, da Sandet (Leret) i saa Fald kan løbe bort under Fundamentet og ud i Graven. Man bør altsaa forud skønne over, hvor dybe Udgravninger, der vil kunne

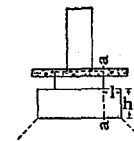


Fig. 144.

forekomme i Nærheden og føre samtlige Fundamenter ned i denne Dybde. Ogsaa ved fastere Byggegrund maa dette iagttages, saafremt Grunden kan blive oversvømmet. Man har Eksempel paa, at Vandet fra en sprungen Vandledning har skyllet Grunden bort under Fundamenterne og ind i en dybere liggende, utæt Kloak.

Hvis man ved Udgravningen møder gamle Fundamenter og bygger paa en Del af disse, bør de nye som Regel føres ned i samme Dybde, for at Sætningen ikke skal blive uensartet.

**174. Fundamentets Form og Udførelse.** Fundamentet støbes gerne af en mager Beton, f. Eks. 1:4:7 og formes bedst saaledes, at Fremspringet *l* (Fig. 144) er ens til alle Sider. Af Hensyn til Bøjningsspændingen i Snit *a*—*a* bør *h:l* vokse med aftagende Betonkvalitet; er Betonens tilladelige Trykspænding  $s_b^c$ , kan man passende vælge  $h:l = 5:\sqrt{s_b^c}$ , dog mindst lig 1. Fundamentet kan støbes direkte mod Jorden, hvis denne kan staa med lodrette Flader, og Bæreevnen kan da paa en billig Maade forøges ved at forme det efter Fig. 145. Store Fundamenter kan med Fordel aftrappes, som Fig. 146 viser, idet man vælger *h* som et Multiplum af Bræddebredden. Er denne 15 cm, kan man sætte  $h = 4 \cdot 15 = 60$  cm.



Fig. 145.

Gaar Fundamentet ned under Grundvandet, maa det udgravede Hul lenses for Vand, umiddelbart inden Betonstøbningen begynder, men under selve Støbningen bør man som Regel ikke pumpe, da det til Pumpehullet strømmende Vand let skyller Cementen med sig. At Vandet langsomt stiger op gennem den nystøbte Beton gør mindre Skade. Ogsaa efter Fundamentets Støbning skal man være varsom med at pumpe, da en Vandbevægelse i Grunden under Fundamentet kan føre Jordpartikler med sig. Vil man, f. Eks. af Hensyn til højstaaende Grundvand, indskrænke Udgravningsdybden til et Minimum, kan Jærnbetonfodpladen gøres saa stor, at den kan stilles direkte paa Grunden; dog bør man først udstøbe et 5—10 cm tykt Lag Grovbeton, thi uden en saadan jævn og fast Flade kan Jærnbetonarbejdet ikke udføres forsvarligt (§ 211).

**175. Ekscentrisk belastede Fundamenter.** Er Fundamentet rektangulært med Grundflade *a*·*b*, og virker Søjletrykket *e* cm ekscentrisk, varierer Kanttrykket  $\sigma$  paa følgende Maade med *e:*

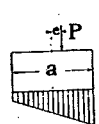


Fig. 147.

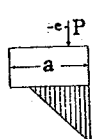


Fig. 148.

$$e \leq \frac{a}{6} \text{ (Fig. 147): } \sigma = \frac{P}{ab} \left( 1 \pm \frac{6e}{a} \right)$$

$$e \geq \frac{a}{6} \text{ (Fig. 148): } \sigma = \frac{\frac{2}{3}P}{b \left( \frac{a}{2} - e \right)}$$

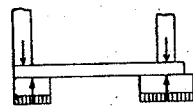


Fig. 149.

Bliver Kanttrykket for stort, kan man eventuelt centralisere Søjleens Tryk ved Hjælp af en underjordisk Bjælke, der føres hen til Nabosøjlen og beregnes for at bære Søjlen paa en overragende Ende (Fig. 149).

Er Fundamentet cirkulært med Radius *r*, og kaldes den ekscentrisk virkende Kraft *N*, bliver Kanttrykket, saafremt  $e \leq \frac{1}{2} \cdot r$  (Fig. 147):

$$\sigma = \frac{N}{\pi \cdot r^2} \left( 1 \pm \frac{4e}{r} \right)$$

For større Værdier af  $e:r$  kan man bruge Fig. 150. Er f. Eks.  $e:r = 0,4$ , opsøges paa den med  $\frac{e}{r}$  mærkede Kurve det Punkt, hvis Ordinaten er 0,4; da Punktets Abscisse er 1,5, haves  $x = 1,5 \cdot r$ , og til denne Abscisse svarer paa den anden Kurve et Punkt med Ordinaten 1,13, altsaa:

$$\frac{N}{r^2 \cdot \sigma} = 1,13 \quad \text{hvoraf: } \sigma = \frac{N}{1,13 \cdot r^2}$$

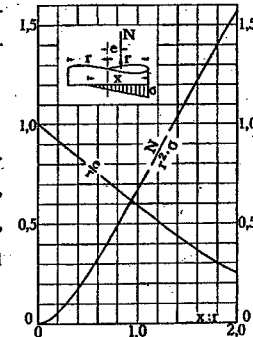


Fig. 150.

## b. Beviklede Prismer og Søjler under centralt Tryk.

### a. Prismers Styrke.

**176. Brudmaade.** *Considère* har udvidet Bøjlesystemet til en fuldstændig Bevikling af Betonen med Jærntraad i Skruelinier (Fig. 151—2). Naar Søjlen belastes, vil Betonens Tværudvidelse fremkalde Trækspændinger i Beviklingsjærnet, der holder sammen paa Betonkærnen, saa at Bæreevnen i høj Grad forøges. Dette System muliggør en væsentlig Formindskelse af svært belastede Søjlers Tværsnit<sup>1)</sup>.

Hvis et løst Materiale som Sand indesluttet i en Jærncylinder (Fig. 153), faar det en meget stor Bæreevne, men Betonen mangler Sandets Bevægelighed, og man skulde derfor vente, at den vilde knuses, inden Tværudvidelsen blev saa stor, at Beviklingen kunde virke. Forsøgene viser imidlertid, at Beviklingen bibringer Betonen en vis Grad af Plasticitet, saa at den kan sammentrykkes langt ud over det normale, inden Bruddet sker<sup>2)</sup>, lige som Tilfældet er med andre skøre Legemer, der udsættes for et alsidigt Tryk (*Byggematerialer* I, 1920, § 71). Beviklingen virker kun paa den indesluttede Beton, ikke paa den ydre Skal. Denne springer af, naar Sammentrykningen har naaet en Værdi, der svarer til Brudværdien for et uarmert Prisme. Er Brudlasten for et almindelig Jærnbetonprisme 100 t, vil samme Last fremkalde Revner og Afskallinger paa et beviklet Prisme med samme  $F_b + n \cdot f$ , men Kærnen vil kunne sammentrykkes videre og ved rationel Bevikling bære en Maksimallast af op imod 200 t. Ved Bestemmelsen af en beviklet Søjles Bæreevne, bør man derfor se bort fra Dæklaget og kun regne med det indenfor Be-



Fig. 151. Knust 8-kantet Prisme med cylindrisk Bevikling.

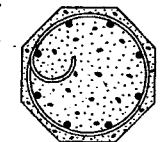


Fig. 152.



Fig. 153.

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: *Beton fretté — Beviklet Beton* (Ing. 1903, S. 301); A. Considère: *Le béton fretté et ses applications*, Paris 1907; Mörsch: *Der Eisenbetonbau* I, 1, Stuttgart 1920.

<sup>2)</sup> I et enkelt Tilfælde har Forkortelsen været 4,2% (Ing. 1903, S. 302).

viklingsjærnets Midtlinie liggende **Kærnetværsnit**,  $F_k$ , thi kun dette er virksomt i Brudøjeblikket. Der sker ingen egentlig Knusning af Kærnen; to beviklede Søjler, hvis »Brudspænding« i en Alder af 45 Døgn var henholdsvis ca. 334 og ca. 517<sup>at</sup> (naar der kun regnes med Kærnetværsnittet og ikke tages Hensyn til Armeringen), bar ved fornyet Prøvning i en Alder af ca. 95 Døgn henholdsvis 479 og 674<sup>at</sup>, og da man derefter pillede Beviklingen af, bar den blottede Kærne henholdsvis 161 og 219<sup>at</sup>.

Samme Virkning, som Beviklingen har paa Beton, har den ogsaa paa en Kærne af Støbejern (§ 196), Granit eller Murværk. Ved Genopførelsen af *Christiansborg* blev to gamle, murede Piller forstærkede paa denne Maade ved Omstøbning med en armeret Kappe.

177. **Brudlasten** kan i Henhold til Forsøg beregnes af Formlen:

$$P = F_k \cdot S_b^c + f \cdot \sigma_F + \alpha \cdot f' \cdot \sigma_F \quad (51)$$

hvor  $f'$  er Tværnsitsarealet af en tænkt Længdearmering med samme Rumfang som Beviklingsjærnet og  $\sigma_F$  dettes Flydespænding, medens  $\alpha$  er en Faktor, hvis Størrelse man ikke er helt enig om, idet Forsøgsværdierne svinger mellem 2 og 3<sup>1)</sup>; i det følgende sættes  $\alpha = 2,5$ . For et uarmeret Prisme med samme Brudlast have  $P = F \cdot S_b^c$ , altsaa bliver det beviklede Prismes ideelle Tværnsnit:

$$F = \frac{P}{S_b^c} = F_k + f \cdot \frac{\sigma_F}{S_b^c} + 2,5 \cdot f' \cdot \frac{\sigma_F}{S_b^c} \quad (52)$$

der tilnærmelsesvis kan erstattes med:

$$F = F_k + 15 \cdot f + 45 \cdot f' \quad (53)$$

hvorved det spinkle Beviklingsjærn er regnet at have en 20% højere Flydespænding end det sværere aksiale Jærn<sup>2)</sup>. Da  $F$  ved meget rigelig Armering kunde tænkes at blive saa meget større end  $F_b$ , at Betonskallen vilde overanstreges og falde af allerede under Nyttelasten, maa Forskellen mellem  $F$  og  $F_b$  ikke være altfor stor. Man fordrer:

$$F \geq 2 F_b \quad (54)$$

hvilket er ensbetydende med at begrænse Armeringsgraden.

Er  $s_E$  den under Hensyn til Udbøjningsfaren tilladelige Betonspænding, bliver Søjlsens tilladelige Last altsaa:

$$P = s_E \cdot (F_k + 15f + 45f'), \quad \text{dog højst} \quad P = s_E \cdot 2F_b \quad (55) \quad (56)$$

Da det er vanskeligt at faa Beviklingen helt cirkulær og 8-Kanten helt regulær, og da Jærnets Minimalafstand fra Overfladen skal overholdes paa 8 Steder, maa **Dæklagets Tykkelse** gøres 1 à 2<sup>cm</sup> større end i almindelige Søjler.

Hvorvidt det i et givet Tilfælde er fordelagtigt at bevikle behandles i § 187.

### β. Beviklede Prismers Længdeforkortelse.

178. Trykarbejdslinierne for ubeviklede, svagt beviklede og stærkt beviklede, men iøvrigt ganske ens Søjler er, naar den totale Last  $P$  afsættes som Ordinát, sammenfaldende, saalænge  $P$  er lille, først naar  $P$  nærmer sig Brud,

<sup>1)</sup> B. u. E. 1927, S. 292; 1930, S. 7 (*Saliger*).

<sup>2)</sup> Konstanten 45 bruges i Danmark og Tyskland, i Frankrig og England bruges 15—32, i Østrig 30, i Italien 20 (og Konstanten 10 foran  $f$ ).

mærkes Beviklingens hæmmende Indflydelse paa Forkortelserne. Aarsagen hertil kan dels være, at Støbeuligheder under Vindingerne neutraliserer Beviklingens Virkning, dels at den første Sammentrykning medfører en Lukning af Betørens Smaaporer og kun ringe Tværudvidelse. Vil man derfor beregne en Søjles virkelige Sammentrykning under smaa Spændinger, skal man regne med Tværnsnittet  $F = F_b + n \cdot f$ , og den normale Værdi af  $E_b$ . Først naar den ydre Betonskal er faldet af, skal man regne  $F = F_k + 15f + 45f'$ .

### γ. Teoretisk Udledning af Trykstyrken.

179. Hvis man ud fra Elasticitetsteorien beregner Beviklingens Virkning, bliver sidste Led i (51) noget mere kompliceret, og Poissons Tal indgaar i det paa en saadan Maade, at Beviklingens Virkning aftager med Tværudvidelsen, hvilket jo ogsaa var at vente. Da Tværudvidelsen aftager med Betørens Kvalitet, skulde det samme gælde Beviklingens Virkning, men Forsøgene viser det modsatte, og en Behandling af Spørgsmaalet ud fra Elasticitetsteoriens Forudsætninger er derfor uden praktisk Interesse, man maa regne med Brudtilstanden.

Hvis et med Vand fyldt Staalrør udsættes for Vandtrykket  $\sigma$  at (Fig. 154), vil Ring-spændingen blive  $\sigma_j = \frac{\sigma \cdot a}{2 \cdot t}$ , og Røret vil udvide sig stærkt, naar  $\sigma_j$  har naaet Flydespændingen  $\sigma'_F$ , altsaa ved Vandtrykket:

$$\sigma = 2 \cdot \frac{t}{a} \cdot \sigma'_F \quad (57)$$

Ombyttes Vandet med Beton, vil dennes Sidetryk kun være en Brøkdel af  $\sigma$ , saalænge  $\sigma$  er lille, men naar  $\sigma$  nærmer sig den normale Brudværdi, vil  $\sigma_j$  ligesom før kunne stige til Flydespændingen, og Røret vil altsaa kunne modstaa Betonspændingen (57) svarende til et totalt Betontryk:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \sigma = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 2 \cdot \frac{t}{a} \cdot \sigma'_F = \pi \cdot a \cdot t \cdot \sigma'_F$$

Hvis man vilde belaste Røret i aksial Retning med Kraften  $P$ , vilde Jærn-Trykspændingen blive  $\sigma_j = \frac{P}{\pi \cdot a \cdot t}$ , og Røret vilde da kunne bære

$$P = \pi \cdot a \cdot t \cdot \sigma'_F \quad (58)$$

eller dobbelt saa meget som før. Rørets Virkning kan derfor føres i Regning paa denne sidste Maade, saafremt dets sande Tværnsitsareal  $f'$  ombyttes med  $\frac{1}{2} f'$ .

Forsøg med bevilket Beton viser imidlertid en langt stærkere Virkning af  $f'$ , og Aarsagen hertil er følgende<sup>3)</sup>. Naar et uarmeret Prisme (Fig. 155) udsættes for Aksialspændingen  $\sigma_1$ , vil der i et vilkaarligt Snit  $AB$  virke en Normalspænding  $\sigma$  og en Forskydningspænding  $\tau$ , der i Henhold til *Byggematerialer* 1, 1920, § 63 har Størrelserne:

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \sin^2 v \quad \tau = \frac{1}{2} \cdot \sigma_1 \cdot \sin 2v$$

Naar  $\tau$  nærmer sig Brudværdien, vil  $\sigma$  fremkalde en Friktion  $\alpha \cdot \sigma$  i Fladen  $AB$ , hvorved  $\tau$  formindskes til:

$$\tau' = \tau - \alpha \cdot \sigma = \frac{1}{2} \cdot \sigma_1 \cdot \sin 2v - \alpha \cdot \sigma_1 \cdot \sin^2 v$$

der bliver Maksimum for  $\cot 2v = \alpha$ , og Bruddet maa derfor ske under den hertil svarende Vinkel. Da Brudvinklen plejer at ligge mellem 18 og 27° eller gennemsnitlig ved 22<sup>1/2</sup>°, svarende til  $2v = 45^\circ$  og  $\cot 2v = 1$ , maa  $\tau'$  være størst i dette Plan, og Friktionskoefficienten  $\alpha$  maa derfor ligge omkring 1<sup>3)</sup>. For  $\alpha = 1$  og  $v = 22\frac{1}{2}^\circ$  findes:

$$\tau' = 0,208 \sigma_1$$

Er Betørens Prismestykke 200<sup>at</sup>, betyder det altsaa, at dens Forskydningsstyrke er  $\tau' = 0,208 \cdot 200 = 41,6$  at.

180. Hvis Prismet i Fig. 155 udsættes for et Sidetryk  $\sigma_2$  (Fig. 156), bliver  $\tau$  ligesom tidligere Maksimum for  $v = 45^\circ$ , men Værdien formindskes fra  $\frac{1}{2} \sigma_1$  til  $\frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_2)$  og bliver følgelig Nul for  $\sigma_1 = \sigma_2$ . I et Legeme, der trykkes lige stærkt fra alle Sider, er der altsaa ingen Forskydningspændinger.

Er  $\sigma_2 < \sigma_1$ , vil Spændingerne i et Snit  $AB$  være:

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \sin^2 v + \sigma_2 \cdot \cos^2 v \quad \tau = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \sin 2v$$

og tages der Hensyn til Friktionen, bliver den formindskede Værdi af  $\tau$ :

$$\tau' = \tau - \alpha \cdot \sigma = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \sin 2v - \alpha \cdot (\sigma_1 \cdot \sin^2 v + \sigma_2 \cdot \cos^2 v)$$

der ligesom tidligere bliver Maksimum for  $\cot 2v = \alpha$ , altsaa, naar  $\alpha = 1$ , for  $v = 22\frac{1}{2}^\circ$ . Indsættes denne Værdi, findes:

$$\tau' = 0,208 \sigma_1 - 1,207 \sigma_2$$

<sup>1)</sup> Se *Karl Ljungberg*: Teori för spiralarterade betongpelare (Teknisk Tidskrift, Väg- och Vattenbyggnadskonst 1913, Häft 5 och 6).

<sup>2)</sup> K. W. Johansen fandt for uarmerede Prismer af Cementmørtel 1 : 2 og med skraat liggende

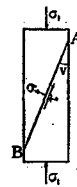


Fig. 155.



Fig. 156.

der viser, at et lille Sidetryk formindsker  $\tau$  stærkt. For  $\sigma_2 = 0,172\sigma_1$  findes  $\tau = 0$ , og under disse Spændingsforhold skulde Legemet altsaa ikke kunne knuses. Løses Ligningen m. H. t.  $\sigma_1$ , findes:

$$\sigma_1 = 4,8\tau + 5,8\sigma_2$$

der med  $\tau = 41,6$  at giver:  $\sigma_1 = 200 + 5,8\sigma_2$ . Et Sidetryk af 10 at vil altsaa forøge den normale Prismestyrke fra 200 til 258 at.

Vender vi tilbage til Jærncylinderen med Ringspænding lig Flydespændingen, vil denne give et Sidetryk:

$$\sigma_2 = 2 \cdot \frac{t}{a} \cdot \sigma'_F$$

og altsaa forøge Betonens Styrke med  $5,8 \cdot 2 \cdot \frac{t}{a} \cdot \sigma'_F$  og hele Cylinderens Brudlast med:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 5,8 \cdot 2 \cdot \frac{t}{a} \cdot \sigma'_F = 2,9 \cdot \pi \cdot a \cdot t \cdot \sigma'_F$$

Hvis man vilde belaste Røret i aksial Retning med Kraften  $P$ , vilde det kunne bære den ved (58) bestemte Last eller  $\frac{1}{2,9}$  Gange saa meget som før. Rørets Virkning kan derfor føres i Regning paa denne sidste Maade, saafremt dets sande Tværnsnitareal  $f'$  ombyttes med  $2,9f'$ .

Er Betoncylinderens Tværnsnit  $F_k$ , og har dens aksiale Rundjærnarmering Tværnsnittet  $f$ , bliver hele Systemets Brudlast:  $P = F_k \cdot s_b^c + f \cdot \sigma_F + 2,9 \cdot f' \cdot \sigma'_F$ .

Da Faktoren 2,9 ligger ved den øvre Grænse af de eksperimentelt bestemte Værdier (§ 177), er den i de tidligere angivne Formler formindsket til 2,5.

#### 8. Søjler med Udbøjningsfare.

**181. Buttede Søjler.** Slanke Søjler kan tænkes at bøje sig ud ved en saa ringe Spænding, at den ydre Betonskal er medvirkende i Udbøjningsøjeblikket, og dette Tilfælde behandles i § 182, medens der her gaas ud fra, at Skallen forud er sprængt af.

Naar Ritters Formel (43 og 44 i § 157):

$$s_E = \frac{s_b^c}{1 + \frac{F}{I} \cdot L^2} \quad \text{eller:} \quad P_{\text{till}} = F \cdot s_E = \frac{F \cdot s_b^c}{1 + \frac{F}{I} \cdot L^2} \quad (59) \quad (60)$$

anvendes paa beviklede Søjler uden Yderskal, er:

$$F = F_k + 15 \cdot f + 45 \cdot f'. \quad (61)$$

Ved Bestemmelsen af  $I$  maa bemærkes, at Beviklingen kun forøger Søjlers Trykstyrke, ikke dens Stivhed mod Udbøjning<sup>1)</sup>, og Tværnsnittets Inertimoment er derfor uafhængigt af den tænkte Længdearmring  $f'$ . Da den ydre Betonskal forudsættes at mangle i Udbøjningsøjeblikket, vil Inertimomentet desuden være uafhængigt af det fulde Betonareal  $F_b$  og altsaa alene afhængigt af Kærnearealet  $F_k$  og Arealet af de lodrette Jærn  $f$ , og det  $I$ , der skal regnes med i Udbøjningsøjeblikket, er følgelig (se Fig. 157 og 125):

$$I = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot a_k^4 + \frac{1}{2} \cdot n \cdot f \cdot a_j^2 \quad (62)$$

der med  $n = 15$ ,  $a_j = 0,915a_k$  og  $f = \frac{1}{10} \cdot \varphi_k \cdot F_k$  kan skrives:

$$I = 2 \cdot F_k \cdot (f + \frac{1}{2} \cdot F_k) = \frac{4 + \varphi_k}{50} \cdot F_k^2. \quad (63)$$

Ved Hjælp af disse Formler kan en given Søjles Bæreevne bestemmes (§ 183).

Ved Dimensionering maa man vælge to af Størrelserne  $F_k$ ,  $f$ ,  $f'$ , hvorom nærmere i § 186-7 og 191.

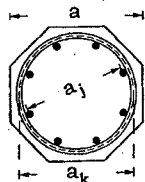


Fig. 157.

Støbeskel, at Bruddet altid skete i disse og for  $\tau = 30 + 0,8 \cdot \sigma$ , altsaa  $\alpha = 0,8$ . I et ensartet Materiale maa man gaa ud fra, at  $\alpha$  er større end i det glatte Støbeskel (Bygningsstatistiske Meddelelser Aarg. II, S 67).

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: *Beviklede Beton søjlers Udbøjning* (Ing. 1924, S. 529; 1926, S. 142).

**182. Slanke Søjler.** Der foreligger ikke Brudforsøg med slanke beviklede Søjler, men Formlerne i § 181 medfører en saa hurtigt aftagende Bæreevne med voksende Slankhed, at de utvivlsomt er meget paa den sikre Side, og de danske Normer tillader, at man ved alle Slankhedsgrader bestemmer  $F$  og  $I$  af (61)–(63). Man har dog Lov at behandle en beviklet Søjle som en ubeviklet, altsaa regne Beviklingens Virkning lig med en almindelig Tværarmerings og til Gengæld indføre det fulde Betonareal  $F_b$ , og derved finder man for slanke Søjler en større Bæreevne, hvilket viser, at det er ufordelagtigt at bevikle slige Søjler.

Vil man regne paa den nævnte Maade, skal  $F$  og  $I$  i (59) ombyttes med:

$$F_2 = F_b + 15f + n \cdot f' \quad I_2 = \frac{1}{12,6} F_b^2 + \frac{1}{8} \cdot 15f \cdot a_j^2 \quad (64) \quad (65)$$

hvilken sidste Formel gælder for saavel ottekantede som cirkulære Tværnsnit (§ 153).  $n'$  har da den Værdi, som gælder for almindelig Tværarmering (Formel (37) i § 151). Finder man paa denne Maade en tilladelig Last  $P_2$  og paa den første Maade en tilladelig Last  $P$ , har man Lov at regne med den største af de to Værdier. Som Regel vil man finde  $P_2 < P$ , naar Slankheden er ringe, og  $P_2 > P$ , naar Slankheden er stor. Betingelsen for  $P_2 > P$  kan let udledes af (60) og bliver:

$$L^2 > \frac{I \cdot I_2}{F \cdot F_2} \cdot \frac{F - F_2}{I_2 - I} \quad (66)$$

Er denne Betingelse opfyldt, staar man sig altsaa ved at behandle Søjlen som simpelt tværarmeret, hvilket er ensbetydende med, at det er urimeligt at bevikle.

**183. Eksempel.** En ottekantet Søjle med  $a = 50$  cm,  $a_k = 42$  cm, altsaa  $F_b = 2071$  cm<sup>2</sup>,  $F_k = 1385$  cm<sup>2</sup>, har  $f = 15,5$  cm<sup>2</sup>,  $f' = 46,2$  cm<sup>2</sup>. Bestem Bæreevnen for forskellige Søjlelængder, naar  $s_b^c = 40$  at.

Forudsættes Søjlen uden Yderskal i Brudøjeblikket, giver (61) og (63):

$$F = 1385 + 15 \cdot 15,5 + 45 \cdot 46,2 = 3697 \text{ cm}^2 \quad I = 2 \cdot 1385 \left( 15,5 + \frac{1385}{25} \right) = 196\,400 \text{ cm}^4,$$

Bæreevnen bestemmes af (60), og udtrykkes  $P$  i tons, bliver den:

$$P = \frac{1}{1000} \cdot \frac{3697 \cdot 40}{1 + \frac{3697}{196\,400} \cdot L^2} = \frac{147,9}{1 + 0,0188 L^2}$$

Forudsættes Søjlen med Yderskal i Brudøjeblikket, skal  $F$  og  $I$  bestemmes af (64) og (65).

Er Beviklingens Ganghøjde 4,4 cm, giver (37) i § 151:  $n' = 22,5 : \left( 1 + 2 \cdot \frac{4,4}{50} \right) = 19,1$ , altsaa:

$$F_2 = 2071 + 15 \cdot 15,5 + 19,1 \cdot 46,2 = 3186 \text{ cm}^2$$

$$I_2 = \frac{2071^2}{12,6} + \frac{1}{8} \cdot 15 \cdot 15,5 \cdot 39^2 = 384\,200 \text{ cm}^4.$$

$$P_2 = \frac{1}{1000} \cdot \frac{3186 \cdot 40}{1 + \frac{3186}{384\,200} \cdot L^2} = \frac{127,4}{1 + 0,00828 L^2}$$

Naar  $L$  varieres, kommer man til de i Fig. 158 tegnede Kurver for  $P$  og  $P_2$ , og de optrukne Kurvestykker bestemmer Søjlers Bæreevne. Skæringspunktets nøjagtige Belliggenhed kan beregnes af (66) og svarer til  $L = 4,18$  m.

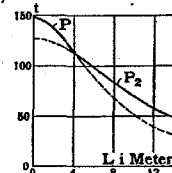


Fig. 158.

#### e. Dimensioneringens Udførelse.

##### Valg af Tværnsnitsform.

**184.** Beviklingens stærke Virkning er betinget af, at den er Ligevægtsform for det radiært udadrettede Betontryk, altsaa cylindrisk, og Søjlers Tværnsnit gøres derfor hyppigst cirkulært eller ottekantet.

Ved Støbning af mange ens Søjler kan det betale sig at bruge Jærnforme, og Tværnsnittet gøres da cirkulært. Skal Søjlers Tværmaal være Minimum, og bestemmes dens Bæreevne af (56), er et 8-kantet Tværnsnit at foretrække.

**Valg af Armering.**

**185. Brug af haardt Staal.** Jernets Virkning er proportional med dets Flydespænding, og den sande Værdi af Konstanterne 15 og 45 er  $\sigma_F \cdot S_b^2$  og  $2 \cdot \sigma_F \cdot S_b^2$  à  $3 \cdot \sigma_F \cdot S_b^2$ . Konstanten 15 er fundet for Længdejærn med  $\sigma_F = 2400-2800$  at, og ved Brug af Jærn med større Flydespænding er man derfor paa den sikre Side ved i alle Forskrifter og Formler at erstatte det sande Jærntværsnit med  $f \cdot \sigma_F \cdot 2800$ . Beviklingsjærnets Flydespænding er kun bestemt ved enkelte af Forsøgene, saa hvilken Værdi af  $\sigma_F$  der svarer til Konstanten 45, kan ikke siges med Sikkerhed. Beviklingsjærn med høj Flydespænding kan ikke udnyttes fuldt i svag Beton, da de skrærr sig ind i denne allerede ved en lavere Spænding.

**186. Valg af f.** De danske Jærnbetonnormer foreskriver:

$$0,0075 F_b \leq f \leq 0,03 F_b \quad (67) (68)$$

Hvis f overstiger 3% af  $F_b$ , maa Overskuddet kun føres i Regning med  $\frac{1}{3}$  af Værdien; alt som ved almindelige Søjler). Forsøg med smaa Mørtelcylindere har givet fuld Virkning af Beviklingen, selv om Længdearmeringen manglede (Ing. 1903, S. 301), og for store Prismer kan det samme opnaas, naar Beviklingen er meget tæt; af Hensyn til Støbningen maa man imidlertid have en mindre tæt Bevikling, og Længdearmeringen er da nødvendig for at hindre Betonen i at presse sig ud mellem Vindingerne; en saadan Udpressning vil ske eensidig, idet Prismet krummer sig og faar Tværrævner, hvilket hindres af Længdearmeringen.

Ligesom ved almindelige Søjler er det billigst at bruge min f, og man gør kun f større, naar man ikke paa anden Maade kan overholde et givet Søjletvermaal. Længdejærnets Antal bør mindst være 6, hyppigst vælges 8, men Antallet kan godt føres, og der er Grund til at gøre det, naar Jærndiameteren ellers vilde overstige f. Eks. 26 mm.

Stødlængden kan udregnes af en af de to Formler i § 168; i den 1' af disse kan for  $\sigma_f$  indføres P:F, hvor F bestemmes af (61).

**187. Valg af f'.** Kaldes Kærnediameteren  $a_k$ , Beviklingsjærnets Diameter d' og Skruengangshejden g, beregnes Tværsnittet af det tænkte lodrette Jærn, hvis Virkning regnes lig med Beviklingsjærnets, af Ligningen:

$$f' \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (d')^2 \cdot \pi \cdot a_k \quad (69)$$

Ved Valget af f' skal man tilfredsstille følgende Betingelser:

$$f' \geq 3 \cdot f \quad 45 \cdot f' \geq 2 \cdot F_b - F_k - 15 \cdot f \quad f' \geq 1,1 \cdot a_k \quad f' \geq \frac{F_b - F_k}{45} \quad (70-73)$$

(70) og (71) foreskrives i Normerne, (72) kommer man til (se § 186) ved at begrænse Beviklingsjærnets Diameter til 1,4 cm, hvilket er rimeligt af Hensyn til Vanskeligheden ved at opvikle sværere Jærn<sup>1)</sup>. (73) er en nødvendig Betingelse for, at der er Fordel ved at bevikle, nemlig at man derved kommer til et større ideelt Tværsnit end uden Bevikling, altsaa  $F_k + 15 \cdot f + 45 \cdot f' \geq F_b + 15 \cdot f$ , hvor  $F_b$  er lig  $F_k$  forøget med Yderskallens Tværsareal. Ved Behandling af Udbøjningsfaren (§ 182) er det vist, at (78) ikke er en tilstrækkelig Betingelse for, at Bevikling er fordelagtig. Man maa heller ikke overse, at den Størrelse, Bygherren ønsker formindsket, sædvanligvis ikke er  $F_b$ , men Tværmaalet, og Betingelsen for, at et ottokantet Tværsnit med Tværmaal a og et kvadratisk Tværsnit med Sidelinie  $a_1$  har samme  $F_b$ , er:

$$F_b = 0,8284 a^2 = a_1^2 \quad \text{eller:} \quad a_1 = 0,91 a.$$

Man maa derfor dimensionere paa begge Maader for at faa afgjort, om Bevikling frembyder Fordele.

Ligesom i almindelige Søjler er det økonomisk at bruge den mindste tilladelige Værdi af f, altsaa  $f = 0,075 \cdot F_b$ , der indsat i (61) giver:

$$F = F_k + 15 \cdot 0,075 \cdot F_b + 45 \cdot f' \quad (74)$$

Er F og  $F_b$  givne, kendes ogsaa  $F_k$ , idet man for d' kan indføre Maksimalværdien 1,4 cm. Man kan da af (74) beregne f' og derefter undersøge, om den beregnede Værdi er større end (73) og mindre end den mindste af Værdierne (70), (71) og (72). Naar man, som her, har brugt Minimumsværdien af f, vil det vise sig, at (70) giver Maksimumsværdien af f' for Søjler spinklere end ca. 50 cm og (72) for sværere Søjler; (71) bliver kun bestemmende, naar man vælger f større end  $0,075 \cdot F_b$ . Viser f' sig for stor, maa man forøge f, hvis man ikke kan forøge  $F_b$ , hvilket er det billigste. Gennemregnede Eksempler findes i § 192.

Er kun F og ikke  $F_b$  givet, faar man størst Nyttetvirkning af Jærnet ved at vælge  $f = 0,075 \cdot F_b$  og  $f' = 3 \cdot f$ , hvorefter man tilnærmelsesvis kan sætte  $F_k = 0,75 \cdot F_b$  og finde  $F_b$  af (74); sluttelig maa man sikre sig, at (72) er tilfredsstillt. Om Brug af Tabeller se § 193.

**188. Valg af Beviklingsjærnets Diameter.** Beviklingen fabrikeres ved at rulle Traaden eller Rundjærnet op paa en Tromle med passende Diameter. Til svært Jærn bruges en Spilromle med Tandhjulsvedvikling. Da en stor Del af Formændringen er elastisk, maa man an-

<sup>1)</sup> For stærkt beviklede Søjler er denne Fordring dog utvivlsomt uændig streng.

<sup>2)</sup> Ved Brug af særlige Bøjemaskiner kan Beviklingsjærnets Diameter være indtil 3,5 cm.

vende en mindre Diameter, end det færdige Produkt skal have. Cylindrene fremstilles saa lange, som Traaden rækker, hvilket vel vil blive en 10-40 Vindinger, og samles ved, at man bringer den enes første Vinding ind mellem de sidste Vindinger af den anden og former Enden, som Fig. 152 eller bedre Fig. 160 viser. Længdejærnene fastbindes paa Indersiden af Cylindrene.

Naar f' og  $a_k$  er valgt, indeholder (69) to ubekendte, g og d'. For Valget af g gælder:

$$g \geq \frac{1}{2} a_k \quad g \geq 8 \text{ cm} \quad g \geq 3 + d' \quad (75)(76)(77)$$

(75) og (76) er foreskrevne i Normerne, for at Betonen ikke skal presses ud mellem Vindingerne, (77) er nødvendig af Hensyn til Støbningen. Vi vil endvidere opstille Betingelsen:

$$d' \geq 1,4 \text{ cm} \quad (78)$$

af Hensyn til Vanskeligheden ved at opvikle sværere Jærn, og indføres denne Værdi samt (77) i (69), kommer man til (72). Valget af g og d' lettes ved Brug af Fig. 159. (69) viser, at naar d'

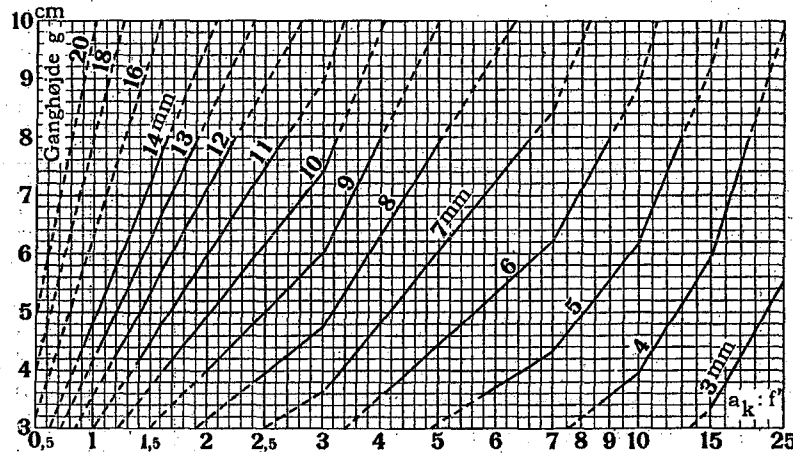


Fig. 159.

er givet, vokser g med  $a_k \cdot f'$ , og naar denne Størrelse afsættes som Abscisse med g som Ordinat, vil de tegnede Straaler, der er mærkede med Beviklingsjærnets Diameter, være geometrisk Sted for de Værdier af g, som kan bruges sammen med den paagældende Jærndiameter. For ikke at faa Figuren for stor er der skiftet Abscissemaalstok 4 Gange, hvilket medfører de 4 Knæk i Straalerne. Den øverste, punkterede Del af Straalerne kan ikke bruges, da den ikke tilfredsstiller (76), den nederste, punkterede Del heller ikke, da den ikke tilfredsstiller (77). At (75) er tilfredsstillt, maa man separat overbevise sig om. Er f. Eks.  $a_k = 60$  cm,  $f' = 10$  cm<sup>2</sup>, haves  $a_k \cdot f' = 6$ , og Diagrammet viser, at man kan bruge 5, 6 eller 7 mm Beviklingsjærn med Ganghøjde henholdsvis 3,7, 5,3 og 7,2 cm, da ingen af disse Værdier overstiger  $\frac{1}{2} a_k$ .

**189. Brug af adskilte Ringe.** I Stedet for en fortløbende Bevikling har man ogsaa brugt tætliggende Ringe, samlede som Fig. 160 viser. Ved Forsøg<sup>2)</sup> har de givet samme Virkning som rigtig Bevikling, men i Praksis vil det næppe være Tilfældet, og da de er vanskeligere at fremstille og at holde paa Plads under Støbningen, er der ingen Grund til at bruge dem nu, efter at Beviklingspatenterne er bortfaldne.

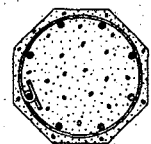


Fig. 160.

**Tværsnitstabeller.**

**190.** Den Opgave at dimensionere en beviklet Søjle, saaledes at Tværmaalet bliver Minimum, kan kun løses ved Forsøg, og disse er besværlige, da der er saa mange begrænsende Betingelser at tage Hensyn til, nemlig følgende (§ 186-88):

$$\frac{f}{F_b} \begin{cases} \geq 0,03 \\ \geq 1,1 a_k \\ \geq \frac{F_b - F_k}{45} \\ \geq \frac{F_b - F_k}{45} \end{cases} \quad f' \begin{cases} \geq 3 f \\ \geq 1,1 a_k \\ \geq \frac{F_b - F_k}{45} \end{cases} \quad g \begin{cases} \geq \frac{1}{2} a_k \\ \geq 8 \text{ cm} \\ \geq 3 + d' \end{cases} \quad d' \geq 1,4 \text{ cm}$$

<sup>1)</sup> Se Rudeloffs Forsøg i D. A. f. E., Heft 28, S. 54.

8 kantet Tværnsnit. 4 cm Beton udenfor Be- vklingsjærnets Midtlinie				$f = 0,0075 F_b$ $F < 2F_b$				$0,0075 \cdot F_b < f \leq 0,03 \cdot F_b$ $F \geq 2 \cdot F_b$			
				8 Længdejærn med $d = 0,4 \cdot \sqrt{f}$				$d' = 14 \text{ mm}$			
$a$ cm	$a_k$ cm	$F_b$ cm <sup>2</sup>	$F_k$ cm <sup>2</sup>	$f$ cm <sup>2</sup>	$\frac{I}{1000}$ cm <sup>4</sup>	$f'$ cm <sup>2</sup>	$F$ cm <sup>2</sup>	$f$ cm <sup>2</sup>	$\frac{I}{1000}$ cm <sup>4</sup>	$f'$ cm <sup>2</sup>	$F$ cm <sup>2</sup>
30	22	746	380	5,59	15,6	16,8	1219	7,41	16,8	22,2	1491
31	23	796	415	5,97	18,6	17,9	1310	7,85	19,9	23,5	1592
32	24	848	452	6,36	21,9	19,1	1406	8,29	23,4	24,9	1696
33	25	902	491	6,77	25,7	20,3	1506	8,75	27,4	26,3	1804
34	26	958	531	7,19	30,0	21,6	1609	9,23	31,9	27,7	1915
35	27	1015	573	7,61	34,8	22,8	1715	9,71	36,9	29,1	2029
36	28	1074	616	8,05	40,1	24,2	1824	10,21	42,4	30,6	2147
37	29	1134	661	8,51	46,0	25,5	1937	11,4	49,5	31,9	2268
38	30	1196	707	8,97	52,5	26,9	2053	13,3	58,2	33,0	2392
39	31	1260	755	9,45	59,7	28,3	2172	15,4	68,0	34,1	2520
40	32	1325	804	9,94	67,6	29,8	2295	17,5	78,9	35,2	2651
41	33	1393	855	10,45	76,3	31,3	2422	19,8	91,1	36,3	2785
42	34	1461	908	10,96	85,8	32,9	2552	22,1	104,6	37,4	2923
43	35	1532	962	11,5	96,1	34,5	2686	24,6	119,7	38,5	3063
44	36	1604	1018	12,0	107,3	36,1	2823	27,1	136,0	39,6	3207
45	37	1677	1075	12,6	119,5	37,7	2962	29,8	154	40,7	3354
46	38	1753	1134	13,1	132,8	39,4	3105	32,7	174	41,8	3505
47	39	1830	1195	13,7	147,1	41,2	3253	35,6	196	42,9	3660
48	40	1909	1257	14,3	162,6	43,0	3405	38,7	220	44,0	3817
49	41	1989	1320	14,9	179,2	44,8	3558	41,9	246	45,1	3978
50	42	2071	1385	15,5	196,4	46,2	3697	45,2	274	46,2	4142
51	43	2155	1452	16,2	216	47,3	3823	48,6	305	47,3	4309
52	44	2240	1521	16,8	237	48,4	3951	52,1	338	48,4	4480
53	45	2327	1590	17,5	259	49,5	4080	55,8	374	49,5	4654
54	46	2416	1662	18,1	282	50,6	4211	59,5	412	50,6	4832
55	47	2506	1735	18,8	307	51,7	4344	63,4	453	51,7	5012
56	48	2598	1810	19,5	334	52,8	4479	67,3	497	52,8	5196
57	49	2692	1886	20,2	362	53,9	4615	71,4	545	53,9	5383
58	50	2787	1963	20,9	392	55,0	4752	75,7	596	55,0	5573
59	51	2883	2043	21,6	424	56,1	4891	80,0	650	56,1	5767
60	52	2982	2124	22,4	458	57,2	5034	84,4	707	57,2	5964
61	53	3082	2206	23,1	494	58,3	5176	89,0	769	58,3	6164
62	54	3184	2290	23,9	532	59,4	5321	93,7	833	59,4	6368
63	55	3288	2376	24,7	572	60,5	5468	98,5	903	60,5	6576
64	56	3392	2463	25,4	614	61,6	5617	101,8	972	61,6	6782
65	57	3500	2552	26,2	659	62,7	5767	105,0	1043	62,7	6948
66	58	3608	2642	27,1	706	63,8	5919	108,2	1117	63,8	7136
67	59	3719	2734	27,9	756	64,9	6072	111,6	1195	64,9	7327
68	60	3831	2827	28,7	808	66,0	6228	114,9	1278	66,0	7520
69	61	3944	2922	29,6	863	67,1	6385	118,3	1365	67,1	7716
70	62	4059	3019	30,4	920	68,2	6544	121,8	1457	68,2	7915
71	63	4176	3117	31,3	980	69,3	6705	125,3	1553	69,3	8115
72	64	4294	3217	32,2	1043	70,4	6868	128,8	1653	70,4	8317
73	65	4414	3318	33,1	1109	71,5	7032	132,4	1757	71,5	8521
74	66	4536	3421	34,0	1179	72,6	7198	136,1	1867	72,6	8729
75	67	4660	3526	35,0	1252	73,7	7366	139,8	1982	73,7	8939
76	68	4785	3632	35,9	1328	74,8	7536	143,6	2100	74,8	9151
77	69	4912	3739	36,8	1407	75,9	7708	147,4	2230	75,9	9365
78	70	5040	3848	37,8	1489	77,0	7881	151,2	2360	77,0	9581
79	71	5170	3959	38,8	1575	78,1	8055	155,1	2500	78,1	9800
80	72	5302	4071	39,8	1665	79,2	8231	159,1	2640	79,2	10020
82	74	5570	4301	41,8	1860	81,4	8591	167,1	2950	81,4	10470
84	76	5845	4536	43,8	2060	83,6	8956	175,4	3280	83,6	10930
86	78	6127	4778	45,9	2290	85,8	9328	183,8	3630	85,8	11400
88	80	6415	5027	48,1	2530	88,0	9709	192,5	4020	88,0	11870
90	82	6710	5281	50,3	2790	90,2	10095	201,3	4430	90,2	12360
92	84	7011	5542	52,6	3070	92,4	10490	210,3	4880	92,4	12850
94	86	7319	5809	54,9	3370	94,6	10890	219,6	5360	94,6	13360
96	88	7634	6082	57,3	3690	96,8	11300	229,0	5870	96,8	13870
98	90	7955	6362	59,7	4040	99,0	11710	238,7	6430	99,0	14400
100	92	8284	6648	62,1	4410	101,2	12130	248,5	7010	101,2	14930

Derfor er hosstaaende Tabel<sup>1)</sup> beregnet for 8-kantede Tværnsnit med  $a = 30 - 100$  cm, tilfredstillende samtlige Betingelser og med maksimal Bæreevne saavel under Forudsætningen  $f = 0,0075 \cdot F_b$  som under Forudsætning af mere Længdejærn.

De første 4 Spalter indeholder de af  $f$  og  $f'$  uafhængige Værdier.

5' og 6' Spalte indeholder Værdien  $f = 0,0075 \cdot F_b$  og den tilhørende Værdi af  $I$  beregnet af Formel (62) under Forudsætning af 8 Længdejærn med Diameter  $d = 0,4 \cdot \sqrt{f}$ ; i 7' Spalte findes den største brugelige Værdi af  $f'$ , der for  $a \geq 49$  cm er den normerede  $f' = 3 \cdot f$ , men for svære Søjler er begrænset til  $1,1 \cdot a_k$  af Hensyn til Udførelsen; i 8' Spalte findes den tilhørende Værdi af  $F$  beregnet af (61); denne overstiger i intet Tilfælde  $2 \cdot F_b$ .

I de sidste 4 Spalter findes de samme Størrelser som i de mellemste 4, men gældende for den absolut kraftigste Armering, naar Normernes og Praksis' Krav skal opfyldes, og man ikke vil lade  $f$  overskride  $0,03 \cdot F_b$ . Indtil  $a = 36$  cm haves  $f' = 3 \cdot f$  og  $f > 0,0075 \cdot F_b$ , nemlig saa stor, at  $F = 2 \cdot F_b$ ; for  $a = 37 - 63$  cm har  $f'$  maattet begrænses til  $1,1 \cdot a_k$  af Hensyn til Udførelsen, men til Gengæld er  $f$  forøget, saa at man stadig har  $F = 2 \cdot F_b$ ; derved er man imidlertid naaet op paa  $f = 0,03 \cdot F_b$ , som det er urimeligt dyrt at overskride, og de resterende Tværnsnit er derfor bestemte af denne Værdi og  $f' = 1,1 \cdot a_k$ , hvilket medfører  $F < 2 \cdot F_b$ . For  $a \geq 63$  cm er der regnet med 8 Længdejærn ( $d = 0,4 \cdot \sqrt{f}$ ), for større Værdier af  $a$  er der regnet med  $d = 4$  cm, hvilket svarer til flere end 8 Længdejærn.

Tabellen kan umiddelbart bruges for udendørs Søjler, idet der er regnet med 4 cm Beton udenfor Kærnen; da det sværeste Bevklingsjærn er 14 mm, bliver der 3,3 cm udenfor dette, altsaa 1,3 cm mere end nødvendigt ved fuldkommen nøjagtig Udførelse, men da det er vanskeligt at faa Bevklingen helt cylindrisk og 8-Kanten helt regulær, og da Minimalafstanden skal overholdes paa 8 Steder, er et ekstra Spillerum paakrævet. Gøres Tværnsnittet cirkulært under Bi-beholdelse af  $a$  og  $a_k$ , bliver  $F_b$  noget (5%) mindre end Tabellens angiver; Tabelværdierne i de mellemste 4 Spalter kan bruges uforandrede, kun har man ikke  $f = 0,0075 \cdot F_b$ , men  $f = 0,0079 \cdot F_b$ , Tabelværdierne i de sidste 4 Spalter kan ogsaa bruges, men man maa sikre sig, at  $F \geq 2 \cdot F_b$ , og  $f \leq 0,03 \cdot F_b$ .

For indendørs Søjler kan a formindskes med 2 cm under Bi-beholdelse af  $a_k$ . Derved formindskes  $F_b$ , og inden man bruger  $F$ -Værdierne, maa man derfor sikre sig, at de ikke overstiger  $2 \cdot F_b$ , samt at  $f \leq 0,03 \cdot F_b$ .

### Hypptigt forekommende Dimensioneringsopgaver.

191. De Opgaver, Praksis stiller, er gerne een af følgende tre.

(1) Søjle's Tværmaal er givet, Armeringen søges (§ 192).

(2) Søjlen skal være saa spinkel som muligt (§ 193).

(3) Søjlen skal være saa spinkel, som den kan blive med  $f = 0,0075 \cdot F_b$  og  $f' = 3 \cdot f$ , altsaa naar Jærnmængden ikke gøres større end nødvendigt for at faa størst Nyttetvirkning af Jærnet (§ 194).

Disse Opgaver er løst i det følgende. Ottekantede indendørs Søjler er behandlere i Eks. 1—4 og 6, ottekantede udendørs i Eks. 5 og 8, cirkulære udendørs i Eks. 7.

192. Søjle's Tværmaal er givet, Armeringen søges. Til Løsning af denne Opgave haves Ligning (45 a) i § 157:

$$F_{\text{ nødv }} = \frac{F_0}{1 - \frac{F_0}{I} \cdot l^2} \quad (79)$$

samt Ligningerne (61) og (63), der ved Elimination af  $F$  og  $I$  giver en Ligning mellem  $f$  og  $f'$ ; een af disse Værdier maa altsaa vælges. Man begynder med at sætte  $f = 0,0075 \cdot F_b$  og beregne  $f'$ . Findes  $f' > 3 \cdot f$ , henholdsvis  $1,1 \cdot a_k$ , sætter man  $f' = 3 \cdot f$ , henholdsvis  $1,1 \cdot a_k$  og beregner  $f$ . Findes  $f' > 0,03 \cdot F_b$ , sætter man  $f = 0,03 \cdot F_b$  og beregner  $f'$ . Se lærvrigt § 187, næstsidste Stykke.

Eksempel 1. En centralt belastet, indendørs, 8-kantet Søjle med  $L = 4$  m og  $a = 40$  cm, altsaa  $F_b = 1325$  cm<sup>2</sup> skal bære 50 000 kg. Hvor stærkt skal den armeres naar  $s_b^c = 40$  at?

Der regnes med 14 mm Bevklingsjærn og et 2 cm tykt Dæklag, altsaa  $a_k = 34,6$  cm,  $F_k = 940$ , og sættes  $f = 0,0075 \cdot F_b = 9,94$  cm<sup>2</sup>  $\approx$  9 Rj. 12 mm = 10,19 cm<sup>2</sup>.  $F_0 = 50 000 : 40 = 1250$  cm<sup>2</sup>;  $I$  be-regnes af (63):

$$I = 2 \cdot 940 \cdot \left( 10,19 + \frac{940}{25} \right) = 89 600 \text{ cm}^4,$$

hvorefter (79) giver:

$$F = \frac{1250}{1 - \frac{1250}{89 600} \cdot 4^2} = 1610 < 2F_b$$

$$F_k + 15 \cdot f = 940 + 153 = 1093$$

$$f' = \frac{517}{45} = 11,5 < \begin{cases} 3 \cdot f \\ 1,1 \cdot a_k \end{cases}$$

$$45 \cdot f = 517$$

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: *Bevklede Betonsøjlers Dimensionering* (Ing. 1926, S. 142).



Da  $a_k : f' = 34,6 : 11,5 = 3,0$ , viser Fig. 159, at man kan bruge 8, 9 eller 10 mm Rj. til Bevikling. Vælges 10 mm, bliver Ganghøjden  $g = 7,4 \text{ cm} > \frac{1}{2} a_k$ ; der vælges da 9 mm, hvortil svarer  $g = 6 \text{ cm}$ .

**Eksempel 2.** Hvor stærkt skal Søjlen i Eks. 1 armeres, naar  $P = 71\ 000 \text{ kg}$ ?  
Med  $f = 0,0075 \cdot F_b$  findes  $f' > 3f$ . Vi indfører da  $f' = 3 \cdot f$  i (61) samt  $F_0 = 71\ 000 : 40 = 1770$  i (79):

$$F = 940 + 150 \cdot f \quad I = 1880 \cdot f + 70\ 600 \quad F = \frac{1770}{1 - \frac{1770}{1880f + 70\ 600} \cdot 4^2}$$

og af de to Udtryk for  $F$  findes:

$$f^2 + 17 \cdot f - 302 = 0 \quad f = -8,5 + \sqrt{72,3 + 302} = 10,8 \text{ cm}^2 < 0,03 \cdot F_b$$

altsaa:  $f' = 3 \cdot f = 32,4 \text{ cm}^2 < 1,1 \cdot a_k$ .

Dermed er Opgaven løst. Til Kontrol beregnes:

$$I = 2 \cdot 940 \cdot \left(10,8 + \frac{940}{25}\right) = 90\ 900 \quad \text{nødv. } F = \frac{1770}{1 - \frac{1770}{90\ 900} \cdot 4^2} = 2570 < 2 \cdot F_b$$

virkeligt  $F = 940 + 15 \cdot 10,8 + 45 \cdot 32,4 = 2560$ .

**Eksempel 3.** Hvor meget kan Søjlen i Eks. 1 bære, naar  $f$  lades uforandret og  $f'$  gøres saa stor som tilladeligt, altsaa lig  $3 \cdot f$ ?

Da  $3 \cdot f = 30,6$ , og da denne Størrelse er mindre end  $1,1 \cdot a_k$ , bliver maks  $f' = 30,6$ ,  $45 f' = 1378$ . Med denne Værdi bliver  $F = F_k + 15f + 45f' = 940 + 153 + 1378 = 2471 < 2 \cdot F_b$ . Da  $a_k : f' = 1,13$ , kan man i Henhold til Fig. 159 bruge 14 mm Rj. med  $g = 5,4 \text{ cm} < \frac{1}{2} a_k$ .

Af (59) findes  $s_B = \frac{40}{1 + \frac{2471}{89\ 600} \cdot 4^2} = 27,9$ , og den tilladelige Last bliver:  $P = F \cdot s_B = 2471 \cdot 27,9 = 69\ 000 \text{ kg}$ .

**Eksempel 4.** Hvor stor er Søjls maksimale Bæreevne?

$$\text{Maks } F = 2 \cdot F_b = 2650 \text{ cm}^2 \\ F_k = 940$$

$$15 \cdot f + 45 \cdot f' = 1710 \text{ cm}^2$$

Vi prøver den mest økonomiske Løsning:  $f' = 3 \cdot f$ , altsaa:

$$150f = 1710, \quad f = 11,4 > 0,0075 \cdot F_b, \quad f' = 34,2 < 1,1 \cdot a_k$$

Vi vælger  $f = 8 \text{ Rj. } 14 \text{ mm} = 12,32 \text{ cm}^2$ , hvortil svarer:

$$f' = \frac{1710 - 15f}{45} = 33,9, \quad a_k : f' = 1,02, \text{ altsaa } 14 \text{ mm Rj. med } g = 4,9 \text{ cm}$$

$$I = 2 \cdot 940 \cdot \left(12,32 + \frac{940}{25}\right) = 93\ 900 \quad s_B = \frac{40}{1 + \frac{2650}{93\ 900} \cdot 4^2} = 27,5 \quad P = 2650 \cdot 27,5 = 73\ 000 \text{ kg}$$

Saafernt Beregningen havde givet  $f' > 1,1 \cdot a_k$ , vilde vi have sat  $f' = 1,1 \cdot a_k$  og foretaget  $f$  tilsvarende.

**193.** Søjler med mindste Tværmaal kan dimensioneres ved Brug af Tabellen i § 190 og efterfølgende Fig. 161<sup>1)</sup>. I denne er  $F$  afsat som Ordinat og  $F : I$  som Abscisse. Hvert Punkt i Planet svarer da til et Søjletværsnit, men kun en Del af Punkterne svarer til brugbare Tværnit, nemlig den Del, der ligger mellem de tegnede Kurver. Den øverste Kurve indeholder Tværnittene fra Tabellens sidste Spalter, d. v. s. Tværnit med Minimum af  $a$ . Den mellemste Kurve, hvis venstre Del er sammenfaldende med den første, svarer til Tværnittene i Tabellens midterste Spalter, d. v. s. Tværnit med  $f = 0,0075 \cdot F_b$  og  $f' = 3 \cdot f$  eller  $f' = 1,1 \cdot a_k$ , altsaa med den største Nyttetvirkning af Jærnet. Den nederste Kurve svarer ligeledes til  $f = 0,0075 \cdot F_b$  og angiver den absolut laveste Grænse for økonomisk Brug af Bevikling, idet Betingelsen (73) netop er opfyldt. De med Tværstreger mærkede Kurvepunkter svarer til Tværnit, hvis ydre Tværmaal  $a$  er et helt Antal cm, og ved hvert 5' eller 10' Punkt er indskrevet Værdien af  $a$  i cm.

Ved Hjælp af Fig. 161 kan en direkte Dimensionering udføres. Naar (79) omskrives til:

$$\frac{F}{F_0} - \frac{F}{I} \cdot L^2 = 1 \quad (80)$$

og man indfører  $F = Y$ ,  $F : I = X$ , faas:

$$\frac{Y}{F_0} - X \cdot L^2 = 1. \quad (80a)$$

<sup>1)</sup> Ing. 1926, S. 142.

Denne Ligning repræsenterer en ret Linie skærende Y-Aksen i  $X = F_0$  og skærende den lodrette Linie  $X = 0,1$  i  $Y = F_0 \cdot (1 + 0,1 \cdot L^2)$ . Linien er geometrisk Sted for alle de sammenhørende Værdier af  $F$  og  $F : I$ , der tilfredsstiller Formlen og kan let tegnes, da dens Yderpunkter er

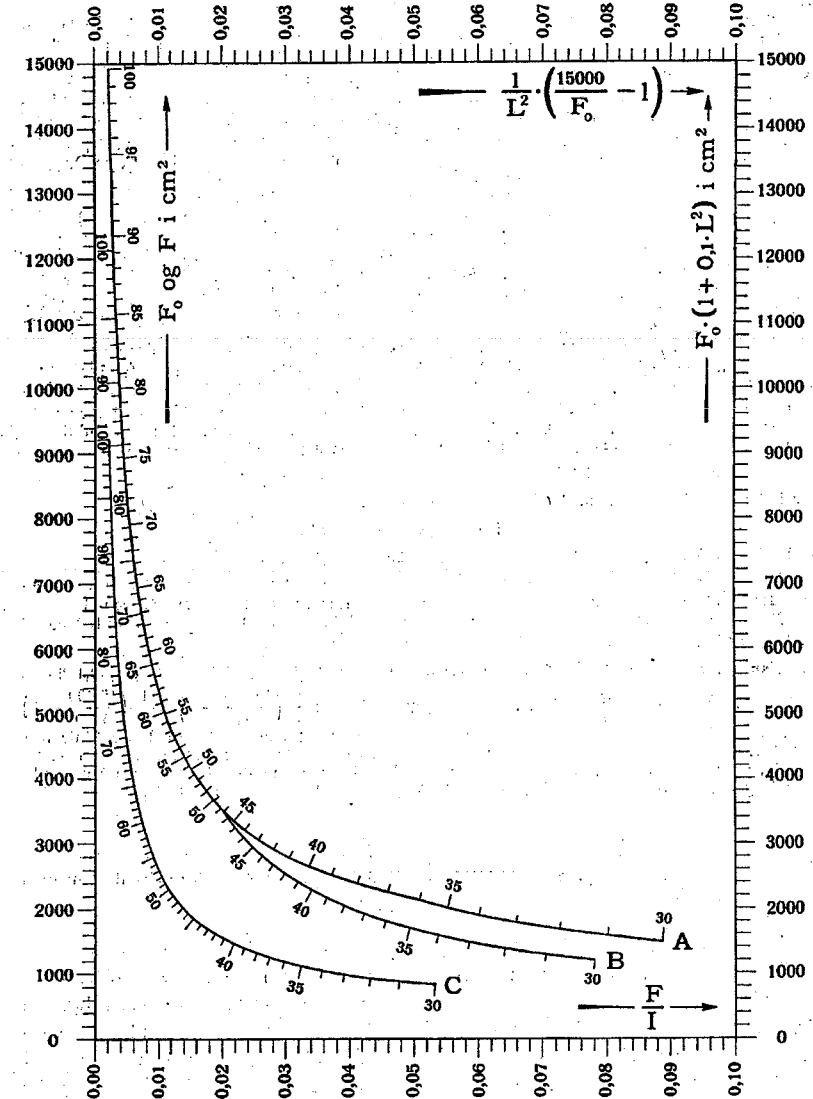


Fig. 161.

givne. Hvis Linjens højre Endepunkt falder højere oppe end Figuren naar, kan man i Stedet beregne og afsætte dens Skæringspunkt med den øverste vandrette Linie, hvis Ligning er  $Y = 15\ 000$ , der indsæt i (80a) giver:

$$X = \frac{1}{L^2} \cdot \left(\frac{15\ 000}{F_0} - 1\right).$$

**Eksempel 5.** En 8-kantet, udendørs Søjle med Højde  $L = 2,24$  m skal bære  $P = 72\,000$  kg med Minimum af ydre Tværmaal.  $s_b^2 = 36$  at.

Vi beregner  $F_0 = P : s_b^2 = 72\,000 : 36 = 2000$  cm<sup>2</sup> og  $F_0 \cdot (1 + 0,1 \cdot L^2) = 2000 \cdot (1 + 0,1 \cdot 2,24^2) = 3000$  cm<sup>2</sup>.

Disse Værdier afsættes paa Yderordinaterne i Fig. 161, og deres Forbindelseslinje er da geometrisk Sted for de teoretisk mulige Tværnit, af hvilke kun de, der falder mellem Yderkurverne, er brugbare. Skæringspunktet med den underste Kurve svarer til  $a = 48$  cm, med den mellemste til  $a = 40$  à  $41$  cm, med den øverste til  $a = 38$  cm. Da Tværnittet skal være Minimum, bruges  $a = 38$  cm, og Tabellen viser, at de tilhørende Værdier er  $a_k = 30$ ,  $f = 13,3$ ,  $f' = 33,0$ ,  $F = 2392$  og  $I = 58\,200$ . Vi vælger  $f = 9$  Rj. 14 mm = 13,85 cm<sup>2</sup>. Vi beregner  $a_k : f' = 0,91$ , og Diagrammet Fig. 159 viser, at der kun er en praktisk brugbar Bevklingsmaade, nemlig 14 mm Rj. med Ganghøjde 4,4 cm, og da denne Ganghøjde er mindre end  $\frac{1}{2}a_k$ , er Opgaven dermed løst.

**Eksempel 6.** Samme Opgave som Eks. 5, men Søjlen staar indendørs.

Det i Eks. 5 fundne Tværnit har 3,3 cm Beton udenfor Bevklingsjærnet, medens 2 cm er tilstrækkeligt for en indendørs Søjle. Vi kan imidlertid ikke formindske  $a$  tilsvarende, altsaa til 35,4 cm, og iøvrigt beholde det i Eks. 5 fundne Tværnit, da vi derved faar  $F > 2 \cdot F_b$ . Under disse Forhold kan man enten helt og holdent blive staaende ved det først fundne Tværnit, eller man kan bibeholde dettes ydre Tværmaal  $a = 38$  cm og beregne det nødvendige Jærnindlæg som vist i Eks. 1 og 2; endelig kan man gentage denne Beregning for  $a = 37$  og 36 cm og saaledes finde den mindste brugbare Værdi af  $a$ .

**Eksempel 7.** Samme Opgave som Eks. 5, men Søjletværsnittet skal være cirkulært.

Vi gaar frem som i Eks. 5 og finder, at et ottekantet Tværnit med  $a = 38$ ,  $F_b = 1196$  skal bruges. Løsningens Rigtighed er uafhængig af  $a$  og kun betinget af  $F_b$ . Hvis vi derfor bestemmer  $a$  af Ligningen:  $1196 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2$ , der giver  $a = 39$  cm, er Opgaven løst, kun er Dæklagets Tykkelse  $\frac{1}{2}(39 - 30 - 1,4) = 3,8$  cm, altsaa 0,8 cm større end nødvendigt. Man kan imidlertid ikke komme ned paa  $a = 38$ , derimod kan man spare lidt Jærn ved at sætte:

$$a_k = 30 + 2 \cdot 0,8 = 31,6 \quad F_k = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a_k^2 = 784,$$

der indført i (61) sammen med  $F = 2392$  (der er lidt for stor) giver:

$$15 \cdot f + 45 \cdot f' = 2392 - 784 = 1608.$$

Med  $f' = 3 \cdot f$  findes  $f = 10,72 > 0,0075 \cdot F_b$ ,  $f' = 32,16 < 1,1 \cdot a_k$ .

**194.** Jærnets Nyttelvirkning skal være Maksimum. Dette Tilfælde behandles ganske som det foregaaende ved Hjælp af Fig. 161, kun bruges Kurven B i Stedet for Kurven A.

**Eksempel 8.** En 8-kantet, udendørs Søjle med Højde  $L = 5$  m skal bære  $P = 180\,000$  kg med  $s_b^2 = 36$  at.

Man beregner  $F_0 = P : s_b^2 = 180\,000 : 36 = 5000$  cm<sup>2</sup> og  $F_0 \cdot (1 + 0,1 \cdot L^2) = 5000 \cdot (1 + 0,1 \cdot 25) = 17\,500$  cm<sup>2</sup>. Da denne Værdi ikke kan afsættes, beregnes i Stedet:  $\frac{1}{L^2} \left( \frac{15\,000}{F_0} - 1 \right) = \frac{1}{25} \left( \frac{15\,000}{5000} - 1 \right) = 0,08$ . De beregnede Værdier afsættes paa Ordinataksen og den øverste vandrette Linie paa Fig. 161, og deres Forbindelseslinje skærer den øverste, mellemste og underste Kurve i de til  $a = 61$ , 67 og 77 cm svarende Punkter. Vi vælger den til en økonomisk Brug af Jærnet svarende Værdi  $a = 67$  cm og finder af Tabellens Spalte 5 og 7:  $f = 27,9$  cm<sup>2</sup>,  $f' = 84,9$  cm<sup>2</sup>.

## ζ. Søjlefoden.

**195.** Søjlefoden gøres ofte kvadratisk, selv om Søjlen er ottekantet eller cirkulær, hvormed nærmere i § 676.

## §. Beviklede Støbejernssøjler.

**196.** Hvis man omgiver en rund Støbejernssøjle med en Kappe af bevirket Beton, kan man udnytte Betonens og Støbejernets Trykstyrke samtidig, og desuden kommer Støbejernets Skørhed ikke til at gøre sig gældende, og Konstruktionen er paa Forhaand brandsikker. Ved Ombygninger kan man med Fordel forstærke tilstedeværende Søjler paa denne Maade, ved Nybygninger er Konstruktionen mindre paa sin Plads bl. a. paa Grund af de Vanskeligheder, som Tilslutningen mellem Søjler og Dragere medfører.

Mens en alm. Støbejernssøjle brødes med et Brag ved en Last af 137 t, har 3 lignende Søjler, der var omstøbt med bevirket Beton, henholdsvis 315, 308 og 342 t; Betoncyllinderen var 6,3 cm tyk indenfor Bevklingen i de tre Tilfælde. Brugen af Staalrør giver ringere Brudlaster, da det

her er Flydegrænsen, der bestemmer Bruddet. En Betingelse for, at man kan addere Brudstyrkerne, er, at Bevklingsens Skruegangshøjde højst er lig den mindste Betontykkelse. Angaaende Konstruktionen, der er patenteret af den østrigske Ingeniør v. Emperger, henvises iøvrigt til B. u. E. 1912, S. 57; 1913, S. 137 og 365; 1916, S. 69; Die Giesserei 1914, Heft 5—6; Hager: Theorie des Eisenbetons S. 33.

Brudlasten kan beregnes af Formlen:

$$P = F_k \cdot S_b^c + f \cdot \sigma_F + 2,5 \cdot f' \cdot \sigma_F' + f_s \cdot S_s^c,$$

hvor  $S_b^c$  er Betonens Prismestyrke,  $f_s$  og  $S_s^c$  Støbejernets Tværnsitsareal og Prismestyrke (4500—6000 at). For en uarmeret Betonsøjle med samme Styrke haves  $P = F \cdot S_b^c$ , altsaa bliver den beviklede Søjles ideelle Tværnit:

$$F = \frac{P}{S_b^c} = F_k + f \cdot \frac{\sigma_F}{S_b^c} + 2,5 \cdot f' \cdot \frac{\sigma_F'}{S_b^c} + f_s \cdot \frac{S_s^c}{S_b^c},$$

der tilnærmelsesvis kan erstattes med:

$$F = F_k + 15 \cdot f + 45 \cdot f' + 30 \cdot f_s,$$

Desuden kræves:

$$F \geq 2F_b + 30f_s \quad \text{og} \quad 30f_s \geq F_k + 15f + 45f'.$$

For  $f$  og  $f'$  gælder samme Regler som ved almindelige, beviklede Søjler. Støbejern skal være dækket af mindst 8 cm Beton, og er Støbejernsindlægget hult, maa Betonen i Hulrummet ikke medregnes i  $F_k$  og  $F_b$ .

## 3. Armerede Prismer og Søjler under ekscentrisk Tryk.

**197.** Hvis Søjlen er ekscentrisk paavirket, opstaar der Bøjningsspændinger i den, og disses Beregning vil blive behandlet i § 638. Ekscentricitetens Størrelse er dog ofte saa ubestemt eller saa besværlig at bestemme, at simplificerede Fremgangsmaader maa indføres.

Som Regel er Søjlen sammenstøbt med Bjælkerne, saa der overføres bøjende Momenter til den, og Beregningen af disse Momenter er saa omstændelig (§ 641), at den sædvanligvis ikke gennemføres; man dimensionerer Søjlen, som om den var centralt paavirket, og reducerer til Gengæld den tilladelige Spænding. Hvis ingen af Bjælkerne stopper op ved Søjlen (Fig. 162 a), kan man regne med 0,9  $s_b^c$ , stopper een Bjælke op (b), kan man regne med 0,75  $s_b^c$ , stopper to Bjælker op (c), kan man regne med 0,6  $s_b^c$ . Denne Fremgangsmaade er dog ikke tilladelig, hvis Bjælkerne er regnet indspændte i Søjlen.

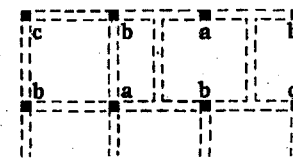


Fig. 162.

## 4. Funderingspæle.

### a. Egenskaber.

**198.** Jærnbetonpæle bruges meget til Funderinger, navnlig fordi de kan rage op over Grundvandet uden at raadne som Træpæle, men ogsaa fordi de kan belastes stærkere <sup>1)</sup>. For deres Brug til Broaag og Pølværker (§ 35) <sup>2)</sup>, spiller det en Rolle, at de ikke angribes af Pæleorm og Pælekrebs. Derimod kan Mosebund indeholde tærende Stoffer (Byggematerialer III, 1911, § 1161). I Storbyerne sænkes Grundvandet i Tidens Løb som Følge af Kloakering og

<sup>1)</sup> De er opfundne af Coiseau (se Le Ciment 1903, Nr. 6, S. 85), der har det oprindelige Patent, og blev første Gang anvendt af Coignet 1894, men deres Betydning var ringe, indtil Hennebique anvendte dem i Nantes 1897.

<sup>2)</sup> Se Ing. 1906, S. 315; 1908, S. 121; 1916, S. 469—71 og 1923, S. 558.

Anlæg af dybe Kældere og underjordiske Baner, saa her vil det ofte være rigtigst at bruge Betonpæle, selv om den øjeblikkelige Vandstand tillader Brugen af de baade i Anskaffelse og Ramning billigere Træpæle<sup>1)</sup>.

Almindelige Jærnbetonpæle rammes efter fornøden Hærdning; saadanne Pæle er de stærkeste, men de maa støbes i Tide og ofte med Overlængde, fordi man ikke ved, hvor dybt de vil gaa. Disse Ulemper kan undgaas, naar Pælene støbes paa deres Plads i Jorden (§ 213).

### b. Dimensionering.

199. Tværsnit og Længde. Fig. 163 viser en Jærnbetonpæl i dens almindeligste Form<sup>2)</sup>. I Stedet for det kvadratiske Tværsnit har man undertiden

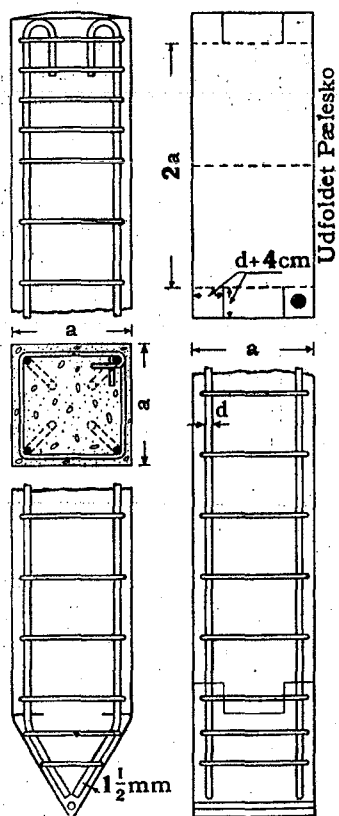


Fig. 163.

brugt et trekantet (Fig. 166) i den Formening, at en Forøgelse af Pælens Overflade i Forhold til dens Rumfang vilde forøge Pælens Fastsiddende, men der har ikke vist sig nogen Fordel ved et saadant Tværsnit, og det bruges ikke mere.

Meget lange Pæle støbes som hule Cylindre (undertiden ved Centrifugering), hvorved man med en given Vægt opnaar større Stivhed. Ved Bygningen af Lidingöbroen nær Stockholm, hvor meget lange Pæle skulde sænkes ned gennem tykke Mudderlag, støbtes de som aabne Cylindre med 93<sup>cm</sup> ydre Diameter og 8,5<sup>cm</sup> Vægtykkelse. Efter Ramningen blev de tømt for Mudder ved en kraf-

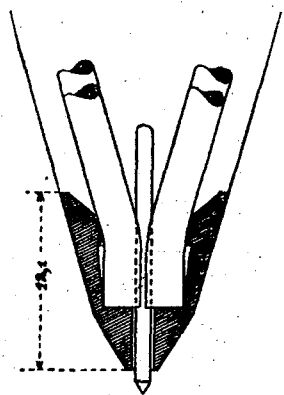


Fig. 164.

<sup>1)</sup> Vejbroen, der fører over Fæstningskanalen ved Nørre Ellegaard, nær Gentofte, blev af økonomiske Grunde funderet paa Træpæle, men der toges Hensyn til en mulig, fremtidig Sænkning af Vandspejlet, ved at Pælene kappedes 50 cm under daglig Vande, hvorefter forud støbte Forlængelsesstykker af Jærnbeton trykkedes ned over dem.

<sup>2)</sup> Saafremt Spidsen ikke naar ned i virkelig fast Bund, anbefaler Mörsch (*Der Eisenbetonbau* 1912, S. 473) at forme Pælens nederste Tredjedel som en Pyramidestub for at faa et tykkere Jordlag til at bære med, og Forsøg synes at vise, at dette er rigtigst (*B. u. E.* 1917, S. 230).

tig Skyllstrøm og fyldt med Beton, der sænkedes med en projektilformet Spand, der borede sig ned i den friske Beton og havde en bevægelig Bund, der aabnede sig ved Ophejsningen, saaledes at Spanden tømt sig, uden at Betonen berørte Vandet<sup>3)</sup>. Til den nye Limfjordsbro bruges lignende Pæle, men lukkede i begge Ender.

For Pælelængden er der ingen øvre Grænse, naar blot man har en tilstrækkelig stor Rambuk<sup>4)</sup>. I visse Tilfælde har man afbrudt Ramningen, blottet Pæleenderne og paastøbt en Forlængelse, og saa efter fornøden Hærdning rammet videre.

200. Armeringen udføres som ved Søjlere, altsaa med mindst  $\frac{3}{4}\%$  Jærn, men Tværarmingen lægges tættere. Er Længdejærnens Diameter  $d$ , maa Afstanden mellem Tværarmingsjærnene i Kroppen hverken overstige  $10d$  eller  $20\text{ cm}$  eller Pælens mindste Tværmaal og i Hoved og Fod hverken  $5d$  eller  $10\text{ cm}$ . Hvor Jærnene runder ved Overgangen til Pælespidsen bør være en Bøjle til Hindring af Udbøjning; i Fig. 163 sidder den nærmeste Bøjle for lavt. Til Bøjler bruges bedst 5—7<sup>mm</sup> Rj., og de skal passe meget stramt; spinklere Bøjler end 5<sup>mm</sup> maa kun bruges, hvis Afstanden forimindskes i samme Forhold som Jærnarealet. Der bør være mindst 2<sup>cm</sup> Mørtel udenfor Bøjlerne.

Hvis Tværarmingen bestaar af (stramt sammensnoede) Traadbindinger omsluttede Længdejærnene to og to (Fig. 165), skal der bruges mindst 3<sup>mm</sup> Jærntraad. I hver af Kroppens Bindinger skal der være mindst to Traadtværsnit. I Hoved og Fod skal hver Binding indeholde 3 eller 4 Traadtværsnit, eftersom Pælens mindste Sidelinie er  $\geq 25\text{ cm}$  eller  $> 25\text{ cm}$ , og i sidste Tilfælde skal der i Hovedet desuden anbringes tilsvarende Diagonalbindinger. Saadanne Bindinger er dog ikke at anbefale, da de hæmmer Støbningen og kan rette sig ud under Ramningen.

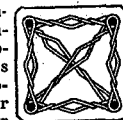


Fig. 165.

201. Pælehovedet maa helst affases som vist i Fig. 163, da man derved modarbejder Faren for, at Ramklodsen skal ramme Pælen ekscentrisk og slaa Flager af Siderne. Om Pælespidsen behøver en Beskyttelse afhænger af Bundens Beskaffenhed, navnlig af om den er stenet. Den i Fig. 166 viste Pæl er saaledes uden Beskyttelse, idet Jærnderne blot er svejst sammen til en udragende Spids<sup>5)</sup>, men i Almindelighed bruges en Pælesko. Denne kan være smedet, eller den kan være støbt af Staal som den i Fig. 164 viste, hvor en Dorn presser Jærnene fast mod Skoen<sup>4)</sup>. Hyppigst fremstilles Skoen dog af Pladejærn (Fig. 163), og man bøjer da nogle Flige af Pladen ind i Betonen, for at Skoen ikke skal smutte af. En saadan Sko styrer ikke Pælen saa godt som en rigtig Spids<sup>6)</sup>, men den er billig. Spidsen formes gerne som en ligesidet Trekant; en slankere Spids letter Ramningen, men beskadiges nemmere; i blød Bund kan Spidslængden forøges til 1,5 $a$ .

202. Dimensionering. Af Hensyn til Transport og Ramning bør Tværsnittets Sidelinie staa i et passende Forhold til Pælens Længde og som Regel mindst være:

$$a = \frac{1}{10} \cdot l + 10\text{ cm}.$$

<sup>3)</sup> *Ing.* 1928, S. 613.

<sup>4)</sup> I Manillas Havn har man rammet 34 m lange Pæle, 61 cm i Sidelinie og vejende 32 t (*Eng. News. Rec.* 1925, Bd. 94, Hefte 18).

<sup>5)</sup> Denne Pæleform brugtes af Möbus til en Bygning i Berlin (*B. u. E.* 1903, S. 246).

<sup>6)</sup> Konstruktionen er brugt af Züblin ved Funderingen af Hamburgs Hovedbanegaard (*B. u. E.* 1903, S. 246).

<sup>7)</sup> Naar Pælene rammes paa et skraaende Terræn, har Spidsen Tilbøjelighed til at vige ud i Retning af Skraaningens Fod, idet Modstanden i denne Retning er mindst. En skæv Sko kunde muligvis bøde herpaa.

Iøvrigt dimensioneres Pælene som Søjler, idet man dog af Hensyn til den Svækkelse af Betonen, som Ramningen maa antages at medføre, multiplicerer de ellers tilladte Beton- og Adhæsionsspændinger med  $\frac{5}{6}$ . Da der kun kræves et ringe Sidetryk for at hindre en Søjles Udbøjning, kan Søjlelængden regnes lig Nul, hvis Pælen paa hele Længden er omgivet af Jord eller Fyld, selv om denne er ret blød<sup>1)</sup>. Er Pælen derimod paa en Del af Længden omgivet af Luft eller Vand, skal denne Længde indføres som Søjlelængde. Ved koniske Pæle regnes med Tværsnittet midt i Søjlelængden.

### c. Støbning.

203. Pælene støbes vandret i en firkantet Kasse, hvis Længde svarer til de længste Pæles; kortere Pæle kan da støbes i samme Kasse, idet Længden afgrænses med en flyttelig Endevæg. Jærnskelettet nedlægges samlet i Kassen, hvorefter Pæleskoen og den korte Jærnstump, der skal styrke Eggen, hvis den støder paa en Sten, anbringes. Pæle til Bolværker og lign. støbes med Frontsiden nedad, da denne saa bliver mest modstandsdygtig. For at spare Forde og Støbeplads støbes Pælene undertiden lagvis; man lægger da Papir hen over den størknede Pæl, hæver Sideformene op og støber en ny Pæl ovenpaa den gamle.

Blandingsforholdet maa afpasses efter, om Ramningen skal ske kortere eller længere Tid efter Støbningen. Som Regel faar Pælene Lov at hærde i 6 Uger, og Blandingsforholdet 1:2:3 vil da ofte være passende, men ved Brug af stærkere Beton kan Tiden forkortes til det halve. Undertiden støbes Pælenes Ender af en særlig stærk Beton. Bruges Alcement eller Velocement kan Pælene rammes 4 Døgn efter Støbningen. Til Pæle i Havvand bør bruges en særlig tæt Beton, f. Eks. 1:1 $\frac{1}{2}$ :2.

Støbe- og Lagerpladsen bør af Hensyn til de tunge Pæles Transport ligge nær Forbrugsstedet, og den maa være forholdsvis stor, eftersom det ikke kan betale sig at stable højt, da Pælene i underste Lag hyppigst skal bruges først.

### d. Ramning.

204. I Sandbund bliver Pælene ofte skyllet ned, hvortil deres store Egenvægt gør dem særlig egnede. Slige Pæle fremstilles hyppigst med en Kanal i Midten<sup>2)</sup>, men man kan ogsaa føre et Jærnrør ned langs Pælen Side og pumpe Vandet ned igennem det. I leret Bund, eller hvor Vand mangler, sænkes Pælene ved Ramning.

Ved Pælenes Transport til Rambukken maa man paase, at de ikke revner; de bør løftes i Femtedelspunkterne, kun meget korte Pæle taaler at løftes i Midten eller ved Enderne.

Ogsaa Ramningen maa ske varsomt, thi hvis Pælehovedet knuses, vil en fortsat Ramning bevirke en fortsat Knusning, uden at Pælen synker yderligere. Naar Pælene rejses op, vil de, hvis Bunden er blød, synke et Stykke

<sup>1)</sup> Se Carl Forssell: Beräkning av pålar (Betong 1918, Hefte 3) og Hjalmar Granholm: On the elastic stability of piles surrounded by a supporting medium, Stockholm 1929.

<sup>2)</sup> Kanalen udmunder foroven et Stykke nede paa Pælen Sideflade, hvor den sættes i Forbindelse med Trykledningen (5—10 at). Efter Skyllingens Ophør er der tomt under Spidsen, og Pælen maa derfor sluttelig have nogle Ramslag, og af Synkningen under disse kan Pælenes Bæreevne beregnes (se B. u. E. 1911, S. 317, og Leske: Der Betonpahl S. 65). Ved Sænkning af større Pæle har man undertiden brugt en Returlledning, gennem hvilken Vand og Sand presses op (T. F. T. 1920, S. 27).

ned i Jorden paa Grund af deres store Vægt, og naar Ramklodsen derefter sættes ovenpaa, vil de yderligere synke. Man paabegynder saa Ramningen med ganske lette Slag og forøger ikke Faldhøjden, førend det bliver nødvendigt. Større Faldhøjde end 1 m plejer man ikke at bruge; først til Slut, naar Synkningen er kommet ned paa den foreskrevne Værdi, saaledes at en Knusning af Pælehovedet ingen Skade gør, giver man Pælen et Par meget kraftige Slag. Se ogsaa § 207.

Prisen for Ramningen sammensættes af Prisen for Rambukkens Transport til Arbejdsstedet, dens Flytning her og selve Rammearbejdet. Prisen afhænger derfor ikke blot af Pælenes samlede Antal; er de fordelt i smaa, spredte Grupper, saa Rambukken skal flyttes ofte og langt, forøges Prisen. Se Byggematerialer II, 1922, § 404.

205. Beskyttelse af Pælehovedet er som Regel nødvendig, for at Betonen ikke skal knuses under Slagene. De meget vidtgaaende Forsigtighedsregler, man har iagttaget i tidligere Tid, har dog vist sig overflødige. Ofte støjtes man med at lægge  $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{1}$  Dusin sammenlagte Sække ovenpaa Pælen, saa der bliver ialt 80—100 Lag<sup>1)</sup>. Jo mere Slaget afbødes, des bedre beskyttes Pælen, men samtidig forringes Slagets Nyttetvirkning, hvilket der burde tages Hensyn til ved Bedømmelsen af Pælenes Bæreevne.

Man har tidligere omgivet Pæleenden med et Hylster af Jærnplade (Fig. 166), der ragede lidt op over den, og som enten spændtes fast om Pælen eller efterlod et Mellemrum paa 3 cm,

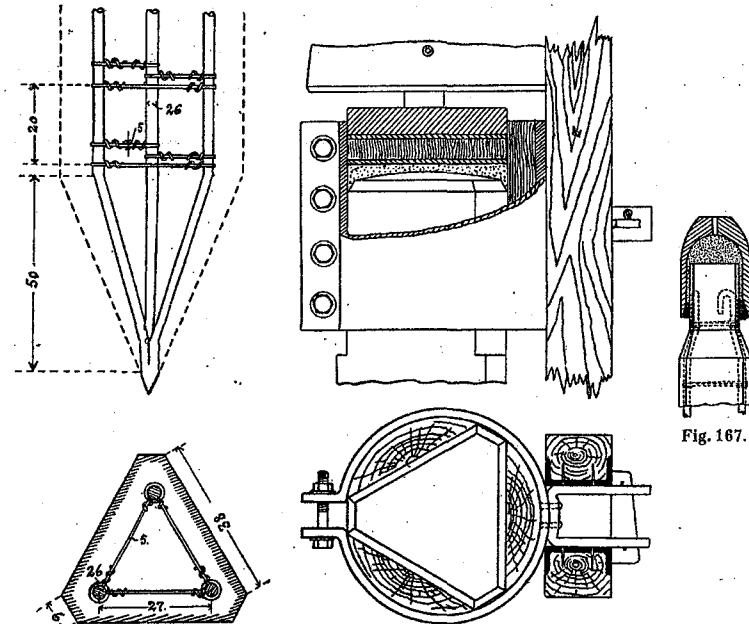


Fig. 166.

Fig. 167.

der fyldtes med fugtigt Sand. Hensigten var i bægge Tilfælde at hindre Betonen i at vige ud til Siden. Oven paa Pæleenden lagdes Savsmuld dækket af et Stykke haardt Træ, der modtog Sla-

<sup>1)</sup> Pælenes Jærn bør have Kroge, ellers kan de ved Ramningens Slutning trænge gennem Sækkene og blive vejnede, saa Sækkene ikke kan fjernes. Disser Virkning aftager, efterhaanden som de komprimeres, og der maa da indlægges nye Sække mellem de gamle.

gene. Man er endog gaaet saa vidt med at afbøde Slagene, at man først lagde en Blyskive, saa en tynd Jærnplade, derpaa en Træskive, atter en tynd Jærnplade og endelig en svær Jærnplade. Man bruger ogsaa rigtige Hætter af Staalstøbegods (Fig. 167), der gennem et lille Hul i Toppen fyldes med Sand eller Savsmuld og tættes forinden med Ler. Slagene falder da direkte paa Hætten. Endnu simpleere er det at fylde denne med gamle Sække. Hvis man omhyggeligt bevæbter Jærnene i Pæleenden, er der især intet i Vejen for at ramme direkte paa denne uden nogen anden Beskyttelse. De øverste 8—15 cm af Pælen vil da blive knust og virke som en Stødpude for Resten (B. u. E. 1906, S. 297).

### e. Bæreevne.

**206. Belastningsprøver.** Pælens Bæreevne afhænger enten af deres Styrke (§ 202) eller af Grundens Bæreevne. Denne bedømmes bedst ved at prøvebelaste nedrammede Pæle og maale sammenhørende Værdier af Last og Synkning, hvorved det viser sig, at der er en vis Last  $P_{maks}$ , ved hvilken Pælen vedbliver at synke uden at komme i Ro. Man kan da sætte  $P_{fill} = \frac{1}{2} \cdot P_{maks}$ , saafremt den tilsvarende Værdi af Synkningen ikke er større, end Bygværket kan taale. Prøvebelastningen bør ikke foretages umiddelbart efter Ramningen, thi under denne er Friktionen mellem Pæl og Jord mindre end senere hen, naar Jorden har faaet Ro til at lejre sig tæt om Pælen. Det viser sig undertiden meget tydeligt, naar man afbryder Ramningen af en Pæl om Aftenen og fortsætter næste Morgen. Det kan da hænde, at Pælen næsten ikke synker, og først efter nogen Tids Ramning antager Synkningen samme Værdier som Aftenen forud. Hurtigt paa hinanden følgende Slag er derfor ogsaa virksomere end langsomme. Sandbund kommer hurtigere i Ro end Lerbund, og Pæle i Sandbund kan derfor prøves efter et Par Døgns Henstand, Pæle i Lerbund først efter 1—2 Ugers Henstand.

**207. Rammeformler.** Ved mindre Arbejder bedømmes Grundens Bæreevne efter Pælens Synkning under Ramningen. Der findes talrige Formler til denne Brug, og i Danmark bruges *Eytelweins*:

$$P = \frac{1}{\alpha} \cdot \left( \frac{G_R^2}{G_R + G_P} \cdot \frac{h}{y} + G_R + G_P \right), \text{ hvori} \begin{cases} P = \text{Pælens tilladelige Last i kg} \\ G_R = \text{Ramklodsens Vægt i kg} \\ G_P = \text{Pælens Vægt i kg} \\ h = \text{Faldhøjden i cm} \\ y = \text{Synkningen i cm for det sidste Slag} \\ \alpha = \text{en Sikkerhedskoefficient.} \end{cases} \quad (81)$$

Skal Pælen bære  $P^{kg}$ , maa Ramningen altsaa fortsættes, indtil Synkningen som Middeltal for de sidste 10 Slag er bragt ned til Værdien:

$$y = \frac{G_R^2}{G_R + G_P} \cdot \frac{h}{\alpha \cdot P - G_R - G_P}$$

Saafremt  $G_R \geq G_P$ , og det bør altid være Tilfældet, sættes:

$\alpha = 4$ , naar Klodsen falder helt frit,  
 $\alpha \geq 5$ , » » trækker Spillet med sig eller paa anden Maade bremses.

For Skraapæle regnes med den lodrette Faldhøjde og den skraa Synkning. Naar Faldklodsen rammer Pælen, møder den en Modstand, der stammer fra: (1) Pælens Inerti, (2) Friktionen langs Pælesiderne, (3) Modstanden under Pælespidsen. Jo større Faldhøjden og dermed Træfhastigheden er, des mere dominerer (1). Ved meget stor Træfhastighed kan Pælehovedet knuses, inden at (2) og (3) er begyndt at virke, saa man slet ingen nyttig Virkning faar af Slaget. Er Træfhastigheden Nul (statisk Tryk), kommer hele Modstanden fra

(2) og (3), og Pælens Spænding bliver den mindst mulige. Der er næppe Tvivl om, at Ramklodsens Vægt har større Indflydelse paa Pælens Bæreevne end Formlen lader formode, og man bør derfor søge at faa den tungest mulige Ramklods (helst  $G_R \geq 2G_P$ ), saa at den nødvendige Energi kan frembringes uden Brug af store Faldhøjder.  $G_R$  ligger gerne mellem 800 og 4000  $kg$  og med  $h$  gaar man ikke gerne over 100 cm.

Ses der bort fra (1), og er  $P$  den Kraft, der opstaar i Pælen ved Ramningen, altsaa Summen af (2) og (3), haves tilnærmelsesvis  $G_R \cdot h = P \cdot y$  eller  $P = G_R \cdot h : y$ . Faren for Knusning er altsaa størst ved Ramningens Slutning, da  $y$  saa er lille.

Indføres Pælens Brudlast:  $P = F \cdot S_b^c$ , og udtrykkes  $F$  ved Pælevægten:  $F \cdot 1 \cdot 2400 : 100^3 = G_P$ , bliver den kritiske Værdi af  $y$ :

$$y = 0,0024 \cdot \frac{l \cdot h}{S_b^c} \cdot \frac{G_R}{G_P}$$

Er f. Eks.  $l = 500$  cm,  $h = 100$  cm,  $S_b^c = 300$  at,  $G_R = 2 \cdot G_P$  findes  $y = 0,8$  cm.

I Tyskland bruges hyppigst Brix' Formel:  $P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{h}{y} \cdot \left( \frac{G_R}{G_R + G_P} \right)^3 \cdot G_P$ ,

i hvilken  $\alpha$  kun sættes lig 2, da det ved alle Prøvebelastninger har vist sig, at Pælene bærer 2—3 Gange saa meget, som Formlen angiver. Formel (81) er dog sikkert at foretrække, da den tillægger  $G_R$  en større Indflydelse.

**208. Kritik af Rammeformlerne.** Formel (81) kan ikke bruges, naar Slagets Energi er lille i Forhold til Pælens Vægt; sættes f. Eks.  $G_R = 1$   $kg$ , vil  $y$  selvfølgelig blive Nul, og altsaa  $P = \infty$ ; bruges en meget lille Faldhøjde, kommer man til samme Resultat<sup>1)</sup>.

En anden Mangel ved Formlerne er, at Jordbundens Art ikke indgaar i dem, skønt denne har stor Indflydelse paa Slagets Nyttedyrkning, altsaa paa den blivende Nedsynkning  $y$ . Lerbund er sammenhængende og klæbrig og søger at følge med Pælen, hvorved Bunden kommer i Svingninger, der optager en Del af Slagets Energi. Sandbund er derimod hverken sammenhængende eller klæbrig, og hele Pælens Bevægelse bliver derfor uelastisk. Under disse Forhold medfører et givet Rammearbejde mindre  $y$  i Lerbund end i Sandbund. Slagen kan dog stille sig anderledes ved Ramning i vaad Lerbund, idet Vandet presses ud af Leret og søger op langs Pælen og formindsker Friktionen;  $y$  bliver derved stor, men ikke destomindre kan en saadan Pæl efter en Hviletid sidde meget fast. Da Ler saaledes kan forholde sig ret forskelligt, regnes der undertiden med en større Sikkerhedskoefficient for dette end for Sand, men i Almindelighed bruges samme Værdi for bægge. Man bør dog ikke blindt stole paa Formlen, men saa vidt muligt fortsætte med Ramningen, til Pælen er kommen 1,5—2 m ned i fast Bund. Denne Dybde vil man ogsaa kunne regne med ved Projektering, saafremt en Prøveramning ikke er foretaget. Er der Jordlag med nogen Bæreevne over den faste Bund, kan man regne med noget ringere Rammedybde.

<sup>1)</sup> Denne Urimelighed er undgaet i følgende Formler, som anvendes i Amerika:

$$\text{Ved alm. Faldklods: } P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{0,9 \cdot G_R \cdot h}{y + 2,5} \quad \text{Ved Damphammer: } P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{0,9 \cdot G_R \cdot h}{y + 0,25}$$

Ligeledes i *Kreügers*, der gælder for alm. Faldklods:

$$P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{G_R \cdot h}{y + 1} \cdot \frac{G_R + 0,25 G_P}{G_R + G_P}$$

Angaaende Rammedybden for Spunspæle henvises til Dansk Ingeniørforenings Foreløbige Regler for Beregning og Udførelse af Jærnbetonkonstruktioner i Vandbygning. Baade Spunspæle (B. u. E. 1911, S. 317) og Spunsplanker (B. u. E. 1912, S. 34) kan forsynes med Fjer og Not, navnlig naar de skylles ned. Se Ing. 1923, S. 394 og 424.

**209. Trækpæle.** Ved høje Bygværker, f. Eks. Vandtaarne, kan man undertiden have Brug for at regne Pælens Modstandsevne mod Oprækning til Gunst for Stabiliteten. Slige Pæle byder man et Træk, der er  $\frac{1}{4}$ — $\frac{3}{4}$  af det Tryk, man vilde byde den samme Pæl, naturligvis forudsat at Pælen er armeret derefter.

#### f. Huses Fundering paa Pæle.

**210. Pælens Plads.** Naar et Hus skal funderes paa Pæle, begynder man med at beregne Vægten af de enkelte Mure og Piller, indbefattet deres Last, og indtegner derefter Pælene paa Funderingsplanen, saaledes at de saa vidt muligt alle faar lige meget at bære.

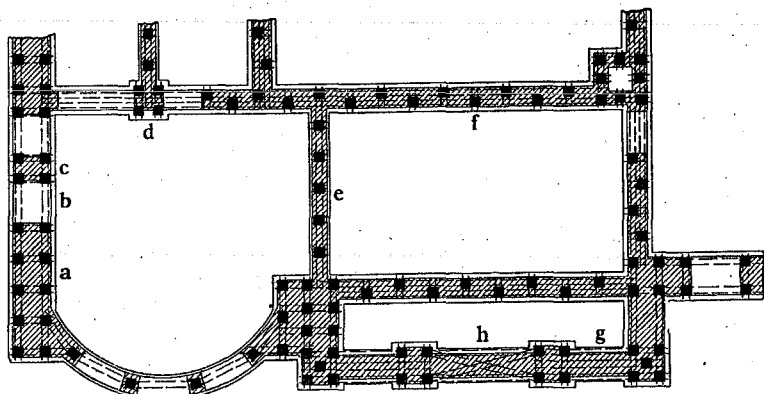


Fig. 168. Funderingsplan for Indgangspartiet af Studenterforeningen i København.

Under en Mur uden Gennemrydninger og med nogenlunde jævnt fordelt Last fordeles ogsaa Pælene jævnt enten i een Række, naar Muren er tynd (Fig. 168 e) eller i flere Rækker, naar den er tyk (a); under middeltykkede Mure kan de rammes i Zigzag (f). Er der Aabninger i Muren, saa Trykkes fordelere sig uensartet over Grunden, maa Pælene stilles derefter, og navnlig bør man ikke stille Pæle paa Steder, hvor Kældermuren har Dør- eller Vinduesaabninger (b). Hvis Pælene rammes i Zigzag eller i flere Rækker, er det naturligt at lade deres Yderflader flugte med Murens, idet man derved opnaar en god Stabilitet uden at gøre Fundamentet bredere end vanligt. Er Pladsen under Muren knæben, kan man godt rykke Pælene noget ud (c), men maa da eventuelt samtidig gøre Fundamentet bredere (d). Til Bæring af en Jærnbetonsøjle kan man nøjes med en enkelt Pæl, men det er ikke at anbefale, da den ikke kan rammes nøjagtig centralt; 3 eller flere Pæle grupperede om Søjle's Akse er bedre.

Den fri Afstand mellem Pælene maa ikke gerne være mindre end  $1\frac{1}{2}$  Gange Pælens Sidelinie, dels fordi Ramningen

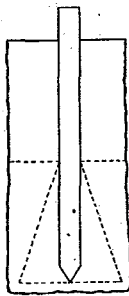


Fig. 169.

vanskeliggøres, som Følge af at Jorden mellem Pælene bliver saa stærkt komprimeret<sup>1)</sup>, dels fordi en Gruppe tætstillede Pæle kunde tænkes at virke som en samlet Pille og overbelaste Jorden. Om Pælene er stillede for tæt, kan man danne sig et Skøn over ved at antage, at Trykkes forplanter sig ned gennem de bæredygtige Lag under en Hældning af 1:3 (Fig. 169); i det vandrette Plan gennem Pælenspidserne maa Trykkes paa Grunden da ikke overstige den tilladelige Værdi.

**211. Fundamentsbjælken.** Efter Ramningen skal Pæleenderne sammenstøbes med et Betonfundament, og man fjerner derfor Betonen i de opragende Ender. Dette sker ret let, naar man først slaar Hjørnerne af, overklipper Tværarmeringen og bøjer Længdejærnene ud til Siden; al den resterende Beton kan da fjernes med eet Slag. Er de blottede Jærn for lange, bøjes de vandret hen over Pælen, enten forneden som vist tilvenstre paa Fig. 170, hvorved de hindrer en Flækning af Pælen og hjælper til at optage Forskydning, eller, hvis der er anden Armering i Fundamentets Underside, foroven, som vist tilhøjre paa Fig. 170. Betonen i Fundamentet maa være stærk nok til at taale Pælens Tryk og tæt nok til at beskytte Jærnet mod Rust.

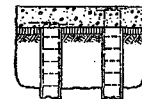


Fig. 170.

**Bjælkens Højde** bør af Hensyn til Faren for en Gennemlokning ikke være mindre end Pælens Sidelinie, og er der langt mellem Pælene, bør den bestemmes af det bøjende Moment. Bjælkens Bredder bør være saa stor, at Bjælken rager en halv Pælebredde ud fra Pælesiderne.

**Armering** er næppe altid paakrævet, idet Bjælken kan bære som Bue. Man indlægger dog oftest noget Jærn, navnlig naar der er langt mellem Pælene, men nøjes gerne med at armere Undersiden og regner da med simpel Understøtning. Jærnet lægges over Pælene som vist punkteret paa Fig. 168, og over hver Pæl paabindes 2 Tværjærn (7<sup>mm</sup> Rj.), der dels holder Længdejærnene i Stilling og dels modvirker en Gennemlokning. Som Spændvidde kan indføres Lysvidden mellem Pælene, og selv om Pælene staar i Zigzag, kan man godt regne, som om de stod i een Linie (Fig. 168 f). Jærnene bør saavidt muligt hvile paa Pælene; ved g har man sat sig ud over denne Regel for at faa Jærn midt i Fundamentsbjælken; ved h er bægge Dele opnaaede ved at krydse Jærnene. Naar der ingen Pæle er sat under g og h, er det fordi det massive Murværk her er ganske lavt og afløses af Muraabninger lidt højere oppe. Hvis man i Modstrid med Fig. 168 rammer Pælene med konstant Afstand, saa der ogsaa kommer Pæle under Kældermurens Aabninger, maa Bjælken dimensioneres for disse Pælens opadvirkende Tryk og armeres i Oversiden.

Skal Fundamentet armeres, bør Jorden omkring Pælene dækkes med et 5—10<sup>cm</sup> tykt Lag Grovbeton 1:4:7 eller magrere (Fig. 170), saa man har en ren Flade til lægge Jærnene paa, men denne svage Beton maa naturligvis ikke føres hen over Pælene og udlægges derfor bedst inden disses Afkortning.

**212. Skraapæle.** Ved store Haller uden Tværmure maa Pælene under Ydermurene kunne optage det vandrette Vindtryk. Er dette lille, vil Jorden,

<sup>1)</sup> Den foreskrevne Synkning pr. Slag naaes ved en mindre Rammedybde end normalt, men om det er forsvarligt at standse Ramningen i denne Dybde er tvivlsomt, da Virkningen af Jordens Komprimering kunde tænkes at aftage i Tidens Løb.

der ligger an mod Pæle og Fundamentsbjælke, muligvis kunne optage det; er det stort, maa der rammes Skraapæle. Disses Hældning bør ikke overstige 1:2 eller ved lange Pæle 1:3, med mindre man sikrer Rambukken mod at vælte bagover ved Ramningens Begyndelse. Undertiden kan Hældningen vælges saaledes, at Trykkraften bliver ens i en Skraapæl og i en Lodpæl, hvorved alle Pælene faar samme Tværsnit<sup>1)</sup>.

### g. Pæle støbte i Jorden.

213. Som nævnt i § 198 kan der vindes Tid og andre Fordele ved at fundere paa Betonpæle, der støbes paa deres Plads i Jorden. Disse Pæle er oftest uarmerede, men en Armering er i de fleste Tilfælde mulig<sup>2)</sup>. De kan fremstilles med eller uden Brug af Rambuk; i sidste Tilfælde kan de anvendes umiddelbart ved ældre Bygværker uden at skade disse. De kan støbes direkte mod Jordhullets Vægge eller indenfor en i Jorden anbragt Jærnform, der undertiden genvindes, undertiden ikke.

#### a. Pælehullet fremstilles ved Ramning.

214. Jorden danner Form. Undertiden komprimeres Byggegrunden ved Nedramning af smaa Træpæle, der atter trækkes op, hvorefter Hullerne fyldes med Beton. En nyere Fremgangsmaade er den saakaldte *Compressio-Fundering*, hvor Hullet frembringes ved gentagne Fald af en slank, kegleformet Jærnkloids (*Perforator*). Det saaledes dannede cylindriske Hul fyldes med Beton, der komprimeres med en anden Ramklods. Er der Vandaarer i Bunden, kræver Metoden særlige Forholdsregler (*B. u. E. 1911, S. 316*).

215. Formen nedrammes og bliver i Jorden. Dybe Huller kan ikke fremstilles som nys beskrevet, men man kan nedramme en Pæl bestaaende af en Kærne med Jærnhylster, trække Kærnen op og udstøbe Hylsteret med Beton. Man faar derved Jorden komprimeret, og man undgaar at faa Jord i Betonen, men til Gengæld ingen direkte Forbindelse mellem Jord og Beton. Metoden er formentlig først brugt af Amerikaneren *Raymond*, der anvender et konisk Blikhylster og Staalkerne. Ved det tyske System *Mast* er Blikhylsteret cylindrisk og foruden nitted til en Sko, medens Kærnen er en Træpæl, som under Ramningen trykker paa Skoen og derved trækker Hylsteret ned. Træpælens Opdrækning volder en Del Vanskelighed, undertiden følger Hylsteret med, og undertiden deformeres det tomme Hylster af Jordtrykket (*Ing. 1911, S. 10; 1913, S. 464*). Til de amerikanske *Hercules-Pæle* bruges et tykvægget Jærnrør, der nedrammes uden Sko og Kærne, og hvis Indhold af Jord blæses ud med komprimeret Luft.

216. Formen nedrammes og trækkes atter op. Pæle med Fodvulst fremstiller *Wilhelm* ved at ramme en Træpæl omgivet af et 1 cm tykt Jærnrør, trække Træpælen op, anbringe en Patron paa Hullets Bund, fylde Beton i Røret, trække dette lidt op og antænde Patronen; ved Eksplosionen presses Jorden til Side og giver Plads for Betonen, saa Pælen faar en bred Fod at staa paa (*Ing. 1914, S. 512*). Det samme kan opnaaes uden eksplosive Midler ved, naar Jærnrøret er trukket ca. 1 m op, at efterfylde det med Beton, lukke det foroven med en Prop og ramme eller presse det tilbage til den oprindelige Dybde, hvorved Betonen i Hullets Bund presses ud til Siden; ved at gentage Operationen kan man gøre Foden bredere. Paa lignende Maade fremstilles de amerikanske *Pedestal-* eller *Abbottpæle*, men Kærnen er af Støbejern, og naar den er fjernet og Betonen er fyldt i Staalrøret, og dette er trukket 1 m op, sænkes den atter ned og bruges som Stamper paa Betonoverfladen, medens Røret forbliver i den optrukne Stilling; naar Vulsten er dannet, fyldes Røret helt med Beton og trækkes op, og imens hviler Kærnen og Ramklodsens (i alt 6 t) paa Betonen, som derved presses ud i det ringformede Rum, som Staalrøret efterlader, men ikke danner Vulster. Ved de amerikanske *Simplexpæle* bliver det 40—60 cm vide og 2 cm tykke Staalrør rammet ned, idet det ender i en løs Støbejern Sko eller, ved blød Bund, i en saakaldt *Alligator-spids*, et Par lukkede Køber, der, naar Røret trækkes op, aabner sig og lader Betonen passere. Under Opdrækkningen stemples der paa Betonen, der viger sideværts ud og sammenpresser Jordlagene, og da disses Modstand varierer, dannes der sig Vulster paa Pælen, hvorved Bæreevnen forøges. I blød Bund kan Forholdet mellem Pælens Middeldiameter og Staalrørets blive som 60 til 40, men i Almindelighed er Forholdet kun som 45 til 40, idet Jorden forud er komprimeret ved Ramningen. Undertiden kan de nystøbte Pæle ilde ved Nabopælernes Ramning (*Ing. 1910, S. 247; T. F. T. A. f. J. 1910, S. 35*).

<sup>1)</sup> Angaaende Kræfternes Fordeling over Skraa- og Lodpæle henvises til *Chr. Nøkkentved: Beregning af Pæleværker*, Kbhvn. 1924.

<sup>2)</sup> En Omtale af de forskellige Systemer og en Literaturliste findes i *Leske: Der Betonpfaal*, 1916.

**Franki-Pælene**, som er meget anvendt, adskiller sig fra alle de andre ved, at Ramningen foregaar uden Brug af Kærne eller Spids. Det foruden aabne Jærnrør stilles paa Jorden og fyldes med tør Beton 1 m højt. Ved Ramning paa Betonen presses denne saa stærkt udfæret, at Friktionen trækker Røret med i Dybden. Naar Dybden er naaet, trækkes Røret lidt tilbage, noget Vand fyldes i, for at Betonproppen skal blive plastisk, og under fortsat Betontilførsel og Ramning trækkes Røret op. I vaad Sandbund kan Proppen spares; der rammes direkte paa Sandet, der derved fortrænges, og Røret synker efter ved sin egen Vægt; ved Ramning i tør Sandbund hældes Vand i Røret, mens Fremgangsmaaden ellers er den samme. Skraapæle kan fremstilles efter samme System, men maa altid armeres.

#### β. Pælehullet fremstilles ved Boring.

217. Denne Fremgangsmaade er først brugt af den russiske Ingeniør *Strausz*, der sænker et 25 cm vidt Jærnrør ned i Grunden ved at belaste det og dreje det frem og tilbage, samtidig med at Jorden børes bort indenfor det; naar den gode Byggegrund er naaet, stemples der Beton ned i Røret, samtidig med at dette trækkes tilvejs for atter at anvendes. Betonforbruget er  $2\frac{1}{2}$ —4 Gange saa stort som Rørets Volumen. Metoden egner sig til Forstærkning af gamle Fundamenter, da man er fri for Rambukken, saa Arbejdet kan ske i en Kælder af faa Meters Højde og uden Rystelser. Er der Vandaarer i Bunden, duer Metoden ikke, og heller ikke i stenet Fyld, da Boringen er for besværlig.

De tyske *Abapæle* fremstilles paa tilsvarende Maade, men Røret, der er 31 cm vidt, genvindes ikke. Naar det er boret tilstrækkelig dybt ned i den faste Bund, fremstiller man med et særligt Boreredskab et vulstformigt Hulrum under det, hvorefter Røret fyldes med Beton.

**Trykluftpæle** adskiller sig fra *Strauszpæle* ved, at Betonen presses ned med Trykluft. Naar Røret er sænket, forbindes det foroven med Trykluftledningen, og det eventuelle Grundvand presses ud af det. Derefter indpresses Betonen under et saa stort Tryk, at Røret fyldes helt og ender med at stige tilvejs, samtidig med at Betonen presses sideværts ud i Jordlagene. Man har fundet, at Pælefodens Grundflade bliver det 4dobbelte af Staalrørets, og at Pælens cylindriske Overflade bliver 40% større end Staalrørets, men bør dog kun regne med Halvdelen af disse Værdier, naar man bedømmer Bæreevnen; for Friktionen mellem Beton og Jord angives 0,3—0,7 at (*B. u. E. 1927, S. 205*).

#### h. Pæle sammenlignet med andre Fundamenter.

218. Valget af Funderingsmaade for et Hus afhænger dels af Dybden til fast Bund, dels af Grundvandspejlets Beliggenhed, men desuden af den overliggende Jords Løshed og mange andre Forhold, saaledes at almenlydige Regler ikke kan gives. Den følgende Vejledning maa kun opfattes som et Fingerpeg i den rigtige Retning.

**Massive Betonfundamenter** er de mest benyttede, og man gaar kun over til andre Funderingsmaader, naar den faste Bund ligger meget dybt, eller Vandtilstrømningen til Byggegruben er meget stærk. Armerede Fundamenter af denne Art bruges, naar Byggegrunden er nogenlunde god, men uensartet, idet Armeringen da vil udjævne Følgerne af, at Fundamentet knækker. Ogsaa paa helt god Byggegrund kan en Armering være paakrævet, hvis Lasten er ujævnt fordelt, og man til Trods herfor bruger gennemgaaende Fundamenter af konstant Bredde, saaledes at Fundamenterne paavirkes til Bøjning. Fig. 171 viser et Kirketaarn, hvis Façademur, trods den store Indgangsaa- bning, er stillet paa et gennemgaaende Fundament, der derfor er knækket. I saadanne Tilfælde bør man enten armere Fundamentets Overside eller dele det i to, som vist punkteret.

**Pæle** er navnlig paa deres Plads, naar Huset er højt, og den faste Byggegrund ligger dybt nede; staa Grundvandet højt, bruges Træpæle, staa det lavt, bruges Betonpæle.

**Plader** kan med Fordel anvendes under lette Smaahuse uden Kælder; disse kan bygges paa en gennemgaaende, tynd Jærnbetonplade, der ikke føres ned i frostfri Dybde og endog undertiden støbes ovenpaa Muldjorden.

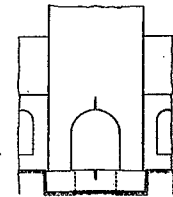


Fig. 171.

**219.** Ligger den faste Bund over Grundvandet, kan man bruge et massivt Fundament, forudsat dets Højde, regnet fra Kældergulvets Overside ikke overstiger 3—4 m; er Funderingsdybden større, vil Jærnbetonpæle være billigere. Hvis Hensynet til Trykket paa Grunden ikke kræver et gennemgaaende Betonfundament, men kun enkelte Piller (der da foroven forbindes med en Bue eller Jærnbetondrager), vil man ofte med Fordel kunne bruge denne Funderingsmaade, naar Funderingsdybden overstiger 2 m, og selv ved en Dybde af 7 m kan den stille sig billigere end Jærnbetonpæle.

Ligger den faste Bund under Grundvandet, og er der stærk Tilstrømning af dette, kan man bruge et gennemgaaende Betonfundament, forudsat at dets Højde regnet fra Kældergulvets Overside ikke overstiger 3—4 m, og forudsat man ikke kommer mere end ca. 1½ m ned i Grundvandet; staar Grundvandet højere, vil Fundering paa Træpæle være billigere. Er der over 4 m til fast Bund, vil man fundere paa Pæle, og Træpæle er da billigst, forudsat man ikke af Grundvandets Stand tvinges til at støbe et meget højt Betonfundament ovenpaa dem. Hvis dette Fundaments Højde overstiger ¾ af Dybden til fast Bund, vil Jærnbetonpæle være billigere. Ogsaa ved høj Vandstand kan dog en Fundering paa enkelte Piller give en økonomisk Konstruktion<sup>1)</sup>, idet de enkelte Huller er lettere at afstive og at holde fri for Vand end en gennemgaaende Grav.

## C. TRÆK.

### 1. Uarmeret Betons Forhold overfor Træk.

#### a. Træk- og Bøjningsstyrke.

**220.** Trækstyrken af luftlagret Beton er meget afhængig af Svindspændingernes Størrelse (§ 225 og 242), og dette er en af Grundene til, at store Prøvelegemer giver langt ringere Værdier end smaa. Trækstyrken ligger ofte omkring 15<sup>at</sup>, sjældent højere end 30<sup>at</sup>, og da den helt kan svigte, enten som Følge af Svindspændinger eller ved mangelfuld Udførelse navnlig i Støbeskel, ser man som Regel bort fra den og indlægger saa meget Jærn, at det kan optage alle Trækspændingerne. Ved god Udførelse vil imidlertid Betonen optage Størsteparten af Trækket, saa længe dette er ringe, først naar det bliver saa stort, at Betonen revner, faar Jærnet det hele at bære. Trækstyrken vokser med Betonens Cementindhold (§ 18 og 486) og med Sandets Grovhed, men i ringere Grad end Trykstyrken; den aftager med voksende Vandtilsætning, men ogsaa i ringere Grad end Trykstyrken (§ 17 og 486). Forholdet  $S^t : S^c$  kan derfor variere mellem  $\frac{1}{8}$  og  $\frac{1}{20}$  og mere. Ovenstaaende gælder for Portlandcement; om Velo- og Alcement se § 66 og 70.

Som Middeltal af en Mængde Forsøg med Beton 1 : 2 : 3 og 1 : 2 : 4 (Maalforhold), ens Sand, men meget forskellige Sten (baade Rundsten og Skærver), ens Flydeevne,  $P_D : P_C = 0,55$  à 0,72, Lagring i fugtig Luft, Alder 31 Døgn, fandt *Kellermann* (Public Roads 1929, S. 72):

$$S^t = \frac{1}{13,5} \cdot S^c \qquad S^b = \frac{1}{5,9} \cdot S^c = 2,3 \cdot S^t$$

samt at Skærver giver større  $S^t$  og  $S^b$  end Rundsten, og Kalksten (saavel Rundsten som Skærver) større  $S^t$  og  $S^b$  end Granit og Kvarts. Se ogsaa § 108 og 111.

Som Middeltal af Forsøg med Skærvebeton og Rundstensbeton 1 : 2½ : 5 og 1 : 4 : 8, forskellige Sandsorter, forskellige Vandtilsætninger og forskellige Hærdningstider (1, 3 og 12 Maaneder) fandtes (*D. A. f. E.* Heft 17, S. 165):

$$S^t = \frac{1}{11} \cdot S^c \qquad S^b = \frac{1}{5,3} \cdot S^c \qquad S^f = \frac{1}{5,5} \cdot S^c$$

For Mørtellegemer af 1 C : 3 S, ca. 9 % Vand, 28 Døgn gamle, 50 cm<sup>2</sup> Tværsnit fandt *Bach*  $S^t = 17$  og 25 henholdsvis ved Haandblanding og Maskinblanding.

Alderens Indflydelse omtaltes i § 20. *Bach* fandt ved Forsøg med Grusbeton 1 : 2 : 3, der holdtes vaad i de første 7 Døgn og derpaa hærkede i Luften, følgende relative Styrketal (*Mitt. n. F.* Heft 72—4, S. 61):

		Alder: 28 Døgn	45 Døgn	6 Mdr.	1 Aar	
$S^c$	Jærnbetonkonsistens, ret vaad	100	109	156	172	
	" " " " " " tør	100	112	150	165	
	$S^t$	" " " " " " vaad	100	98	128	192
		" " " " " " tør	100	111	157	191

**221.** Bøjningsstyrken kan regnes at være dobbelt saa stor som Trækstyrken, ligger derfor ofte omkring 30<sup>at</sup> og sjældent højere end 60<sup>at</sup> og staar ikke i noget konstant Forhold til Trykstyrken.  $S^b$  er, ligesom  $S^c$ , navnlig bestemt af Mørtelen, i mindre Grad af Stenenes Art og Mængde; dog vil Skærver som Regel give større Styrke end Rundsten, og sugende Sten større Styrke end ikke sugende (§ 111 og 220).

At Mørtlers Bøjningsstyrke i ringere Grad end deres Trykstyrke afhænger af Sandets Kornstørrelse viste sig ved de i § 104 omtalte Forsøg. For Legemer med Tværsnit 4·4 cm<sup>2</sup> lagrede 1 Døgn i fugtig Luft, 6 Døgn i Vand, 2¼ Maaned i Luft fandtes Bøjningsstyrken proportional med:

$$\begin{array}{l} 3g + 2,36m + 2,06f \qquad \text{naar} \qquad P_C : P_S = 1 : 2 \\ 3g + 2,17m + 2,06f \qquad \text{,} \qquad \qquad \qquad \text{,} = 1 : 3 \end{array}$$

saaledes at man indenfor de nævnte Grænser kan regne med den omtrentlige Middelværdi:

<sup>1)</sup> Se en grafisk Fremstilling i *H. Struif: Der Betonpfahl + System Mast*, 1910, S. 16.



$$\alpha = 3g + 2,3m + 2,1f.$$

Grunden til, at Bøjningsstyrken i ringere Grad end Trykstyrken paavirkes af Sandkvalitet, Blandingsforhold og Støbevandsmængde, maa tildels søges i den Omstændighed, at Bøjningsstyrken afhænger af Mørtelens Elasticitetsforhold, Trykstyrken ikke. En Styrkeforringelse er som Regel ledsaget af en Forringelse af Elasticitetstallet, og hvis  $E^c$  forringes, vokser Bjælkens Trækzone, medens en Forringelse af  $E^c$  ikke gør Tærningens Brudflade større.

For Mørtelbjælker 13,5 cm høje og 25 cm brede med Blandingsforholdet  $P_c : P_s : P_v = 1 : 2 : 0,4$  og lagrede  $2\frac{1}{2}$ — $4\frac{1}{2}$  Maaned i drivvaadt Grus paa en Byggeplads fandtes  $S^b = 58$  at og Vægten 2090 kg/m<sup>3</sup>. Kun 2,5% af Sandet var grovere end 1 mm; Mørtelens Konsistens var plastisk (Ing. 1916, S. 117). Smaa Prismer ( $4 \cdot 4$  cm<sup>2</sup> Tværnsnit) af samme Mørtel havde efter 4 Maaneders Lagring som ovenfor  $S^b = 47$ , Vægt: 2230 kg/m<sup>3</sup>,  $S^c = 323$  at, Medens Bjælkerne støbtes paa en Byggeplads i Maris Maaned, støbtes Prismene i Stuevarme og lagredes dér 1 Uge under vaade Sække, inden de sendtes til Byggepladsen.

For Bjælker med Tværnsnit 10·10 cm<sup>2</sup> støbte af Strandgrus og en Blanding af Særtosten og Sønødesten (< 3 cm) fandtes efter 14 Døgns Lagring under vaade Sække og 14 Døgn i Luften (Ing. 1914, S. 288):

Blfh. 1 : 2½ : 2½ ;	Slamside = Trækside: $S^b = 42,6$	} 40,4 at
"      "      "      ;	= Trykside: " = 38,1	
"      1 : 2½ : 1 ;	= Trækside: " = 38,3	} 37,0 at.
"      "      "      ;	= Trykside: " = 35,8	

Ved Forsøg med 60 cm brede Plader af Grusbeton 1 : 3½, 268 Dage gamle, 7,8—11,5 cm høje, Spændvidde 1,5 m fandtes  $S^c = 308$  at,  $S^t = 25$  at,  $S^b = 43$  at; Træk- og Trykprøvelegemerne blev udmøjet af Pladerne. (Mörch: Der Eisenbetonbau, 1906, S. 30).

Saltiger fandt for Grusbeton 1 : 4, vaadt udstøbt, 20 cm Tærninger, 15 cm høje og 10 cm brede Bjælker, Alder 45—50 Døgn:  $S^c = 294$ ,  $S^b = 46,9$ ; og ved en senere Forsøgsrække med samme Beton:  $S^c = 243$ ,  $S^b = 41,2$  (Neue Versuche über den Schubwiderstand). Se ogsaa de i § 220 angivne Forsøg.

Ved Forsøg med smaa Mørtelprøvelegemer (Tværnsnit 2·2 cm<sup>2</sup>) og enten meget fint eller meget groft Sand fandtes efter 4 Ugers Luftlagring + 6 Ugers Vandlagring hosstaende absolutte (og relative) Styrketal (Ing. 1929, S. 537).

Styrkeforholdet mellem den fede og den magre Mørtel vokser med Sandets Finhed:

Flint Sand:  $S^c_{1,2} = 4,01 S^c_{1,4}$      $S^b_{1,2} = 1,80 S^b_{1,4}$   
 Groft " : " = 2,92            " = 1,67

Andre har fundet  $S^c : S^b$  liggende mellem 3 og 12 for Mørtel og mellem 5 og 12 for Beton.

	1 : 4		1 : 2	
	Flint Sand	Groft Sand	Flint Sand	Groft Sand
$S^c$	52,5 (100)	178 (341)	209 (100)	517 (247)
$S^b$	27,1 (100)	33 (141)	48,4 (100)	63,4 (131)
$S^c : S^b$	1,94	4,68	4,34	8,17

**b. Betonens Trækelasticitet.**

222. Trækelasticitetstallet  $E^t_b$  vokser med Styrken altsaa med Betonens Fedme, med aftagende Støbevandsmængde og med Alderen. I Praktis sættes gerne  $E^t_b = 140\ 000$  at, men denne Værdi passer ikke for smaa Spændinger<sup>1)</sup>. For en given Beton er  $E^t_b \propto E^c_b$ , saalænge Spændingerne er smaa, og  $E^t_b$  aftager hurtigere med voksende Spænding end  $E^c_b$  (§ 143).

Elasticitetstallet i Brudøjeblikket. Betonens Brudforlængelse ligger gerne mellem 0,1 og 0,2 mm/m, og der er nogen Grund til at tro, at den vokser med Trækstyrken. Forholdet mellem de to Størrelser indgaar i visse Beregninger over Sikkerheden mod Revnedannelse, og til Brug dér vil vi sætte  $S^t_b = 100\ 000 \cdot \epsilon_{Brud}$ . I Brudøjeblikket er da:

$$E^t_b = \frac{S^t_b}{\epsilon_{Brud}} = 100\ 000 \text{ at,} \tag{82}$$

altsaa uafhængig af Betonens Trækstyrke. Hertil svarer  $n = E_j : E^t_b = 21$ .

Træk-Arbejdslinien er første Gang bestemt af Grut og Nielsen (Ingeniøren 1896, S. 39).

<sup>1)</sup> Bach har for 45 Døgn gammel Beton af god Kvalitet (1 : 2 : 3 og lign.), som den bruges til Jærnbeton, fundet  $E^t_b = 250$ — $350\ 000$  at ved 7,5 at Spænding. Ved Forsøg af Tetmajer (Mitt. 12 aus Wien, S. 25), fandtes  $E^t_b$  større end  $E^c$ , og dette Resultat bekræftedes ved Bøjningsforsøg med varmerede Bjælker, idet den neutrale Akse laa under Midten (Betonen var 1½ Aar gammel), men som Regel findes  $E^t_b < E^c$ . Bachs Forsøg er sammenstillede i Mitt. u. F. Heft 227.

**c. Betonens Rumfangsændringer under Hærdningen.**

223. Vandlagring eller Luftlagring. Cementens Varmedudvikling under Hærdningen har undertiden medført grove Overfladerevner i svære Betondæmnninger, fordi Dæmnningens Kærne har udvidet sig mere end den afkølede Skal; mindre Temperaturspændinger af lignende Art opstaaer, naar Vandfordampning fra Overfladen sænker dennes Temperatur. Bortset fra disse og andre Temperaturvirkninger, er det Cementens Vandoptagelse og Vandafgivelse, der er Hovedårsagen til Betonens Rumfangsændringer.

Cementens og Vandets Rumfangsændringer. Cementkornene svulmer op som Følge af den kemiske Vandbinding, og denne Svulmning fortsætter sig, saalænge der er Vand tilstede eller indtil al Cementen er omdannet. Paa et givet Tidspunkt er Cementens Rumfang vokset fra  $r_c$  til  $r_c + \Delta r_c$ . En Del af det bundne Vand er kun løst bundet og gaar bort ved Udtørring, hvorved Cementkornene skrumper ind. Ved fornyet Vandtilførsel svulmer de atter op. Naar man blander Cement og Vand og umiddelbart efter opvarmer til 110°, vil næsten alt Vand forsvinde; venter man et Aar med Opvarmning, vil kun en lille Del af Vandet forsvinde, Resten er fast bundet; noget lignende maa antages at gælde for Rumfangsændringerne; en Del af  $\Delta r_c$  skyldes Hydreringen og er blivende, en anden Del skyldes, at den hydrerede Cement kan svulme og svinde ligesom Træ.

Som Følge af Vandbindingen formindskes Mængden af frit Kapillarvand fra  $r_v$  til  $r_v - \Delta r_v$ ; hvis en luft- og sandfri Cementmørtel straks efter Udstøbningen har Rumfanget  $R_m = r_c + r_v$ , vil de kemiske Processer medføre Rumfangsændringen  $\Delta R_m = \Delta r_c - \Delta r_v$ , og Forsøg viser, at  $\Delta R_m$  er negativ<sup>1)</sup>; medens Cementkornene svulmer op, bliver det samlede Rumfang af Cement og Vand mindre.

Vandlagring. Foregaar Størkningen og den videre Hærdning under Vand, faar Vandsvindet ingen Betydning, da Mørtelen suger Erstatningsvand til sig udefra, og under disse Forhold vil Mørtel- eller Betonlegemets ydre Rumfang altsaa vokse, og Væksten vil fortsætte sig, indtil de kemiske Processer er afsluttede<sup>2)</sup>. Er Legemet mer eller mindre hærdnet, inden det lægges i Vand, vokser det paa samme Maade<sup>3)</sup>.

Luftlagring. Størkner og hærdner Betonlegemet i mer eller mindre tør Luft, vil den fri Vandmængde stadig aftage, dels ved kemisk Binding, men navnlig ved Fordampning, og saalænge Betonen er ustørknet, bidrager dette Vandsvind til dens Sammensynkning i Formen. Efter Størkningen kan der ingen Sammensynkning ske, og da den fri Vandmængde stadig formindskes, maa der enten indsuges Luft, eller ogsaa maa Betonlegemets ydre Maal for-

<sup>1)</sup> Paavist Aar 1900 af den danske Statsprøveanstalt (Meddelelse VI), der for Portlandcement fandt  $\Delta R_m = -0,15 r_c$  efter 50 Døgns Hærdning. Senere Forsøg af Kühl (1912) gav  $\Delta R_m = -0,17 r_c$  efter 28 Døgn. Jo større Vandoverskuddet er, des større findes Svindet, formentlig fordi der gaar mere Kalk i Opløsning. For Alcement har man fundet dobbelt saa store Værdier som de nævnte. Se Eidgenössische Materialprüfungsanstalt der E. T. H. in Zürich, Bericht Nr. 41.

<sup>2)</sup> Tages saadanne Legemer op af Vandet paa forskellige Tidspunkter, og bestemmes Mængden af Kapillarvand, findes den aftagende med voksende Vandlagringstid, fordi de svulmende Cementkorn presser Vandet ud af Porerne.

<sup>3)</sup> Naar nystærket Alcementmørtel lægges i Vand, fortsætter Svindet sig undertiden nogle Uger ind i Vandlagringsperioden (Ing. 1923, S. 62). Dette skyldes formentlig, at det ydre Vand kun langsomt trænger ind i den tætte Mørtel, samt at Systemet Alcement-Vand svinder særlig stærkt (se første Fodnote).

mindskes. Det første kan ske i Begyndelsen; det dannede Cementskelet suger det resterende Vand til sig, hvorved det selv og Betonlegemets ydre Maal vokser, medens Porerne fyldes med Luft, men dette er kun iagttaget i enkelte Tilfælde<sup>1)</sup>, de fleste Maalinger viser udelukkende Svind, og dette fortsætter sig, saalænge der finder Fordampning Sted.

**Længdeændringernes Størrelse.** For 1<sup>m</sup> lange Prismer, 20·20<sup>cm</sup> i Tvær-

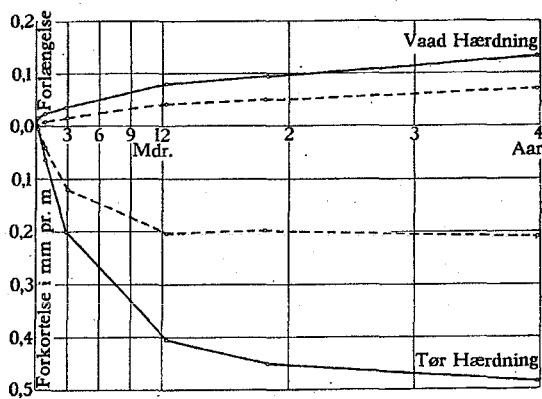


Fig. 172.

— Uarmeret Betons Længdeforandringer.  
 - - - - - Jærnets Længdeforandringer i en tilsvarende  
 Beton armeret med 0,79 % Jærn.

snit, af Grusbeton 1:4, fandt *Bach* og *Graf* de i Fig. 172 med fuldt optrukne Linier viste Svind- og Udvidelseskurver. Maalingerne begyndte, efter at Legeme i 3 Døgn havde henligget under vaade Sække; det ene Legeme lagdes da i Vand<sup>2)</sup>, det andet utildækket i Laboratoriet. Samtidig støbtes tilsvarende Prismer, armerede i Midteraksen med et Stykke 20<sup>mm</sup> Rundjærn; dette Jærns Længdeforandringer

er fremstillet ved de punkterede Kurver<sup>3)</sup>. Armeringens Evne til at formindske Svindet omtales iøvrigt i § 237. Som Regel findes Svindet ved Luftlagring større end Udvidelsen ved Vandlagring, men Forholdet varierer stærkt med Tidspunktet for Maalingeres Begyndelse, Støbevandsmængden, Fordampningens Intensitet m. m.<sup>4)</sup>

For de Betoner, der almindeligvis bruges til Jærnbeton, kan man regne Svindet ved Luftlagring til 0,3 à 0,5<sup>mm</sup>/m. Svindet medfører altsaa samme Forkortelse som 30 à 50° Temperaturfald. Iøvrigt henvises til *Byggematerialer* III.

Da Forholdet mellem Trækstyrken og Svindet pr. Længdeenhed  $\epsilon_s$  indgaar i senere Beregninger af Revnesikkerheden, og da begge Størrelser vokser med Betonens Cementindhold og Alder, vil der undertiden blive regnet med Relationen:

$$\epsilon_s = \frac{S'_b}{50\,000} \quad (83)$$

der dog kun maa opfattes som en raa Tilnærmelse.

<sup>1)</sup> *Rudloff* fandt, at Betonen udvidede sig i de første 4 Døgn og derpaa trak sig sammen, saaledes at Længden af den 8 Døgn gamle Beton var lig den oprindelige (*D. A. f. E.*, Heft 28, S. 83). Jo sværere Legemet er, og jo langsommere Vandet fordampes fra Overfladen, des mindre maa Forskellen blive mellem Vand- og Luftlagring.

<sup>2)</sup> Betonlegemer, der hærder liggende paa fugtigt Sand og bedækkede med Sække, der holder fugtige (en Hærdningsmaade, der ofte bruges paa Laboratorier), udvider sig ikke fuldt saa meget, som naar Hærdningen sker i Vand (*Mitt. u. F.* Heft 45—47, S. 95).

<sup>3)</sup> *H. f. E.* I 1912, S. 325.

<sup>4)</sup> Se f. Eks. *D. A. f. E.*, Heft 23, S. 21 og Heft 35.

**Blandingsforholdets Indflydelse.** I efterfølgende Tabel findes *Schilles* Resultater (Mittellungen der eidgen. Materialprüfungsanstalt in Zürich, 13. Heft, 1909) med plastisk Mortel og Beton. Efter at Legemerne havde ligget 48 Timer i Luften, begyndte Maalingerne. Nogle af Mortellegemerne var armerede med Jærnstænger, der formindskede Længdeændringerne:

	Svind 1 mm pr. m ved Luft-hærdning			Udvidelse i mm pr. m. ved Vandhærdning		
	28 Døgn	1 1/2 Aar	Tilvækst	28 Døgn	1 1/2 Aar	Tilvækst
Mørtel 1:1.....	0,70	1,10	0,40	0,40	0,81	0,41
» 1:2.....	0,51	0,82	0,31	0,20	0,32	0,12
» 1:3.....	0,48	0,72	0,24	0,12	0,18	0,06
» 1:3 med 1,22 % Jærn	0,35	0,45	0,10	0,16	0,25	0,09
» 1:3 » 2,41 % »	0,33	0,36	0,03	0,07	0,11	0,04
Beton med 450 kg Cement....	0,29	0,53	0,24	0,06	0,25	0,19
» 300 » »	0,24	0,40	0,16	0,11	0,16	0,05
» 150 » »	0,37	0,42	0,05	0,01	0,03	0,02

Mortelens Blfh. er opgivet efter Vægt, Sandets Kornstørrelse var 0—5 mm. Betonens Blfh. er karakteriseret ved Cementvægten pr. m<sup>3</sup> Grus, og dette var sammenblandet af 1 Maal Sand (det samme som i Mortelen, men Maksimalstørrelse 2 mm) og 2 Maal Smaasten (8—12 mm). Sammensætningen efter Rumfang af de tre Betonsorter er ca. 1:3,1, 1:4,7 og 1:9,4. Støbevandsmængden 1 % af Tørstoffernes Vægt var for Mortlerne 9, 9 1/2, 14 1/2, for Betonerne 6 1/4, 7, 7 1/4. Se ogsaa *Mörsch*: Der Eisenbetonbau I, 1, 1920, S. 122.

**Cementens Egenskaber** paavirker Svindet (§ 37 og 69); stærk Brænding, ringe Findeling og nogen Tids Lagring virker mindskende (*D. A. f. E.* Heft 42, S. 27). **Tilsætninger** kan forøge Svindet stærkt; dette gælder f. Eks. Kalciumklorid.

**Svind inden Størkningen.** Ovennævnte Svindmaalinger er paabegyndte, naar Prøvelegemerne er eet eller flere Døgn gamle. Det forudgaaende Svind er imidlertid langt større end det maalte, som det fremgaar af følgende Forsøg med normalkonsistent, sandfri Portlandcementmørtel<sup>1)</sup>. Straks efter Udstøbningen blev der i nogle af Legemernes fri Overflade nedtrykket 2 smaa Glasplader med Maalemærker; i de øvrige Legemer indførtes 2 lodrette Glasstænger, hvis øvre Ende flugtede med Mørteloverfladen og var forsynet med Maalemærke, medens den nedre Ende befandt sig i en ringe Afstand fra Forbunden uden at røre denne. Derved fandtes:

Mörtelens Alder.....	0	1	3	4	5	24 Timer
Svind maalt med Glasplader..	0	1,3	2,6	3,5	3,9	4,1 mm/m
» » » stænger..	0	0,0	0,0	0,5	0,7	1,1 »

Man ser, at Overfladen, i hvilken Glaspladerne ligger, svinder meget stærkt, hvilket skyldes Fordampningen. Glasstængerne deltager i Begyndelsen ikke i denne Bevægelse, fordi de fastholdes af den dybere liggende Mortel, der i længere Tid holder sig vandfyldt, og hvis Svind derfor begynder senere; naar dette Svind omsider indtræder, hæmmes det af Mortelens Vedhængning ved Formens Bund og Sider, og Slutværdien bliver derfor mindre end Overfladens.

**224. Vandlagring og Luftlagring.** Hvis man paa et eller andet Tidspunkt skifter fra Vandlagring til Luftlagring, finder man ved Vejning og Maaling, at Fordampningen sker langt hurtigere end Svindet. Først naar de grove Porer er tømt for Vand, begynder selve Cementens Udtørring og dermed Svindet. Dette Svind kan godt blive større end ved udelukkende Luftlagring, fordi en større Del af Cementen er hydreret og derved blevet i Stand til at svinde, men samtidig er Cementens blivende Udvidelse vokset, og alt i alt faar man derfor et mindre Svind end ved udelukkende Luftlagring.

Hvis man omvendt skifter fra Luftlagring til Vandlagring, begynder Udvidelsen straks og vokser omtrent proportionalt med Vandoptagelsen, men ogsaa her bliver Enderesultatet en mindre Udvidelse end ved udelukkende Vandlagring<sup>2)</sup>.

At man, ved længe at holde Betonen vaad, i høj Grad kan forringe Svindet fremgaar af Fig. 173, der gengiver Resultaterne af *Rudloffs* Maalinger paa jordfugtig udstøbt Grusbeton 1:3, der i henholdsvis 0, 7, 28, 90 og 196 Døgn hærdede i Vand og derefter i Luft<sup>3)</sup>. Den optrukne Del af Kurverne svarer

<sup>1)</sup> *Ing.* 1923, S. 62.

<sup>2)</sup> Jo ældre Betonen er, naar den lægges i Vand, des mere plejer den at udvide sig.

<sup>3)</sup> Prismene var 1<sup>m</sup> lange og lagredes 1 Døgn i Luft, derefter som ovenfor nævnt (*D. A. f. E.*, Heft 23). Kurverne er tegnede efter *Mörsch*. I de første ca. 6 Mdr. udførtes talrige Maalinger, saa her er Kurveformen paalidelig; derefter udførtes kun Slutmaalingen efter ca. 4 Aar, og Kurveformen paa denne Strækning er derfor skønnet. Svindet i Luftlagringsperioden er kun for den øverste Kurves Vedkommende væsentlig mindre end ved udelukkende Luftlagring.

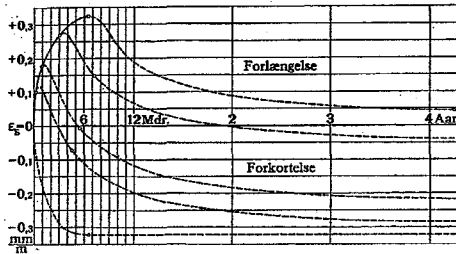


Fig. 173

Forløb endnu resterende en Forlængelse af Størrelse ca. 0,05 mm/m.

Man træffer undertiden den Paastand, at Svulmning og Svind udelukkende er forbigaaende, kapillære Foreteelser uden blivende Virkning<sup>1)</sup>, men dette er utvivlsomt kun rigtig, naar al Cementen er hydreret. Ved Forsøg med smaa Mørtelrør, der friere end massive Legemer kan ændre Rumfang efter Omgivelsernes Fugtighedsgrad, da de ikke hæmmes af en Kærne, i hvilken Ændringerne kun langsomt trænger ind, var den blivende Virkning af Vandlagring meget udpræget. Eksempelvis fandtes for 8 ens Rør 1:4, der i 1 Døgn henstod til Stærkning i fugtig Luft, hvorefter de 4 vandlagredes, medens de 4 forblev i den fugtige Luft:

Lagringsmaade	Vægt	Rumfang	Rumvægt
27 Døgn i fugt. Luft + 49 Døgn i Laboratorieluft	241,6 g	111,0 cm <sup>3</sup>	2,177 g/cm <sup>3</sup>
> > > Vand + > > >	244,0 g	113,0 >	2,160 >

Man ser, at Vandlagring medfører større Vægt end Luftlagring, men navnlig større Rumfang og derfor mindre Rumvægt; for Rør, der havde henstaaet flere Aar i Laboratoriet, fandtes samme Virkning af Lagringsmaaden i de første 28 Døgn<sup>2)</sup>. Ved tilsvarende Forsøg med Mørteltærninger bliver Rumvægten mindst ved Luftlagring, fordi Overfladens Svind hæmmes af den vaadere Kærne; i det ydre Lag opstaar da blivende Forlængelser, og naar Kærnen senere søger at svinde, er den omgivet af en fast Skal, der hindrer det. I massive Mørtel- og Betonlegemer er der følgelig meget store Egenspændinger, og Lagringsmaadens Indflydelse paa Styrken er derfor ikke blot af kemisk, men i høj Grad af mekanisk Natur, hvorom mere i § 225.

Det er ikke alle Vædske, der faar Cementen til at svulme; Benzin og Petroleum har ikke denne Virkning.

#### d. Styrkeændringer ved Udtørring og Vædning.

**225. Udtørring.** Naar vandlagret Mørtel udtørres, opstaar der indre Kræfter i den. Fordampningen sker fra Overfladen, der derfor svinder tidligere end Kærnen, saaledes at der nærmest Overfladen opstaar Trækspændinger, der holdes i Ligevægt af Trykspændinger i det indre. Først naar Legemet er helt gennemtørret, forsvinder disse Spændinger. De forsvinder dog ikke helt, thi

<sup>1)</sup> Royen fandt, at naar mer eller mindre hærdnet Mørtel eller Beton optager eller afgiver en Vandmængde  $\Delta r_v$ , er den lineære Udvidelse, naar Sluttilstanden er naaet:  $\epsilon_s = \pm 2,3 \cdot \Delta r_v : R_p$  mm/cm. Hvis Betonen først optager og derefter afgiver nævnte Vandmængde, vil den vende tilbage til sit oprindelige Rumfang.

<sup>2)</sup> E. Saenson: Cementrørs Vandtæthed (Ingeniørvidenskabelige Skrifter B Nr. 3).

i Udtøringsperioden har den vaade Lagring fortsat sig i Legemets Kærne, hvorved denne har udvidet sig.

De overfladiske Trækspændinger kan forringe Trækstyrken betydeligt. Bach har paavist dette ved Hjælp af de smaa Normalprøvelegemer, som bruges ved Cementundersøgelser. Han fremstillede 45 af disse Legemer og lod dem hærdne i Vand paa vanlig Vis. Da de var 28 Døgn gamle, blev 5 trukket over, mens Resten anbragtes i Luften og først blev prøvede paa de nedenfor anførte Tidspunkter:

Luftlagring i...	0	6	14	24 Timer	2	3	4	6	12 Døgn
Trækstyrke ...	34,5	38,4	32,1	26,3	21,5	24,5	28,0	34,4	43,2 at

Forholdene er grafisk fremstillede i Fig. 174. I de første 6 Timer stiger Styrken, men derefter synker den stærkt som Følge af de overfladiske Trækspændinger; efterhaanden som Udtørringen naar længere ind, forsvinder Trækspændingerne atter, og den gavnlige Virkning af Udtørringen gør sig da gældende. Jo større Legemets Tværsnit er, des senere mærkes naturligvis Udtørringens gavnlige Virkning. Brudfladen hos de 5 Legemer, der kun havde ligget 6 Timer i Luften, var fugtig over det hele; ved de paafølgende Forsøg viste der sig en stadig voksende tør Randzone, og i de Legemer, der havde ligget 2 Døgn i Luften, var der kun 1 cm<sup>2</sup> tilbage af den fugtige Kærne<sup>1)</sup>.

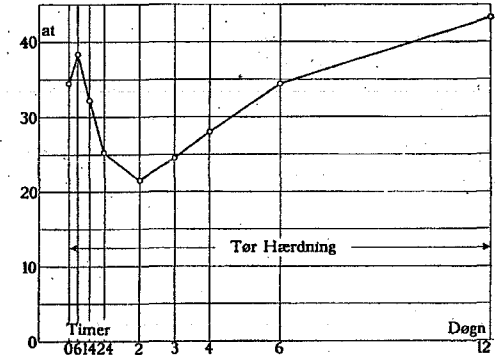


Fig. 174.

Disse Forhold forklarer, at man ved Træk- og Bøjningsforsøg med tørre lagrede Betonlegemer undertiden har fundet større Styrke efter 7 end efter 28 Døgn Hærdning.

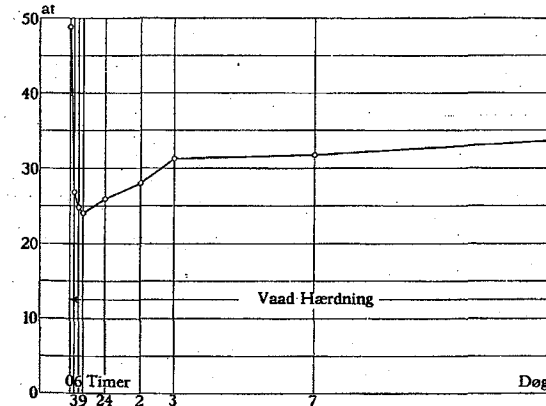


Fig. 175.

Ligesom Betonlegemets Kærne hæmmer Yderlagets Svind, vil hver enkelt Sten hæmme den omgivende Mørtels Svind og selv faa Trykspændinger, medens Mørtelen faar Trækspændinger.

Spændingsforholdene i et svinde Betonlegeme er saaledes meget sammensatte.

<sup>1)</sup> Mitt. d. F., Heft 72—74, S. 104.

**226. Vædning.** De Forsøg, hvis Resultater er gengivne i Fig. 174, udføres sammen med andre, ved hvilke lignende Prøvelegemer hærdnede 1 Døgn i fugtig Luft, 6 Døgn i Vand og 21 Døgn i Luft. Efter 28 Døgn Hærdning blev 5 af Legemerne prøvede, hvorved Trækstyrken fandtes at være 48,8<sup>at</sup>. Resten lagdes i Vand, og efter 3 Timers Vandlagring var Styrken sunket til 26,8<sup>at</sup>, efter 9 Timer til 24,0<sup>at</sup>; derefter voksede Styrken atter, som Fig. 175 viser. Her skyldes det stærke Styrkefald for en stor Del Oplødningsen, og den senere Stigning skyldes en Efterhærdning. Om Vædningen medfører en blivende Svækkelse, eller om Mørtelen ved Udtørring genvinder sin Styrke, vides ikke med Sikkerhed.

### e. Svindrevner i uarmeret Beton.

**227.** Overfladiske Svindrevner, der ikke naar ind til Betonens Kærne, skyldes de i § 225 nævnte overfladiske Trækspændinger, og skal ikke omtales nærmere. Gennemgaende Svindrevner opstaar paa ganske samme Maade, blot kommer den svindhæmmende Kraft ikke fra Kærnen, men fra en anden Del af Betonlegemet, eller ogsaa findes der en ydre Kraft, som modsætter sig Svindet.

Fig. 176 viser venstre Ende af en lang, uarmeret Betonmur. Den vil svinde stærkest foroven, fordi Fordampningen her er stærkest, og fordi Fugtigheden vil trække nedefter under Paavirkning af Tyngdekraften. Murens underjordiske Del er nærmest underkastet en vaad Lagring og vil følgelig udvide sig. Paa Grund af disse Forhold vil Muren søge at krumme sig, saaledes at dens Ende paa en Strækning  $l$  hæver sig fra Grunden. Vejer Muren  $P$  kg pr. løb. cm, og er dens Modstandsmoment  $W$ , vil der i det punkterede Snit opstaa et bøjende Moment, der foroven fremkalder en Trækspænding:  $\sigma_b^t = Pl \cdot \frac{1}{2} l : W$ ; heraf findes:

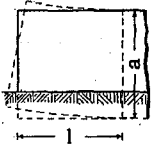


Fig. 176.

$$l = \sqrt{2 \cdot W \cdot \sigma_b^t : P} \quad (84)$$

Efterhaanden som Svindet vokser, vil  $l$  og  $\sigma_b^t$  vokse, indtil denne omsider naar Betonens Bøjningsstyrke, og Muren revner. Naar Revnen har dannet sig, opstaar der en ny fri Ende, for hvilken samme Betragtning kan opstilles; Afstanden mellem de enkelte Revner maa derfor ventes at blive konstant og proportional med Kvadratroden af Murens Modstandsmoment og Bøjningsstyrke, og omvendt proportional med Kvadratroden af dens Vægt.

For en Mur med rektangulært Tværnsnit og vejende  $\gamma$  kg/m<sup>3</sup> bliver  $W = \frac{1}{2}ba^2$  og  $P = \gamma ab : 1000000$ , altsaa  $l = \sqrt{2 \cdot \frac{1}{2}ba^2 \cdot \sigma_b^t : (\gamma ab : 1000000)} = 1000 \sqrt{a \sigma_b^t : 3\gamma}$ . Er Bøjningsstyrken 23 at og Vægten 2300 kg/m<sup>3</sup>, bliver  $l = 1000 \cdot \sqrt{a : 300}$ , altsaa for en 3 m høj Mur lig 10 m.

Af ovenstaaende følger, at eventuelle Svindfuger bør indlægges med en indbyrdes Afstand, der er proportional med Kvadratroden af Murens Højde.

**228.** Hegnsvægge af Jærnbeton, støbte paa en svær, overjordisk Sokkel, revner undertiden lige over Sokkelen, saaledes at Revnen taber sig opefter. Dette kan forklares ved, at Svindet her er nogenlunde ens overalt og søger at trække Enden af Væggen til højre (Fig. 176), mens Bevægelsen hæmmes af Friktionen mellem Væggens Underside og Sokkelen. Bruges de samme Betegnelser som før, og kaldes Friktionskoefficienten  $\alpha$  og Væggens Tværnsnit  $F$ , vil den totale Friktion paa Strækningen  $l$  være  $\alpha \cdot P \cdot l$ , og den største Trækspænding i det punkterede Snit samt den første Revnes Afstand fra Væggens frie Ende vil blive:

$$\sigma_b^t = \frac{\alpha \cdot P \cdot l}{F} + \frac{\alpha \cdot P \cdot l \cdot \frac{1}{2}a}{W} \quad l = \frac{\sigma_b^t}{\alpha \cdot P} \cdot \left( \frac{1}{F} + \frac{\frac{1}{2}a}{W} \right) \quad (85)$$

hvor  $\sigma_b^t$  betegner den mellem Træk- og Bøjningsstyrken liggende Brudspænding for Betonen. Er Væggen  $b$  cm bred, bliver  $l = \sigma_b^t \cdot ab : 4\alpha P$ . Afstanden mellem Revnerne bliver altsaa proportional med den totale Trækraft, som Væggen kan optage, og omvendt proportional med den hæmmende Kraft.

Lange Altanplader, der er indspændte i en Mur, vil svinde langs den frie Forkant, medens den i Muren værende Del hærdner vaadt. Pladen søger at krumme sig i et vandret Plan, men hæmmes af Muren. En Længdearmering langs Altanpladens Forkant vil forringe dennes Forkortelse og derved Faren for Revner.

Lange Loftplader over Korridorer møder Svindhæmning i bægge Lejeflader. Er Pladens Tykkelse  $a$  cm, Spændvidden  $b$  cm og Vægten  $P$  kg pr. løb. cm, vil hver af Murene modsætte sig Svindet med Kraften  $\frac{1}{2}aP$  pr. løb. cm, saa at Afstanden  $l$  fra den frie Ende til første Revne bestemmes af Ligningen:  $l \cdot aP = \sigma_b^t \cdot ab$ , altsaa:  $l = \sigma_b^t \cdot ab : aP$ . I Virkeligheden er den hæmmende Kraft dog ikke blot afhængig af Pladens Vægt, thi der er i Lejefladerne en vis Forskydningsstyrke, hvis Værdi ikke lader sig skønne, men man ser dog, at Revnernes Afstand maa blive konstant, og at de maa ligge des tættere, jo større den hæmmende Kraft er, og jo mindre den totale Trækraft er, som Pladen kan optage.

**229.** I de opstaaede Revner vil næsten hele Betonens Svind paa Strækningen  $l$  give sig Luft; man faar altsaa i uarmerede Betonkonstruktioner faa, men brede Revner.

En Armering vil ikke altid hæmme Revnedannelsen, ja vil tværtimod ofte fremme den (§ 245), men naar Armeringen udføres fornuftigt, kan man fordele Revnerne saaledes, at Antallet vokser, samtidig med, at hver enkelt Vidde formindskes.

## 2. Armeret Betons Forhold overfor Træk.

### a. Spændingsbestemmelse.

**230.** Ved Beregning af Trækspændingerne i et armeret Prisme (Fig. 177) gør man de samme Forudsætninger som ved Beregning af Trykspændingerne (§ 148). Man regner altsaa med et tænkt Betontværnsnit:



Fig. 177.

$$F = F_b + nf = \left( 1 + \frac{nf}{100} \right) \cdot F_b \quad (86)$$

hvor  $n$  er Forholdet mellem Trækelasticitetstallene for Jærn og Beton. Saalænge Spændingerne er smaa, regnes gerne  $n = 15$ ; umiddelbart før Betonen revner, er  $n = 21$  en mere passende Værdi (§ 222).

En centralt virkende Trækraft  $P$  fremkalder altsaa Spændingerne:

$$\sigma_b^t = \frac{P}{F_b + nf} \quad \sigma_j = n \cdot \sigma_b^t \quad (87)$$

Disse Formlers Gyldighed ophører, naar Betonen revner; i et revnet Tværnsnit er:

$$\sigma_b^t = 0 \quad \sigma_j = \frac{P}{f}$$

### b. Spændingsforhold i et revnet Prisme.

**231.** Fig. 178 viser et Betonprisme med en Jærnstang indstøbt i Midten. Naar Prismet strækkes, saaledes at Forlængelsen pr. Længdeenhed overalt er den samme ( $\epsilon$ : at Tværnsnittene forbliver plane), vil der være samme Spænding i alle Jærnets Tværnsnit, og denne Spænding er afsat fra Jærnets Overside opefter; paa samme Maade er Betonspændingen afsat fra Jærnets Underside nedefter. Betonspændingen er for Tydeligheds Skyld tegnet relativ stor. Naar Betonen revner, ændres Spændingstilstanden til den i Fig. 179 viste, idet Betonspændingen synker til Nul i Revnens Plan, medens Jærns spændingen stiger

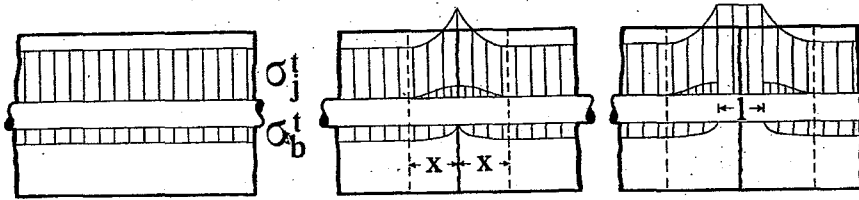


Fig. 178.

Fig. 179.

Fig. 180.

i tilsvarende Grad; betragtes en af Prismehalvdelene for sig, er den i Revnens Plan kun paavirket af Trækket i Jærnet, og der maa følgende opstaa AdhæSIONsspændinger mellem dette og Betonen; disse Spændinger er afsatte opefter fra Jærnets Overside. I en Afstand  $x$  fra Revnen vil Trækspændingerne atter have deres oprindelige Værdi, og AdhæSIONsspændingen altsaa være Nul. Den første Revne aflaster derfor Betonen paa Strækningen  $x$  til begge Sider, men i den øvrige Del af Prismet er Betonspændingen oppe paa Brudværdien.

**232. Revnernes Afstand.** Hvis samtlige Betontværsnit var lige stærke, vilde de alle revne paa samme Tidspunkt, og man vilde have  $x = 0$ , men der er altid nogle Tværsnit, der er svagere end de øvrige, og som revner først. Afstanden mellem disse første Revner er naturligvis ganske tilfældig. Paa

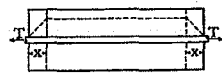


Fig. 181.

Strækningen mellem to saadanne Revner vil der, hvis Trækraften forøges, opstaa nye Revner, og disses Afstand fra de første er ikke helt tilfældig. Fig. 181 viser et mellem to Revner liggende Prismestykke, til hvilket Trækraften  $T$  overføres alene gennem Jærnet. Paa

Strækningen  $x$  vil en Del af  $T$  overføres til Betonen gennem AdhæSIONsspændinger; kaldes denne Del  $T_b$ , og er  $\tau_{bj}$  AdhæSIONsspændingens Middelværdi paa Strækningen  $x$ , og bestaar Armeringen af  $\alpha$  Rundjærn med Diameter  $d$ , bliver Ligevægtsbetingelsen:

$$T_b = \tau_{bj} \cdot \alpha \cdot \pi d \cdot x.$$

Regnes  $T_b$  jævnt fordelt over Betontværsnittet, bliver Betonspændingen  $\sigma_b^t = T_b : F_b$ , og da denne ikke kan overstige Betonens Trækstyrke, kan  $T_b$  aldrig blive større end  $S_b^t \cdot F_b$ , thi saa revner Betonen. Indføres denne Værdi samt  $\alpha \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 = \tau_{bj} \varphi \cdot F_b$ , faas:

$$x = 25 \frac{S_b^t}{\tau_{bj}} \frac{d}{\varphi} \quad (87 a)$$

Vil man have mange, fine Revner, altsaa  $x$  lille, skal man bruge en træk-svag Beton med stor AdhæSION, en stor Jærnprocent og en lille Jærndiameter.

Er Betonen mellem de to første Revner ganske ensartet, vil Afstanden til de paafølgende Revner mindst blive  $x$  og højst  $2x$ . I sidste Tilfælde bliver Spændingsfordelingen den i Fig. 182 viste, hvor Højden i Spændingstrekanterne er en Ubetydelighed lavere end Betonens Trækstyrke.

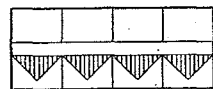


Fig. 182.

**233. Revnernes Vidde.** Saafremt AdhæSIONen ikke ophæves, vil Revnens Vidde være Nul inde ved Jærnet, og naar dette ligger nær Betonens Overflade,

som det plejer at gøre, vil Revnen forblive meget fin. Under slige Forhold vil en tydelig Revne formentlig kun forekomme, naar AdhæSIONen ophæves paa en Strækning  $l$ , hvorved Spændingstilstanden bliver den i Fig. 180 viste. Revnens Vidde vil da være lig med Jærnets Forlængelse paa Strækningen  $l$  og vil altsaa vokse med  $l$  og med Jærns pændingen.

Vil man undgaa grove Revner, skal man armere stærkt, saa Jærns pændingen bliver lille, bruge spinkle Jærn, saa AdhæSIONen kun ophæves paa en kort Strækning, samt lægge Jærnene nær Betonoverfladen.

Ser man bort fra Tværsnittenes Krømning kan man beregne den Værdi af  $l$ , der giver Revnen en vis Vidde f. Eks.  $\frac{1}{200}$  mm. Man har nemlig:

$$\frac{1}{2000} = l \cdot \epsilon_j^t = l \cdot \frac{\sigma_j^t}{E_j} \quad \text{hvoraf:} \quad l = \frac{E_j}{2000 \cdot \sigma_j^t} = \frac{1050}{\sigma_j^t}$$

Er f. Eks.  $\sigma_j^t = 1050$  at, findes  $l = 1$  cm.

Konsekvensen af det foregaaende er tilsyneladende, at man ved Brugen af Jærn, der ikke kan glide, f. Eks. Ribbjærn, maa kunne udskyde Dannelsen af tydelige Revner til det Tidspunkt, paa hvilket Jærnet flyder, men i Virkeligheden viser den første Revne i en bøjet Bjælke sig paa samme Tidspunkt, uden Hensyn til om Bjælken er armeret med Ribbjærn eller med Rundjærn<sup>1)</sup>. Denne tilsyneladende Uoverensstemmelse forsvinder, naar man betænker, at AdhæSIONen kun behøver at ophæves paa en Længde af ca. 1 cm, for at Revnen skal blive synlig; da Ribbernes Afstand er større end 1 cm, kan de selvfølgelig ikke hindre, at Betonen trækker sig løs paa denne Strækning; men Revnernes Vidde kan ikke blive større end den Forlængelse, Jærnet faar mellem to Ribber, og spinkelt Ribbjærn vil derfor utvivlsomt være egnet til at udelukke Dannelsen af grovere Revner, saa længe det ikke flyder. Omvendt giver afdrejede Jærn færre og grovere Revner end ru.

### c. Jærnbetons Trækarbejdslinie.

**234.** Saalænge Betonen ikke er revnet, vil et Jærnbetonprisme kunne regnes at forlænge sig som et uarmeret Prisme med Tværsnit  $F_b + n \cdot f$ . Efter Revnedannelsen vil Forlængelserne vokse hurtigere, men de vil dog være mindre end svarende til  $F_b = 0$ . Den paagældende Jærns pænding er nemlig kun til Stede i selve Revnerne, i Betonen mellem disse virker der stadig Trækspændinger (Fig. 182), der aflaster Jærnet, saa det forlænger sig mindre. Betonens Virkning svarer paa det nærmeste til den Virkning, det vilde have, om man anbragte Fortykkelser paa Jærnet mellem Revnerne. Naar man derfor ved Træk eller Bøjning ser bort fra Betonens Trækspændinger, finder man for store Deformationer, ogsaa efter at Betonen er revnet.

Lad  $a$  i Fig. 183 være Trækarbejdslinien for et Jærnbetonprisme, der følger Hookes Lov, og hvis ideelle Betontværsnit er  $F_b + n \cdot f$ ; det ideelle Jærntværsnit er da  $F_b : n + f$ . Lad  $b$  være den tilsvarende Linie, naar Betonen mangler; den er tegnet retliniet op til Flydegrænsen. Er Jærnprocenten stor, vil  $a$  og  $b$  ligge tæt ved hinanden, er Jærnprocenten lille, vil de ligge langt fra hinanden. Den sande Arbejdslinie  $c$  maa ligge mellem  $a$  og  $b$ , i Begyndelsespunktet tangere  $a$  og ende med at falde sammen med  $b$ . Den første svage Afbøjning fra  $a$  skyldes, at  $E_b^t$  aftager, den paafølgende stærke Afbøjning skyldes Revnedannelsen, men ogsaa efter denne er Betonen medvirkende, idet den paa Strækningen mellem Revnerne hæmmer Jærnets Forlængelse; først naar Jærnet flyder, ophører Betonens Medvirken.

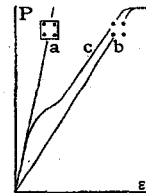


Fig. 183.

<sup>1)</sup> Se mine Forsøg i Ing. 1908, S. 135.

Ved Dimensionering af statisk ubestemte Konstruktioner beregnes Deformationerne oftest som om Betontværsnittet var virksomt, men uarmeret.

d. Svindspændinger hidrørende fra Armeringen.

α. Svindspændinger i et uendelig langt Prisme.

235. Naar Betonen armeres, vil dens Længdeændringer modarbejdes af Jærnet (Fig. 172 i § 223), og et Betonprisme med en Jærnstang i Midten vil



Fig. 184. Luftlagring.

derfor antage de i Fig. 184 og 185 viste Former, henholdsvis ved Luftlagring og Vandlagring; Formændringerne er dog tegnede stærkt overdrevne. Ved Luftlagring vil der opstaa Trykspændinger i Jærnet og Trækspændinger i Betonen, ved Vandlagring vil Forholdet være

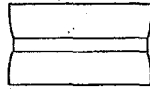


Fig. 185. Vandlagring.

omvendt<sup>1)</sup>. Det følgende omhandler kun Luftlagring.

Naar en Ring af Jærnbeton (Fig. 186) svinder, maa den forblive ligedannet med sig selv; de radiære Tværsnit holder sig da plane, og saavel Jærnets Trykspænding som Betonens Trækspænding er ens i alle Tværsnit. For en Ring med uendelig stor Radius, altsaa et uendelig langt Prisme, maa Forholdene være tilsvarende, og kender man den uarmerede Betons Svind pr. Længdeenhed,  $\epsilon_s$ , kan man paa Grundlag af Hookes Lov beregne Spændingerne.



Fig. 186.

Fig. 187 forestiller et udskaaret Stykke af et saadant, uendelig langt Prisme. Inden Svindet begynder, er Stykkets Længde  $ab = 1$ . I uarmeret Tilstand

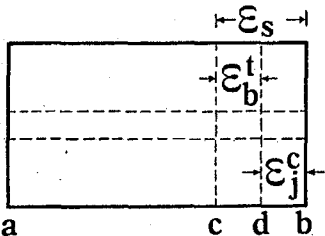


Fig. 187.

vilde det svinde ind til Længden  $ac$ , men Jærnet modsætter sig Svindet, saa den resulterende Længde bliver  $ad$ , hvorved Jærnet faar en Forkortelse  $\epsilon_j^c$  og Betonen en Forlængelse  $\epsilon_b^t$ ; de hertil svarende Spændinger er:

$$\sigma_{js}^c = E_j \cdot \epsilon_j^c \quad \text{og} \quad \sigma_{bs}^t = E_b^t \cdot \epsilon_b^t. \quad (88)$$

Betonens Svind kan udgøre indtil 0,5 mm/m, og hvis Armeringen ikke hæmmede det,  $\sigma$ : hvis Jærnarealet var uendelig lille, vilde Jærnspeendingen blive:  $\sigma_{js}^c = E_j \cdot \epsilon_s = 2100\,000 \cdot 0,5 : 1000$

$= 1050$  at, medens Betonen forblev spændingsløs. Med voksende Armering aftager Jærnets Trykspænding, samtidig med at der opstaa Trækspændinger i Betonen. Ved direkte Maaling paa Jærnet har Considère fundet Begyndelses-spændinger af indtil 1000 at<sup>2)</sup>.

Da der skal være Ligevægt, maa det totale Tryk i Jærnet være lig det totale Træk i Betonen, altsaa:

$$F_b \cdot \sigma_{bs}^t = f \cdot \sigma_{js}^c \quad \text{eller} \quad \frac{\sigma_{bs}^t}{\sigma_{js}^c} = \frac{f}{F_b} = \frac{\varphi}{100} \quad (89)$$

<sup>1)</sup> Ved gentagne Belastninger og Aflastninger vil disse Spændinger enten forøges eller formindskes som Følge af Betonens blivende Deformation.

<sup>2)</sup> E. u. E. 1905, S. 5.

Forholdet mellem Spændingerne afhænger altsaa kun af Jærnprocenten. Er denne tilstrækkelig stor, kan  $\sigma_{bs}^t$  naa Brudværdien  $S_b^t$ , hvorved Betonen revner, og Formlernes Gyldighed ophører.

236. Formel (89) giver kun Spændingsforholdet; skal selve Spændingerne beregnes, maa man foruden  $\varphi$  ogsaa kende  $\epsilon_s$  og  $n$ . Af (88) og (89) følger da:

$$\frac{\epsilon_b^t}{\epsilon_j^c} = n \cdot \frac{\varphi}{100}, \quad \text{der indsat i Ligningen:} \quad \epsilon_s = \epsilon_b^t + \epsilon_j^c$$

giver:

$$\epsilon_b^t = \frac{\epsilon_s}{1 + \frac{100}{n \cdot \varphi}} \quad \text{og} \quad \epsilon_j^c = \frac{\epsilon_s}{1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}} \quad (90)$$

hvoraf:

$$\sigma_{bs}^t = E_b^t \cdot \frac{\epsilon_s}{1 + \frac{100}{n \cdot \varphi}} \quad \sigma_{js}^c = E_j \cdot \frac{\epsilon_s}{1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}} = \sigma_{bs}^t \cdot \frac{100}{\varphi} \quad (91)$$

Hvilken Værdi af  $n$ , der bør indføres i Svindberegninger, maa afgøres under Hensyntagen til, at Svindet navnlig sker under og umiddelbart efter Stærkningen;  $E_b^t$  er da lille og de blivende Deformationer store. For en Beton med  $E_b^t = 140\,000$  at,  $\epsilon_s = 0,5 : 1000$  og  $\varphi = 0,75\%$  findes f. Eks.:  $\sigma_{bs}^t = 7,08$  at og  $\sigma_{js}^c = 945$  at.

237. Jærnprocentens Indflydelse paa Svindets Størrelse fremgaar af Ligning (90), der viser, at det armerede Prismes Svind er formindsket til  $\frac{1}{1 + n \cdot \varphi : 100}$  Gange det uarmeredes. For  $\varphi = 1\%$  og  $n = 15$  formindskes Svindet til 0,87 Gange det uarmerede Prismes.

Ved det i § 223, Fig. 172 gengivne Forsøg var  $\varphi = 0,79\%$ , og Svindet skulde da være 0,89 Gange det uarmerede Prismes, men af Figuren kan udledes hosstaaende Forhold mellem Jærnets Forkortelse og det uarmerede Prismes Svind. At Hærdningstid: 4 Uger 3 Mdr. 1 Aar 4 Aar og aftagende med Prismets Alder, skyldes utvivl. Forhold: 0,65 0,60 0,50 0,43. samt i Hovedsagen den i § 240 omtalte Ophævelse af Adhæsionen ved Jærnets Ender.

238. Jærnprocentens Indflydelse paa Dannelsen af Svindrevner. Naar en stærkt svindende Beton armeres stærkt, kan den revne som Følge af Jærnets Modstand. Spændingstilstanden i Brudøjeblikket er bestemt ved (91), naar Brudværdierne af  $E_b^t$  og  $n$  indføres. Regnes  $E_b^t = 100\,000$ , altsaa  $n = 21$  (§ 222), og indføres  $\sigma_{bs}^t = S_b^t$ , giver den første af Ligningerne (91):

$$\frac{\varphi}{100} = \frac{1}{21 \cdot (100\,000 \cdot \epsilon_s : S_b^t - 1)}$$

Denne Jærnprocent er den største, som Betonen kan taale uden at faa Svindrevner. En stærk Beton taaler altsaa en stærkere Armering end en svag Beton, og en lidet svindende Beton taaler en stærkere Armering end en meget svindende Beton. Stærkt armerede Genstande f. Eks. Ledningsmaster, bør derfor støbes af en Beton med stor Trækstyrke og ringe Svind. Er Jærnprocenten givet, vil Faren for Revner vokse med Forholdet  $\epsilon_s : S_b^t$ , og Brugen af fint Sand, der samtidig forøger  $\epsilon_s$  og formindsker  $S_b^t$ , er derfor uheldig, mens der ikke kan siges noget almenlydigt om, hvorledes en forøget Alder eller en forøget Cementtilsætning vil virke paa Revnedannelsen, da disse Faktorer samtidig hæver begge Værdier. Er Trækstyrken 15 at, findes hosstaaende sammenbørende Værdier.

Forudsættes derimod  $\epsilon_s = S_b^t : 50\,000$   $\epsilon_s = 0,7$  0,6 0,5 0,4 0,3 0,2 0,15 mm/m (se § 223), bliver den kritiske  $\varphi = 1,30$  1,59 2,04 2,86 4,76 14,3  $\infty\%$  Værdi af  $\varphi$  ens for alle Betoner og lig 4,76 %.

β. Svindspændinger ved et Prismes Ender.

239. I Nærheden af et Prismes Ender kan Tværnittene ikke forblive plane (Fig. 184), thi da Endefladen er spændingsløs, kan Spændingerne først i en vis Afstand  $x$  fra denne naa de ovenfor beregnede Værdier og paa denne Strækning maa der følgende findes Adhæensions- og Forskydningsspændinger, der krummer Tværnittene. Hvis man for Simpelheds Skyld forudsætter  $\tau_{bj}$  konstant paa Længden  $x$ , bliver Forholdene som i Fig. 188, og Normalspændingerne vil da fordele sig som vist paa Fig. 189, der efter Behag kan tænkes at være en Fremstilling af Jærnets Trykspænding eller Betonens Trækspænding, da Ligevægten fordrer, at Summen af Trykspændingerne skal være lig Summen af Trækspændingerne inden for et hvilket som helst Tværnit. Spændingstilstanden svarer altsaa til, at Jærnstangens Ender paa Længden  $x$  er sammenstøbt med Betonen, mens den øvrige Længde af Stangen er uden Forbindelse med Betonen (Fig. 190). For dennes Vedkommende er Spændingstilstanden den samme, som hvis Jærnstangen var borte og erstattet af to Trækkræfter  $T$  angribende paa Længden  $x$ ; deres Størrelse udledes af (91):

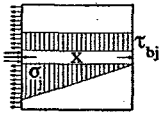


Fig. 188.



Fig. 189.

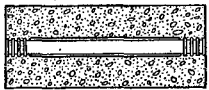


Fig. 190.

188, og Normalspændingerne vil da fordele sig som vist paa Fig. 189, der efter Behag kan tænkes at være en Fremstilling af Jærnets Trykspænding eller Betonens Trækspænding, da Ligevægten fordrer, at Summen af Trykspændingerne skal være lig Summen af Trækspændingerne inden for et hvilket som helst Tværnit. Spændingstilstanden svarer altsaa til, at Jærnstangens Ender paa Længden  $x$  er sammenstøbt med Betonen, mens den øvrige Længde af Stangen er uden Forbindelse med Betonen (Fig. 190). For dennes Vedkommende er Spændingstilstanden den samme, som hvis Jærnstangen var borte og erstattet af to Trækkræfter  $T$  angribende paa Længden  $x$ ; deres Størrelse udledes af (91):

$$T = f \cdot \sigma_{js}^c = \frac{f \cdot E_j \cdot \epsilon_s}{1 + \frac{n \cdot \varphi}{100}} = \frac{F_b \cdot E_j \cdot \epsilon_s}{\frac{100}{\varphi} + n} \quad (92)$$

Hvis Svindspændingerne overstiger Betonens Trækstyrke, skulde der efter Teorien (se Fig. 189) i Prismets midterste Del danne sig uendelig mange Revner, men der vil i Virkeligheden altid være eet eller flere Tværnit, der er svagere end de andre og revner først. I de revnede Tværnit forsvinder baade Beton- og Jærnsplændingerne, saa at det mellem to Revner liggende Stykke af Prismet forholder sig som et selvstændigt Prisme med den i Fig. 189 viste Spændingsfordeling.

240. Jærnendens Glidning. (92) viser, at den totale Svindkraft  $T$  vokser med  $F_b$  og  $\varphi$ . Da den skal overføres fra Jærnet til Betonen paa Strækningen  $x$ , haves:

$$\tau_{bj} = \frac{T}{x \cdot o}$$

hvor  $o$  er Jærnarealets Omkreds. Er  $T$  stor og  $o$  lille, som naar et enkelt svært Rundjern er indstøbt i et svært Prisme, kan  $\tau_{bj}$  let blive saa stor, at Adhæsionen ophæves. Vil man modarbejde dette, maa man bruge mange spinkle Jærn og fordele dem jævnt over  $F_b$ ; Prismets Endeflade vil da forblive plan, bortset fra Smaakrumninger mellem Jærnene. Formentlig er der sjældent Adhæensionsforbindelse ved et Jærns yderste Ende. Ved Svindperiodens Begyndelse er den Strækning  $x_1$ , paa hvilken Adhæensionsspændingerne optræder, ganske kort, og  $\tau_{bj}$  naar hurtigt Brudværdien  $S_{bj}$  og erstattes af en mindre Friktionsspænding, medens de store Adhæensionsspændinger rykker ind paa den følgende Strækning  $x_2$ , indtil der her sker Glidning o. s. v. Sluttelig bli-

ver den kraftoverførende Længde  $x$  saa stor, at Summen af Friktions- og Adhæensionsspændingerne holder Ligevægt med  $T$ , og de nævnte Spændinger fordeler sig da som vist paa Fig. 191.

Størrelsen af  $x$  vil vokse med  $T$  og Jærndiameteren; er bægge disse store, synes  $x$  at kunne stige til  $1,5 \cdot \sqrt{F_b}$ .

I et Tværnit paa Strækningen  $x$  vil  $\sigma_{bs}$  være størst ved Jærnet og aftage udefter, medens der i et uendeligt langt Prisme ingen Variation vil være.

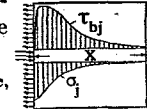


Fig. 191.

e. Jærnbetons Brudforlængelse og Revnespænding.

241. Jærnbetons Brudforlængelse har været Genstand for megen Strid.

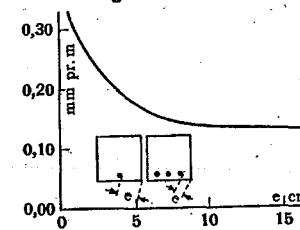


Fig. 192.

Medens franske Forskere har fundet, at Armeringen mangedobledt de  $0,2 \text{ mm/m}$ , som er en øvre Grænse for uarmeret Betons Brudforlængelse, har man i Tyskland fundet en langt ringere Virkning.



Fig. 193.

Ved Bøjningsforsøg med Bjælker optræder Revnerne først i Kanterne og des tidligere, jo større Afstanden fra

Kanten til nærmeste Jærn er. Afsættes denne Afstand som Abscisse og Bjælkeundersidens Forlængelse umiddelbart før Revnen optræder som Ordinat, har tyske Forsøg givet Kurven i Fig. 192, der gælder for vaadthærdnede Bjælker<sup>1)</sup>. Ved et enkelt Forsøg, ved hvilket Kanterne var særlig godt beskyttede, idet Armeringen bestod af en  $7 \text{ mm}$  tyk Plade (Fig. 193), i hvilken der var udfraeset to Længderiller, fandtes Brudforlængelsen at være godt  $0,4 \text{ mm/m}$ , men under normale Forhold ses Armeringens Virkning at være langt ringere.

Uoverensstemmelsen mellem de franske og tyske Forsøg bunder i Revnernes Finhed. Med det blotte Øje opdages Revnerne først, naar de har en ikke ubetydelig Vidde; bruges Lup, som ved de tyske Forsøg, kan Revnerne allerede ses, naar Vidden er  $\frac{1}{100} \text{ mm}$ .

I tør Beton opstaar Revnen ofte pludseligt med et hørligt Kniks, i vaad Beton kan den udvikle sig ganske jævnt, saaledes at der godt kan findes Tværnit, i hvilke Trækspændingen er Nul, uden at de to Flader fjerner sig saa meget fra-

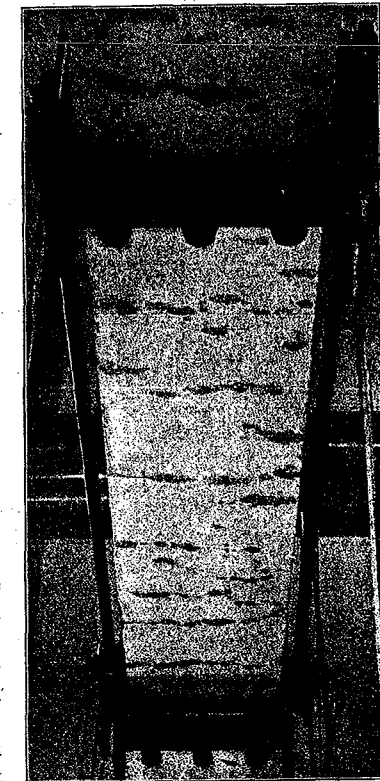


Fig. 194.

<sup>1)</sup> D. A. f. E. Heft 24, S. 5 og Heft 38, S. 16 (Bach & Graf).

hinanden, at det kan ses paa Betonens Overflade. Naar gennemvaade Jærnbetonbjælker belastes, opstaar der saaledes paa et givet Tidspunkt vaade Pletter paa Bjælkernes Underside, som først paavist af *Turneure*<sup>1)</sup>. Et Stykke Beton, der udsaves ved en af disse Pletter, var uden Sammenhæng. Pletterne er senere iagttagne af *Feret* og *Bach*, fra hvis Forsøg Fig. 194<sup>2)</sup> stammer. Naar de rigtige Revner viser sig, er det altid i disse Vandpletter, saa de skyldes utvivlsomt mikroskopiske Revner, gennem hvilke Vandet træder ud indfra. Ved Længdemaalinger paa Bjælkernes Over- og Underside konstaterede *Bach*, at Formforandringerne begyndte at vokse stærkere, naar disse Pletter viste sig. Ved Opdagelsen af den første Vandplet havde Bjælkernes Underside forlængt sig 0,06—0,10 mm/m, mens Revnerne først opdagedes ved en Forlængelse af 0,12—0,18 mm/m<sup>3)</sup>. For de Betonsorter og Jærnprocenter, der bruges i Praksis, er det tilfulde godtgjort, at den Forlængelse (stammende fra de ydre Kræfter), ved hvilken der fremkommer synlige Revner, ikke væsentlig overstiger 0,2 mm/m, og at den som Regel ligger mellem 0,1 og 0,2 mm/m<sup>4)</sup>, altsaa samme Værdi som for uarmeret Beton. Tallene gælder for omhyggeligt plejede Forsøgsbjælker; er der store Svindspændinger i Betonen, formindskes Tallene tilsvarende.

**242. Jærnbetons Revnespænding.** Er Brudspændingen for et uarmeret Betonprisme  $S_b^t$ , vil Revnespændingen for et tilsvarende armeret være:

$$\sigma_b = S_b^t \pm \sigma_s, \quad (93)$$

hvor  $\sigma_s$  er den numeriske Værdi af den Hærdningsspænding, som skyldes Armeringen (Fig. 184—85). Revnespændingen er altsaa større end den uarmerede Betons ved Vandhærdning og mindre end den uarmerede Betons ved Lufthærdning; jo federe Betonen er, des større vil Forskellen være<sup>5)</sup>.

For ganske ens Jærnbetonbjælker fandtes hosstaaende Værdier. Etaarige Jærnbetonbjælker, hærdnede henholdsvis i Luft og i fugtigt Sand, revnede ved Laster, der forholdt sig som 57:100<sup>7)</sup>. Den Last, ved hvilken Revnerne viser sig, er des ringere, jo magrere Betonen er, jo vaadere den er udstøbt, og jo kortere Tid den vandes. Revnelasten vokser med Betonens Alder, navnlig naar Betonen holdes vaad længe. Armeringsmaadens Indflydelse fremgaar af Fig. 192<sup>8)</sup>.

<sup>1)</sup> *Engineering News* 1904, Bd. 52, S. 214. <sup>2)</sup> *Mitt. u. F.*, Heft 45—47, Textblatt 1.  
<sup>3)</sup> Senere har man iagttaget de samme Pletter paa uarmerede Bjælker ved en Forlængelse af 0,075—0,10 mm/m og ved en Last svarende til ca.  $\frac{1}{4}$  af Brudlasten, uden at deres Optræden var ledsaget af nogen Diskontinuitet i Forlængelseskurven (*Mörsch*: Der Eisenbetonbau I, 1, 1920, S. 109).

<sup>4)</sup> Disse Tal er fundne ved Bøjningsforsøg. Ved Trækforsøg fandt *Bach* 0,06—0,10 mm/m (*Mitt. u. F.*, Heft 72—74), altsaa samme Værdier, ved hvilke Vandpletterne i de vaadt hærdnede Bjælker viste sig.

<sup>5)</sup> Se *D. A. f. E.*, Heft 24. En Oversigt over de talrige Forsøg paa dette Omraade findes i *Graf*: *Einiges zur Rissbildung des Eisenbetons* (B. u. E. 1910, S. 175). Se ogsaa *Mitt. u. F.*, Heft 45—47, S. 156.

<sup>6)</sup> *Bach & Graf*, *Mitt. u. F.*, Heft 72—74, S. 63. <sup>7)</sup> *Mitt. u. F.*, Heft 95, S. 13.

<sup>8)</sup> Ved Forsøgene i Fig. 192 fandtes for  $e > ca. 9$  cm Brudværdien af  $\sigma_b^t$  ens for uarmerede og armerede Bjælker, naar den bestemtes af Formelen  $\sigma_b^t = M:W$ , hvor  $M$  er henholdsvis Brudmomentet og Revnemomentet og  $W$  Modstandsmomentet ( $n=15$ ). Betonen i Hjærnet har altsaa været fri for Hærdningsspændinger. Naar  $e$  var mindre, fandtes  $\sigma_b^t$  større for de armerede Bjælker end for de uarmerede, og Forskellen voksede med aftagende  $e$ .

Begyndelsesspændinger, der frembringes ad anden Vej har samme Virkning, ved at indstøbe Jærnet i strakt Tilstand ( $\sigma_j^t = 600$  at) fandt *Bach*, at den Last, der fremkaldte Revner, steg med 50 pCt.<sup>1)</sup>

**Jærnspeændingen** umiddelbart før Betonen revner afhænger af dennes Brudforlængelse, som i Henhold til § 241 allerrhøjst kan sættes til 0,2 mm/m under de Hærdningsbetingelser, der hydes Betonen i Praksis. Regnes med denne Værdi findes:

$$\sigma_j = 2\ 100\ 000 \cdot \frac{0,2}{1000} = 420 \text{ at} \quad (94)$$

Inden Betonen revner, er Jærnspeændingerne altsaa smaa; det er først, naar Kraften fra den revnede Beton overføres til Jærnet, at dette udnyttes.

#### f. Jærnprocentens Indflydelse paa Brudmaaden.

**243.** Et Jærnbetonprisme uden Svindspændinger fra Armeringen vil revne, naar  $\sigma_b^t$  bestemte af Formel (87) har naaet Trækstyrken  $S_b^t$ . Prismets Revnelast bliver altsaa:

$$P_{Revne} = S_b^t \cdot (F_b + n \cdot f).$$

Naar Betonen revner, overføres hele Trækraften i det revnede Tværsnit til Jærnet, som muligvis trækkes over og muligvis er stærkt nok til at optage  $P_{Revne}$ . Vi vil derfor skelne imellem to Armeringsgrader:

Underarmerede Tværsnit:  $P_{Revne} = S_b^t \cdot (F_b + n \cdot f) = P_{Brud}$

Normalt armerede » :  $P_{Revne} = S_b^t \cdot (F_b + n \cdot f)$   $P_{Brud} = S_j^t \cdot f$  (95)(96)

Skal et pludseligt Brud undgaaes, maa Jærnprocenten være saa stor, at:

$$P_{Revne} < P_{Brud} \quad \text{eller} \quad S_b^t \cdot (F_b + n \cdot f) < S_j^t \cdot f$$

og indføres  $\varphi = 100 = f : F_b$ , bliver Betingelsen:

$$\frac{\varphi}{100} > \frac{S_b^t}{S_j^t - n \cdot S_b^t} \quad (97)$$

Under Forudsætningerne  $S_j^t = 4000$  at,  $S_b^t = 15$  at,  $n = 21$  findes  $\varphi > 0,41$  %.

Er  $\varphi$  noget større, vil  $P_{Revne}$  ikke fremkalde Brud, men **Flydning**, saa der sker store Deformationer, og Revnerne i Betonen bliver gabende. En saadan Tilstand er økonomisk at sidestille med et Brud og bør ikke indtræde uden Varsel. Den kritiske Værdi af  $\varphi$  findes af (97) ved Indsættelse af 2800 at i Stedet for  $S_j^t$  og bliver 0,60.

I ovenstaaende Beregninger er der ikke taget Hensyn til Betonens Svindspændinger. Disse vil virke som en Forringelse af  $S_b^t$ , altsaa sænke Grænsen for  $\varphi$ , og den i § 244 foretagne Undersøgelse viser, at man ved Brug af almindelige Materialer bør have  $\varphi \geq 0,5$  %, naar man vil undgaa, at Jærnet flyder, i det Øjeblik Betonen revner.

Et sejt Brud kan dog ogsaa tilvejebringes paa den Maade, at man ved særlige Forholdsregler under Støbningen ophæver Betonens Trækstyrke i eet eller flere Tværsnit.

<sup>1)</sup> *Mitt. u. F.*, Heft 90—91, S. 61.

<sup>2)</sup> Dette bekræftes fuldstændig af *Bach & Graf's* Forsøg (*D. A. f. E.*, Heft 10, S. 126; Heft 12, S. 144; Heft 122—23, Sammenstilling 14). Det gælder for baade svag og stærk Armering, for Plader og T-Bjælker (Heft 20, Sammenstilling 21). Det hele er sammenstillet i Heft 24.



Er  $\varphi$  mindre end beregnet af (97), falder Revnelast og Brudlast sammen; er  $\varphi$  større, giver (95) og (96):

$$\frac{P_{\text{Revne}}}{P_{\text{Brud}}} = \frac{S_b^t \cdot (F_b + n \cdot f)}{S_j^t \cdot f} = \frac{S_b^t}{S_j^t} \cdot \left( \frac{100}{\varphi} + n \right), \quad (98)$$

der viser, at Revnelasten udgør en desto mindre Brøkdelen af Brudlasten, jo større  $\varphi$  er.

244. Svindspændingernes Indflydelse paa Grænseværdien af  $\varphi$ . I et luftbærdnet Prisme vil Armeringen fremkalde Svindspændinger, hvis Størrelse i Forhold til Formel (91) i § 236 er:

$$\sigma_{bs}^t = E_b^t \cdot \frac{\varepsilon_s}{1 + \frac{100}{n \cdot \varphi}} = \frac{E_j \cdot \varepsilon_s \cdot f}{F_b + n \cdot f}. \quad (91a)$$

Naar et saadant Prisme udsættes for en ydre Trækkraft  $P$ , bliver den samlede Trækspænding:

$$\sigma_b^t + \sigma_{bs}^t = \frac{P}{F_b + n \cdot f} + \frac{E_j \cdot \varepsilon_s \cdot f}{F_b + n \cdot f} = \frac{P + E_j \cdot \varepsilon_s \cdot f}{F_b + n \cdot f}. \quad (99)$$

Dersom denne overskrider  $S_b^t$ , revner Betonen, og den tilsvarende Værdi af  $P$  er:

$$P_{\text{Revne}} = S_b^t \cdot (F_b + n \cdot f) - E_j \cdot \varepsilon_s \cdot f. \quad (95a)$$

Erstattes (95) med denne Værdi, findes Betingelsen for seigt Brud at blive:

$$\frac{\varphi}{100} > \frac{S_b^t}{S_j^t + E_j \cdot \varepsilon_s - n \cdot S_b^t}. \quad (97a)$$

Da baade  $\varepsilon_s$  og  $S_b^t$  vokser med Betonens Cementindhold og Alder, kan man tilnærmelsesvis sætte  $\varepsilon_s = S_b^t : 50\,000$ , og indføre  $n = 21$ , ændres (95a) og (97a) til:

$$P_{\text{Revne}} = S_b^t \cdot (F_b - 21 \cdot f) \quad \frac{\varphi}{100} > \frac{S_b^t}{S_j^t + 21 \cdot S_b^t}. \quad (95b) \quad (97b)$$

Med  $S_j^t = 4000$  og  $S_b^t = 15$  at findes  $\varphi > 0,35\%$ . Indsættes i Stedet for 4000 Flydespændingen 2800 at og  $S_b^t = 15$  og 20 og 30 findes  $\varphi = 0,48$  og  $0,62$  og  $0,88\%$ . For almindelig god Beton kan  $\varphi = 0,5\%$  fastsættes som en Minimumsværdi for Konstruktionsdele, der kan blive udsatte for større Trækkrefter, end de er dimensionerede for.

Er Jærnprocenten for lav i Forhold til Betonens Kvalitet, vil der altsaa fremkomme en gabende Revne ligesom i narmeret Beton. Er der derimod saa meget Jærn, at det kan optage hele Trækket uden at flyde, vil der fremkomme et større Antal finere Revner, som forklaret i § 232.

245. Det blev i § 229 nævnt, at et uarmeret Prismes Brudlast som Regel er større end et armeret Prismes Revnelast. Dette fremgaar af (95b). Uden de der gjorte Tilnærmelser kan Betingelsen udledes af (95a):

$$S_b^t \cdot F_b > S_b^t \cdot (F_b + n \cdot f) - E_j \cdot \varepsilon_s \cdot f$$

hvoraf:  $\varepsilon_s > S_b^t : E_b^t$  eller:  $\varepsilon_s > \varepsilon_{\text{Brud}}$

og dette vil som Regel være Tilfældet, da  $\varepsilon_{\text{Brud}}$  kun er ca. 0,15 mm/m.

Naar  $\varphi$  er lavere end de i Slutningen af § 244 udledede Værdier, vil Jærnindlægget altsaa ikke blot forringe Prismets Revnelast, men ogsaa dets Brudlast. I denne Forbindelse maa man ikke overse, at det armerede Prismes Brudlast ikke kan synke under  $S_j^t \cdot f$ , mens det uarmerede Prismes Styrke ikke er til at stole paa.

### g. Sikkerhed mod Revner.

246. Formel Sikkerhed. Ved Dimensionering af Trækstænger stoler man ikke paa Betonens Trækkstyrke, men indlægger saa meget Jærn, at dette alene er i Stand til at optage Kraften, altsaa:

$$f = \frac{P}{s_j}$$

Vælges Betonarealet lig  $F_b$ , vil  $P$  give Betonspændingen:

$$\sigma_b^t = \frac{P}{F_b + n \cdot f} \quad \text{eller} \quad \sigma_b^t = \frac{P + E_j \cdot \varepsilon_s \cdot f}{F_b + n \cdot f}$$

eftersom der ses bort fra Svindspændingerne eller ej (se Formel 99). Skal  $\sigma_b^t$  være lille, altsaa Revnesikkerheden stor, maa  $F_b$  og  $f$  gøres store, og den bedste Forholdsregel er erfaringsmæssigt at gøre  $f$  stor, men er  $f$  givet, er man henvist til at gøre  $F_b$  stor, altsaa  $\varphi$  lille.

Indføres  $P = f \cdot s_j$  og  $100 f = \varphi \cdot F_b$ , faas henholdsvis:

$$\sigma_b^t = \frac{s_j}{\frac{100}{\varphi} + n} \quad \text{og} \quad \sigma_b^t = \frac{s_j + E_j \cdot \varepsilon_s}{\frac{100}{\varphi} + n}$$

Revnesikkerheden ses at vokse med aftagende  $s_j$  og aftagende  $\varphi$ .

Hvis man for at sikre sig mod Revner foreskriver en tilladelig Betontrækspænding  $s_b^t$ , kan man indføre  $\sigma_b^t \leq s_b^t$  og løse Ligningerne m. H. t.  $\varphi$ :

$$\varphi \geq \frac{100}{\frac{s_j}{s_b^t} - n} \quad \text{og} \quad \varphi \geq \frac{100}{\frac{s_j + E_j \cdot \varepsilon_s}{s_b^t} - n}$$

Vil man nøjes med Sikkerheden 1 mod Revner, altsaa  $s_b^t = S_b^t$ , faas, naar man for Brudøjeblikket sætter  $n = 21$  og  $\varepsilon_s = S_b^t : 50\,000$ :

$$\varphi \geq \frac{100}{\frac{s_j}{S_b^t} - 21} \quad \text{og} \quad \varphi \geq \frac{100}{\frac{s_j}{S_b^t} + 21}$$

Jo større  $s_j : S_b^t$  er, des mindre maa altsaa  $\varphi$  holdes. Med  $s_j = 1200$  at findes hosstaaende Værdier; for en almindelig Beton med  $S_b^t = 15$  at og med Svindspændinger skal  $\varphi$  altsaa

	$S_b^t = 15$	20	30 at
være en Del mindre end 1 $\varphi$ ,			
naar man vil have nogen Sikkerhed mod Revner; og man kommer derved til Betontværsnit; der er meget store i Forhold til, at Betonens Opgave kun er at beskytte Jærnet, navnlig mod Rust, og at denne Beskyttelses Effektivitet i højere Grad afhænger af andre Faktorer end af Betontrækspændingens formelle Værdi.			
	Uden Svindspændinger: $\varphi \geq 1,69$	2,56	5,26 %
	Med — : $\varphi \geq 0,99$	1,23	1,64 %

247. Forskrifter og Forholdsregler. For indendørs Konstruktioner i normal Atmosfære forlanges der ingen Sikkerhed mod Revner, man gør ikke Betontværsnittet større, end at det netop kan rumme Jærnene, men for uendørs Konstruktioner foreskrives undertiden i Udlandet <sup>1)</sup> en Maksimalværdi for  $\sigma_b^t$ , der imidlertid er saa høj, samtidig med at der ses bort fra Svindspændingerne, at Sikkerheden i Virkeligheden er mindre end 1. Det maa ogsaa erindres, at der i § 246 kun er regnet med de Svindspændinger, der skyldes Jærnet, og ikke med, at Betonens Overflade svinder stærkere end det indre, og at der heller ikke er taget Hensyn til de overfladiske Trækspændinger, som en pludselig Afkøling fremkalder. Det har vist sig, at de nævnte Forskrifter ikke er tilstrækkelige <sup>2)</sup>, og det, man opnaar ved at gøre dem strengere, er næppe Umagen værd. Det er omdisputabelt, om de fine Revner, der her

<sup>1)</sup> Ved Bejning, hvor Forholdene er tilsvarende, forlanger de schweiziske Statsbaner (1915), at Trækspændingen ikke maa overstige 25 at i Jærnbanebroer og 30 at i andre Broer og i saadanne Bygverker, der er stærkt udsatte for Røg o. l. Ved denne Beregning sættes  $n = 1$  og  $E_b^t = E_b^t$ ,  $\sigma$ : der regnes med et homogent Tværsnit. Sverrig har lignende Regler.

<sup>2)</sup> Ing. 1916, S. 237.

tales om, truer Jærnet, og hvis det bekræftes, vil man kunne beskytte Jærnet paa bedre Maader end ved slige Forskrifter. Under alle Omstændigheder maa Forskrifterne ikke resultere i smaa Jærnprocenter, thi derved forringer man Sikkerheden mod grove Revner. De fleste Jærnbetonkonstruktioner er udsatte for Overbelastning navnlig hidrørende fra Svindkræfter (§ 227), og en lille Jærnprocent kan da medføre gabende Revner.

**De bedste Forholdsregler** mod Fremkomsten af skadelige Revner er følgende:

- (1) En lav Værdi af  $s_j$ , thi derved holdes  $e_b^t$  lav.
- (2) En høj Jærnprocent, altsaa et lille Betontværsnit; Betonen vil da revne paa et tidligt Tidspunkt, men i Stedet for spredt liggende grove Revner, vil der opstaa tætliggende, fine Revner, hvilket dels skyldes de i § 232 nævnte Forhold, dels følgende Omstændighed. Jærnspændingen før og efter Revnedannelsen er:

$$\sigma_j = \frac{P}{\frac{1}{n} \cdot F_b + f} \quad \sigma_j' = \frac{P}{f}$$

Jo større  $F_b$  er, des større er  $\sigma_j' : \sigma_j$ , og des stærkere det Ryk i Jærnet, hvormed Spændingsstigningen sker, naar Revnen dannes. Ved dette Ryk overstiger Jærnspændingen momentant Værdien  $\sigma_j$ , og en Ophævelse af Adhæsionen begünstiges, hvorved Revnen forgroves. Jo mindre  $F_b$  er, des mindre Indflydelse har denne Størrelse paa  $\sigma_j$ ; er  $F_b$  lille, danner Revnerne sig blidt, og Adhæsionen bevares i højere Grad.

(3) Brug af spinkle Jærn, helst Ribbæjern og lign., der lægges med ringe Afstand og nær Betonoverfladen (§ 232—3).

(4) Rigelig og langvarig Vanding af den størknede Beton (§ 242).

For at forøge Sikkerheden mod Revner har den norske Ingeniør *Lund* foreslaaet at belaste Jærnene med ydre Trækkkræfter under Indstøbningen og Hærdningen. Betonen vil da blive sammentrykket, naar de ydre Kræfter fjernes. Forsøg (§ 242) har vist, at Fremgangsmaaden svarer til Hensigten, men den er vanskelig at gennemføre i Praksis, undtagen i særlige Tilfælde, som f. Eks. ved Buebroer med Kørebanen hængende under Buen; Omstøbningen af Hængestængerne kan da opsættes til Kørebanen er afformet, og Jærnene har faaet den til den hvilende Last svarende Spænding. Ogsaa Buers og Rammers Trækbaand kan undertiden lades uomstøbte, indtil Buen er bærende.

**h. Svindrevner stammende fra ydre Modstande.**

**a. Absolut Modstand.**

248. Vi har hidtil betragtet  $P$  som en af Svindet uafhængig ydre Kraft, men meget ofte er  $P$  en Modstand, der fremkaldes af Svindet; naar f. Eks. en Gitterstang svinder, vil Knudepunkterne ofte yde Modstand; naar en Bjælke svinder, vil Søjlerne yde Modstand; naar en Plade svinder, vil Bjælkerne yde Modstand.

Fig. 195 viser Længdesnit i et Betonprisme, der er indstøbt i to Mure, saaledes at Enderne er fuldstændig fastholdte og Længden  $l$  absolut uforanderlig. Under Prismets Forsøg

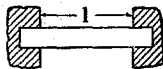
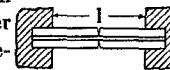


Fig. 195.

paa at blive kortere, opstaa der Trækkspændinger, der til enhver Tid er saa store, at de giver Prismet en Forlængelse, der netop opvejer Svindet:  $\sigma_b^t = \epsilon_s \cdot E_b^t$ . Naar  $\epsilon_s$  er blevet saa stor, at  $\sigma_b^t = S_b^t$ , vil Prismet revne, og Revnens Vidde vil være lig  $l \cdot \epsilon_s$ . Senere vil de to Prismestykker naturligvis svinde yderligere. Til at hindre Revnen i at danne sig har man kun to Midler: Forringelse af Svindet og Forøgelse af Trækstyrken.

Er Prismet armeret med en Jærnstang, maa ogsaa dennes Længde forblive uforandret, og det indses let, at den ikke nogle Steder kan være trykket og andre Steder strakt; følgelig maa den forblive spændingsløs under Svindet og uden Indflydelse paa Brudspændingen. Først efter at Betonen er revnet, træder den i Funktion, idet de to Prismestykker



ikke kan trække sig bort fra hinanden, saa længe de adhærer til Stangen (Fig. 196). I det revnede Tværsnit faar Jærnstangen en Trækkspænding, der er noget mindre end  $S_b^t \cdot F_b : f$ , da de ydre Dele af Prismet har kunnet forkorte sig noget, og denne Trækkspænding aftager hen imod Enderne og gaar jævnt over i en Trykspænding, saaledes at Stangens Længde stadig forbliver konstant. Betonens Trækkspænding er Nul i Revnen, men i nogen Afstand fra Revnen vil den atter være oppe paa Brudværdien, saa der ogsaa her maa komme en Revne o. s. v. I Stedet for det uarmerede Prismes ene, brede Revne, faar man altsaa her flere fine Revner, hvis samlede Vidde er ringere end den enes, da der stadig er Trækkspændinger i de mellem Revnerne liggende Betonstykker (Fig. 182 i § 232). Betingelsen for at Revnerne ikke gaber er, at Jærnets Flydespænding ikke overskrider, altsaa  $S_b^t \cdot F_b : f \leq 2800$  eller  $\varphi \geq S_b^t : 28$ . Er  $S_b^t = 15$  at, kræves altsaa  $\varphi \geq 0,54$  %.

Fig. 196.

Hvis en Jærnbetonplade befinder sig under de i Fig. 196 viste Forhold, og hvis der i denne Plade er et lodret Hul, vil de første Svindrevner gaa gennem dette og fremkomme paa et Tidspunkt, hvor  $\sigma_b^t$  i den øvrige Del af Pladen er forholdsvis ringe; men ogsaa i denne Del kan Spændingen stige til  $S_b^t$ , blot paa et senere Tidspunkt, hvor Svindet og dermed Trækket er blevet større. Da Svindkraften er ens i det gennemhullede og i det normale Tværsnit, bliver Betingelsen for, at Revnerne ikke gaber, den samme som før, og det nødvendige Jærnareal  $f$  bliver derfor ens i bægge Snit. I kontinuerlige Plader og Bjælker over uendeligt mange Fag er Svindforholdene de samme som de her beskrevne.

**β. Elastisk Modstand.**

249. Uarmeret Prisme. Hvis det uarmerede Prisme ikke møder en absolut Modstand mod Svindet, men f. Eks. er faststøbt til nogle

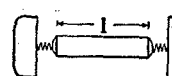


Fig. 197.

Fjere (Fig. 197), vil disse virke som en ydre Kraft  $P_y$ , hvis Størrelse er proportional med Fjerens Forlængelse. Er Prismets Svind  $l \cdot \epsilon_s$  (Fig. 198) og den Forlængelse, som  $P_y$  fremkalder:  $l \cdot \epsilon_2$ , vil Fjerens Forlængelse være  $l \cdot \epsilon_3$ , altsaa:

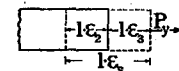


Fig. 198.

$P_y = k \cdot l \cdot \epsilon_3$ , hvor  $k$  er en af Fjerens Stivhed afhængig Konstant. Desuden haves:

$$\epsilon_2 = \frac{P_y}{F_b \cdot E_b^t} \quad \text{altsaa} \quad \epsilon_s = \epsilon_2 + \epsilon_3 = \frac{P_y}{F_b \cdot E_b^t} + \frac{P_y}{k \cdot l}$$

hvoraf: 
$$P_y = \frac{\epsilon_s}{\frac{1}{F_b \cdot E_b^t} + \frac{1}{k \cdot l}} \quad \text{og} \quad \sigma_b^t = \frac{P_y}{F_b} = \frac{E_b^t \cdot \epsilon_s}{1 + \frac{E_b^t}{k \cdot l}} \quad (100) (101)$$

Er Fjerene uendelig stive ( $k = \infty$ ), haves Tilfældet Fig. 195; er Fjerene uendelig slappe ( $k = 0$ ), haves  $\sigma_b^t = 0$ ; for en Mellemværdi af  $k$  vil  $\sigma_b^t$  vokse med Prismets Slankhed.

Hvis man f. Eks. i en svær Ramme anbringer en spinkel Tværstang (Fig. 199), vil denne paa Grund af sin Spinkelhed svinde stærkere end Rammen og trække de to Sider til sig, og Rammens Modstand er proportional med Indbøjningen. Er Stangens Tværnit og Svind givet, er alle Størrelser i Ligning (101) konstante, undtagen  $l$ . Betonspændingen i en saadan Stang paa et givet Tidspunkt, f. Eks. 1 Maaned efter Støbningen, vil altsaa være des større, jo større  $l$  er, naar Rammens Stivhed forudsættes uafhængig af  $l$ .

Prismet i Fig. 197 vil revne senere (for et større  $\epsilon_s$ ) end Prismet i Fig. 195, og Vidden af den nydannede Revne vil være større (lig  $l \cdot \epsilon_s$ ).

**250. Armeret Prisme.** Er Prismet armeret, vil dets Svind modvirkes af baade Armeringen og Fjerene, hvis Virkninger er ganske sideordnede. Trykkraften i Jærnet bliver  $P_j = \epsilon_s \cdot E_j \cdot f$ . Trækkraften i Fjerene bliver  $P_y = \epsilon_s \cdot k \cdot l$ , altsaa:

$$\frac{P_y}{P_j} = \frac{k \cdot l}{f \cdot E_j} \quad \text{og} \quad P_j + P_y = P = \epsilon_s \cdot (k \cdot l + f \cdot E_j) \quad (102)$$

hvoraf:

$$\epsilon_s = \frac{P}{k \cdot l + f \cdot E_j} \quad (102)$$

Endvidere haves:

$$\epsilon_s = \frac{P_j + P_y}{F_b \cdot E_b^t} = \frac{P}{F_b \cdot E_b^t} \quad \text{altsaa:} \quad \epsilon_s = \epsilon_s + \epsilon_s = \frac{P}{F_b \cdot E_b^t} + \frac{P}{k \cdot l + f \cdot E_j} \quad (100a)$$

hvoraf:

$$P = \frac{\epsilon_s}{\frac{1}{F_b \cdot E_b^t} + \frac{1}{k \cdot l + f \cdot E_j}} \quad (100a)$$

Af (102) og (100a) følger:

$$P_j = \epsilon_s \cdot E_j \cdot f = \frac{\epsilon_s \cdot E_j \cdot f}{1 + \frac{\epsilon_s \cdot k \cdot l}{F_b \cdot E_b^t}} \quad P_y = \epsilon_s \cdot k \cdot l = \frac{\epsilon_s \cdot k \cdot l}{1 + \frac{\epsilon_s \cdot k \cdot l}{F_b \cdot E_b^t}} \quad (103)$$

Af den Maade, paa hvilken  $P_y$  er udledt, fremgaar, at den kun paavirker  $F_b$ , ikke  $F_b + n f$ . Betonspændingen findes af (100a):

$$\sigma_b^t = \frac{P}{F_b} = \frac{E_b^t \cdot \epsilon_s}{1 + \frac{\epsilon_s \cdot k \cdot l}{F_b \cdot E_b^t}} \quad (101a)$$

Betingelsen for, at Prismet ikke revner, er  $\sigma_b^t \leq S_b^t$ , der indført i (101a) sammen med  $\epsilon_s = \alpha \cdot S_b^t$ , giver:

$$\varphi \leq \frac{100}{n} \cdot \left( \frac{1}{\alpha \cdot E_b^t - 1} - \frac{k \cdot l}{F_b \cdot E_b^t} \right)$$

Med  $E_j = 2100\,000$ ,  $E_b^t = 100\,000$ ,  $\alpha = 1 : 50\,000$  faas:

$$\varphi \leq 4,76 \cdot \left( 1 - \frac{k \cdot l}{100\,000 \cdot F_b} \right)$$

Denne Størrelse aftager fra 4,76 til  $-\infty$ , naar Brøken vokser fra 0 til  $\infty$ . En negativ Værdi af  $\varphi$  betyder, at Revnedannelse ikke kan undgaas. Faren for Revner er i alle Tilfælde mindst, naar  $\varphi = 0$ . Jo slankere Prismet er, des mindre maa  $\varphi$  holdes, naar Revner skal undgaas.

Sagen stiller sig anderledes, naar man ikke vil sikre sig mod fine, men mod grove Revner. Hvis Betonen revner i et enkelt Tværnit, og hvis Prismet er saa langt, at  $P_y$  derved kun formindskes i uvæsentlig Grad, bliver Jærnspejndingen i det revnede Tværnit  $\sigma_j = P_y : f$ . Denne Spænding kan beregnes ved Hjælp af (103), og Betingelsen for, at den ikke overstiger Jærnets Flydespænding  $\sigma_F$ , bliver, naar vi for Kortheheds Skyld indfører  $\beta = k \cdot l : F_b \cdot E_b^t$ :

$$\varphi \geq \frac{50}{n} \cdot (1 + \beta) \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot E_b^t \cdot \epsilon_s \cdot \beta}{\sigma_F \cdot (1 + \beta)^2}} \right)$$

En Undersøgelse viser, at denne Størrelse vokser med  $\beta$ , hvilket betyder, at  $\varphi$  maa vokse med Prismets Slankhed, naar gabende Revner skal undgaas.



Fig. 199.

### 3. Stødforbindelser.

#### a. Umiddelbare Jærnforbindelser.

**251.** Naar Jærnene i en Betonkonstruktion skal stødes, bruger man som Regel Betonen til Overførelse af Kraften, men i visse Tilfælde kan Beton-dimensionerne være saa knebne, at man nødes til at forbinde Jærnene umiddelbart, hvilket kan ske ved Svejsning, Skruemuffer eller Bolte (§ 271), hvorved det maa kræves, at Forbindelsen har samme Styrke som et gennemgaaende Jærn.

**252. Svejsning** af Trækjærn er ikke meget brugt, da man aldrig er sikker paa Svejsningens Godhed, med mindre man prøver hvert enkelt Svejsested. Svejsesteder bør saa vidt muligt lægges paa de mindst udsatte Punkter, og inden Svejsningen maa Enderne stikkes op, saa Svejsestedet ikke bliver tyndere end Stangens normale Tværnit. Svejsningen skal udføres meget omhyggeligt, uden Overhedning, og hvert enkelt Svejsested bør besigtiges, ligesom enkelte Bøje- eller Trækprøver er at anbefale. Ofte aflaster man Svejsestedet ved at lægge et Par korte, spinklere Stænger paa Siderne af det.

Trykjærn kan stuksvejses ved elektrisk Modstandssvejsning; undertiden kan det betale sig at samle afskaarne Jærnender paa denne Maade.

**253. Muffeforbindelser.** Skruemuffer med modsat skaaret Gevind i de to Ender giver en dyr, men god Samling, kun maa man stukke Jærnenderne op forinden Skrueskæringen eller tage Hensyn til den Svækkelse, Skrueskæringen medfører; de har f. Eks. været brugt i Jærnbetonskibe og andre Steder, hvor svære Jærn skulde stødes indenfor en ringe Betontykkelse. Bardunstrammere (Fig. 200) fylder mere; de faas passende til Rundjærn af 10—50 mm Diameter og enten uden eller med de viste Jærnender; i sidste Tilfælde svejses disse til Armeringsjærnene ved A.

En billigere Muffeforbindelse er vist i Fig. 201<sup>1)</sup>. Jærnene opstikkes i Enderne og stikkes ind i en Staal-muffe, som derpaa udstøbes med sandfri Cement-mørtel. Lignende Muffer kan erstatte Ankerplader (Fig. 202).

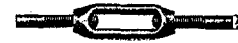


Fig. 200. Bardunstrammer.

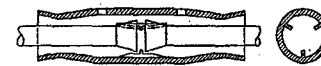


Fig. 201. Samlemuffe.

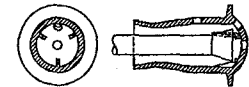


Fig. 202. Endemuffe.

#### b. Betonforbindelser.

##### a. Oversigt.

**254.** Hyppigst bruges Betonen som kraftoverførende Led mellem de to Jærn, der skal stødes, idet man lader dem overdække hinanden paa et Stykke, og Jærnene skal da hvert især kunne paavirkes til Brud eller i alt Fald til Flydning uden at glide ud af Betonen, og uden at Betonen brydes. Man maa derfor først sørge for, at Jærnene ikke kan glide ved enten at gøre Overdækningen saa lang, at den tilladelige AdhæSSIONsspænding ikke overskrides, eller ved at give Jærnenderne Kroge eller Ankerplader af en saadan Form

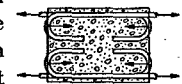


Fig. 203.

<sup>1)</sup> B. u. E. 1924, S. 306 (Forssell).

og Størrelse, at de ikke knuser Betonen, og derefter maa man tænke sig det kraftoverførende Betonlegeme løsskaaret og beregne de Spændinger, det faar under Paavirkning af Jærnkrafterne (Fig. 203).

Man har prøvet at kroege Jærnene direkte sammen, men det gav en meget slet Forbindelse, thi i saa Fald har man ikke Betonen til at overføre Kraften, og Jærnforbindelsen er for primitiv til at kunne gøre det uden store Deformationer. Enten maa man lave en regulær Jærnforbindelse, eller ogsaa maa man bruge en passende stor Stødlængde.

Det fordoblede Jærntværsnit paa Stødlængden vil forøge Stivheden, saalænge Jærnene ikke bevæger sig i Forhold til hinanden, og ved gode Forbindelser gælder dette helt op til Brud. De første Tværrævner plejer at komme ved Stødets Ender, hvor det halve Antal Jærn stopper, men de kommer ikke tidligere end ved Brug af gennemgaaende Jærn.

**255. Stødmaader.** Naar der ses bort fra Brugen af Ankerplader, kan der skelnes mellem (1) og (2):

(1) **Adhæsiionsstød**, ved hvilke Jærnerne ikke kroges, saaledes at Kraftoverføringen fra Jærn til Beton og omvendt kun kan ske gennem Adhæsiions-spændinger. Ved saadanne Stød beregnes Stødlængden af den i § 22 udledede Formel:

$$l \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{\sigma_j}{t_{bj}} \cdot d = 2,5 \cdot \frac{\sigma_j}{s_{bc}} \cdot d \quad (104)$$

De danske Normer tillader Adhæsiionsstød i følg. Tilfælde:

(a) Ved alle Trykjærn; Reglen findes i § 168 under Søjler.

(b) Ved Trækjærn med  $d \leq 1,2$  cm, saafremt de ligger i Plader. Se desangaaende § 368<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> At man ved en simpel Overdækning af svært Jærn (25 mm) i Almindelighed ikke kan komme op over Flydegrænsen er direkte paavist ved Bjælkeforsøg, som Scheit og Waurziniok har udført (Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Heft 14, S. 22). For at naa op til Flydegrænsen krævedes ved disse Forsøg en Overdækningslængde af 50 d.

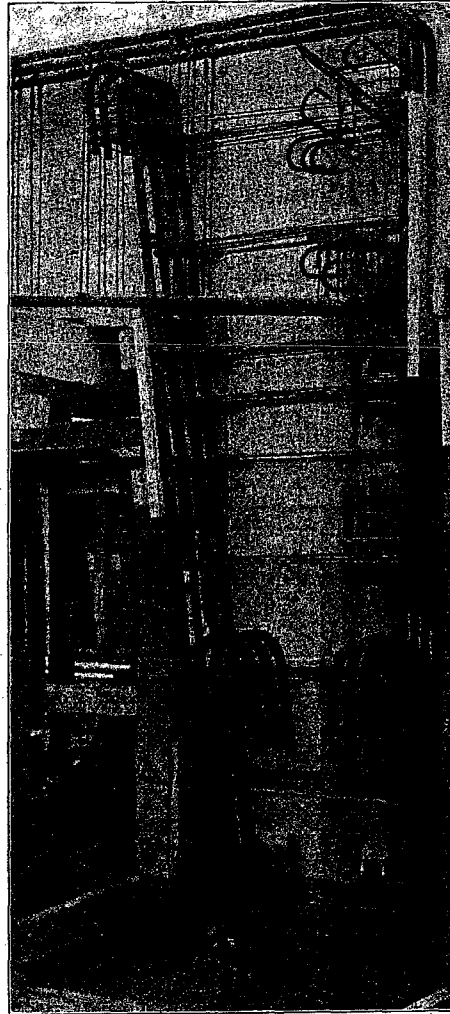


Fig. 204. Stød i Rammekonstruktion.

(2) **Krogstød**, ved hvilke Jærnene forsynes med de i § 29 omtalte Endekroge (Fig. 205), saaledes at Kraftoverføringen kan ske, selv om Adhæsiionen svigter. Saadanne Stød er de mest brugte (Fig. 204), og Regler for Udførelsen findes under Trækstænger (§ 265), Plader (§ 368) og Bjælker (§ 484). Det foreliggende Afsnit omhandler de Brudmuligheder, der i Almindelighed foreligger, og Midlerne til at hindre Brud.

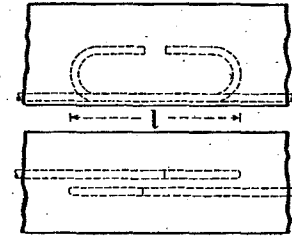


Fig. 205.

**β. Brudmuligheder.**

**256. Oversigt.** Ved Krogstød er det forsigtigst at se bort fra Adhæsiionen og tænke sig Jærnets fulde Trækkraft overført til Betonen gennem Krogen som en Trykkraft, der opfanges af det andet Jærns Krog (Fig. 203). Under disse Forhold er der følgende Brudmuligheder: (1) Forskydningsbrud i Betonen, (2) Bøjningsbrud i Betonen, (3) Trykbrud ved Krogene, (4) Trykbrud paa hele Stødlængden. En 5' Mulighed, Glidning af Jærnet i Overensstemmelse med Fig. 206, kan der ses bort fra. En saadan Glidning kan indtræde, men som nævnt i § 29 standser den af sig sely.

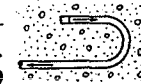


Fig. 206.

**Forskydningsbrud.**

**257. Forskydningsbrud i Betonen** undgaar man ved at bruge en passende Stødlængde.

Hvis en tynd Jærnbetonplade med stødte Jærn paavirkes til Træk, vil den, hvis Stødlængden er kort, brydes efter Zig-Zag Linien c-c (Fig. 207). Tænkes denne opløst i Elementer parallelle med og vinkelrette paa Jærnretningen, skal Forskydningsstyrken i de første og Trækstyrken i de sidste samtidig overvindes, og Modstanden kan derfor regnes at være den samme, som hvis Bruddet skete langs den i Fig. 208 punkterede Flade. Da man ikke

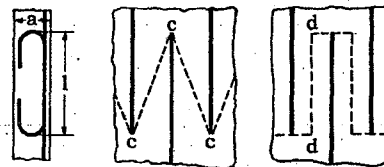


Fig. 207.

Fig. 208.

tør regne med Betonens Trækstyrke, har man kun Forskydningsstyrken i Fladerne d-d at stole paa. Kaldes den forskydende Kraft i denne Flade Q, bliver Ligevægtsbetingelsen:

$$Q = \tau_b \cdot l \cdot a,$$

hvor  $\tau_b$  er den gennemsnitlige Forskydnings-spænding, og er dennes tilladelige Værdi  $t_b$ , bliver den nødvendige Stødlængde:

$$l \geq \frac{Q}{a \cdot t_b} \quad (105)$$

Er Jærnkrafterne ulige store, findes (Fig. 209):

$$Q_1 = P_1 \quad Q_2 = P_1 - P_2 \quad Q_3 = P_1 - P_2 + P_3 \quad \text{o. s. v.}$$

Er Jærnkrafterne ens og lig P, faas:

$$Q_1 = P \quad Q_2 = 0 \quad Q_3 = P \quad \text{o. s. v.}$$

Er Kraften i Yderjærnet  $\frac{1}{2}P$  og i de øvrige Jærn P, faas:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 \quad \text{o. s. v.} = \frac{1}{2}P, \text{ og samme } Q\text{-Værdier faar man,}$$

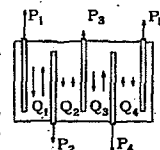


Fig. 209.

hvis Pladen er uendelig bred eller danner en lukket Cylinder, saa der ingen Yderjærn er.

Den Værdi af  $Q$ , der skal indføres i (105), kan ikke blive mindre end  $\frac{1}{2}P_{maks}$ , naar  $P_{maks}$  er den største Jærnkraft, og man kan altid ordne Stødet saadan, at  $Q \geq P_{maks}$ .

For  $a$  bør man som Regel kun indføre Kroghøjden, som normalt er  $7d$ . Regnes med denne Værdi og  $t_b = 0,1 \cdot s_b^{bc}$  samt  $Q = P = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma_j$ , faas:

$$l \geq 1,12 \cdot \frac{\sigma_j}{s_b^{bc}} \cdot d. \quad (105a)$$

**Forskrifter for Stødlængden** findes i de fleste Jærnbetonnormer, men er altid meget raa, idet der ikke skelnes mellem Yderjærn og Iderjærn og ikke tages Hensyn til Dimensionerne af det Betonlegeme, i hvilket Stødet foregaar. Efter de danske Normer har man saaledes i alle Tilfælde Lov at bruge Stødlængden:

$$l \geq 10 + 30d \quad (106)$$

der næsten altid vil vise sig større end den af (105a) bestemte.

**258. Krydsede Kroge.** Hvis de to Jærn, der stødes, ligger tæt ved hinanden, kan man forøge Sikkerheden mod Forskydningsbrud ved at dreje Krogene mod hinanden ind gennem Forskydningsfladen, saa de kommer til at ligge over Kors og direkte overfører Kraften<sup>1)</sup>. Fig. 210 viser en Stød-

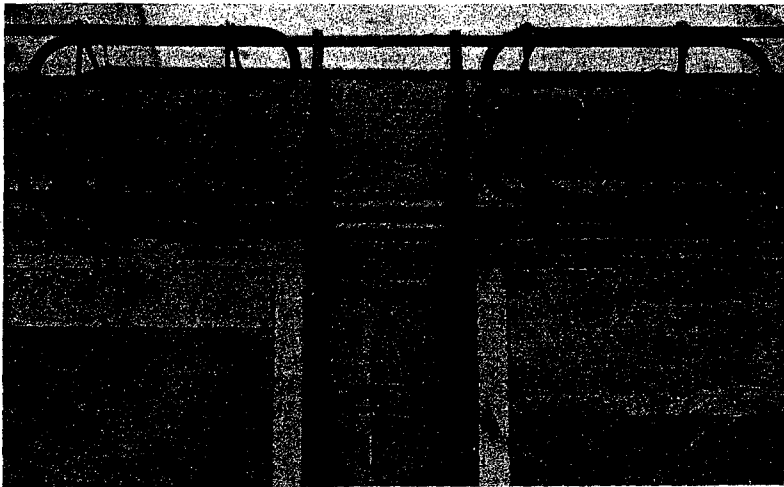


Fig. 210. Stød med krydsede Kroge.

forbindelse af denne Art; de to Stænger, der mødes over Søjlen, er armerede som Søjler, og Hjørnejærnenes Kroge er drejede ind i Diagonalplanerne, mens de fire Stødjærn har deres Kroge liggende i lodrette Planer. Fig. 211 viser en tilsvarende Ordning, hvor 4 Stænger mødes i en Søjle; Stødjærnene i

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Stød i Jærnbetontjælker (Ing. 1927, S. 232).

Vest-Øst-Retningen er lagt ind under Hovedjærnene for ikke at støde sammen med Stødjærnene i Nord-Syd-Retningen, og deres Kroge er derfor lagt vandret.

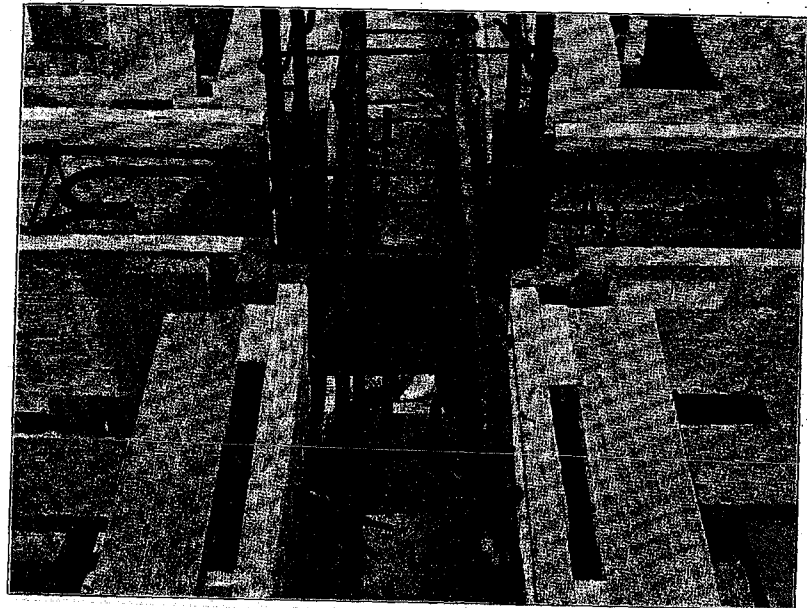


Fig. 211. Stød med krydsede Kroge.

### Bøjningsbrud.

**259.** Er der tilfældigvis et Støbeskel ved bægge Ender af  $l$  (Fig. 212), eller revner Betonen langs de viste Linier, bliver Strimlen mellem disse paavirket til Bøjning som en indspændt Bjælke med Højde  $l$  og Spændvidde  $e$ . Derfor bør man i Plader med stor Jærnafstand indlægge Tværjærn i Bunden af Krogene.

Ved ekscentriske Stød som Fig. 213 opstaar ogsaa Bøjningsspændinger. Naar Revnerne  $ab$  og  $cd$  har dannet sig, vil Fladen  $bc$  faa baade Bøjnings- og Forskydnings-spændinger. I et Tilfælde som dette bør Jærnene lægges tæt paa hinanden, saa Ekscentriciteten bliver Minimum, og nogle Konstruktører følger dette Princip ved alle Stød, saa de ingen Bøjningsspændinger faar, men til Gengæld bliver de tætliggende Jærn daarligt omstøbt. Hvis man stoler paa Adhæsionen,

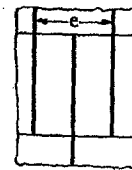


Fig. 212.

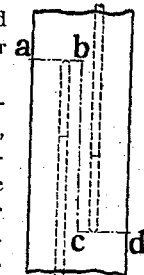


Fig. 213.

som ved Stød uden Kroge, bør man utvivlsomt sprede Jærnene; ved Stød med Kroge er det næppe saa vigtigt.

Ved Forsøg med Bjælker, armerede med et enkelt stødt Jærn fandt Scheit & Wawrziniok, at Bjælkernes Brudlast var 14 010 kg, naar der var Afstand mellem Stængerne, 13 460 kg naar disse laa tæt og var sammenbundne i 3 Punkter, og 13 310 kg, naar de var surret sammen paa hele Stødlængden.

**Trykbrud ved Krogene.**

**260. Trykspændingens Størrelse.** Da Forholdet mellem Betonens Tryk- og Forskydningsstyrke aftager med Trykstyrken, kan trykssvåg Beton knuses lokalt i Krogens Anlægsflade, inden der er sket Forskydningsbrud (Fig. 214); medens Krogenden A bliver liggende, bevæger B sig i Pilens Retning. Jærnet i Krogens Runding flyder og knuser Betonen, og da den knuste Beton hober sig op foran Krogen, udøver den et Sidetryk, der kan sprænge Legemet, som nærmere forklaret i § 481 og 518.



Fig. 214.

For at faa et Begreb om Størrelsen af den Trykspænding, der virker mellem Krogen og Betonen, kan man betragte et højleformet Jærn (Fig. 215), der i begge Ender er paavirket af et Træk P. Virker den nævnte Trykspænding  $\sigma_b$  som vist, og er Bøjlsvidde  $d'$ , paa:

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot P}{d \cdot d'} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma_j}{d \cdot d'} = \frac{\pi \cdot d}{2 \cdot d'} \cdot \sigma_j \quad (107)$$

Er  $d' = 5d$ , som ved en normal Krog, faas:

$$\sigma_b = \frac{\pi}{10} \cdot \sigma_j \quad (108)$$

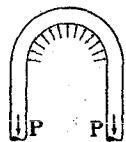


Fig. 215.

For Krogens Vedkommende bortfalder den ene af Kræfterne P, men til Gengæld virker Trykket saa skævt (Fig. 44 i § 29), at  $\sigma_b$  næppe bliver væsentlig mindre. For  $\sigma_j = 1200^{at}$  findes  $\sigma_b = 377^{at}$ , en meget høj Spænding, selv om Betonens Knusningsstyrke under slige Forhold er langt større end Tærningestykken.

Evnen til at modstaa Krogtrykket afhænger dels af Betonens Tærningestykke, dels af den Modstand, de trykkede Betondeles Tværuddvidelse møder; denne Modstand er stor, hvis Krogen ligger midt i en svær Betonblok, og lille, hvis Krogen ligger nær ved Betonens Overflade. Ved Legemerne Fig. 51 i § 31 knustes Betonen ikke, skønt Trykket, bestemt af (107), naaede Værdien  $\sigma_b = 2180^{at} = 5,2 \cdot S^c$ , altsaa  $\sigma_j = 10 \cdot S^c$ , men støder man Jærnene i en Bjælke, kan der ske Knusning ved langt lavere Spændinger (§ 481), og Modstandsevnen maa da forøges ved en Tværarmering.

**261. Tværarmering ud for Krogene.** Almengyldige Regler for denne Tværarmering kan ikke gives, da de af Krogtrykkene frembragte Tværkræfter kan holde hverandre i Ligevægt i forskellig Grad; man maa tænke sig hver enkelt Krog virkende som en sprængende Kile og tværmere saaledes, at den omgivende Beton ikke kan sprænges. Tænker man sig Krogtrykket P jævnt fordelt over en Kvartcirkel (Fig. 216), kan det erstattes af de viste Komposanter, hvis Vinkel med P er  $22\frac{1}{2}^{\circ}$ . I Fig. 217 er for en Trækstang med rektangulært Tværnsnit og 8 ens Jærn, 4 i hver Bredside, tegnet en saadan Side med tilhørende Krogtrykskomposanter. Disse kan alle optages af Betonen undtagen

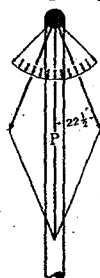


Fig. 216.

Yderjærnenes Yderkomponent, som vil sprænge

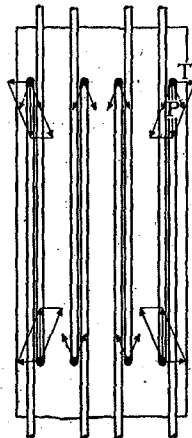


Fig. 217.

den ydre Betonskal af. Ligevægten her maa tilvejebringes ved en Tværarmering, og Trækraften i denne finder man ved at opløse P som vist; dens Størrelse bliver  $T = P \cdot \text{tg } 22\frac{1}{2}^{\circ} = 0,414P$ . Der bør følgelig ved hver Ende af Stødlængden indlægges en Tværarmering, der kan optage denne Kraft, og det samme gælder for Trækstangens modstaaende Side.

Af denne Teori følger, at det i et Tilfælde som Fig. 217 er hensigtsmæssigt at give de 4 Yderjærn et halvt saa stort Tværnsnit som de 4 Inderjærn; alle Trykkomposanterne bliver da ens, og Tværtrækkets Størrelse bliver  $T = 0,414 P_y$ , altsaa væsentlig mindre end før.

**262. Tværarmeringens Form** maa afpasses efter Forholdene, saaledes at den bedst muligt modvirker Sprængningerne. Særlig virksom er en Bevikling. Ved de i Fig. 218 viste Trækprøvelegemer af Alcementbeton 1 : 2 : 3 med Stødlængde  $l = 10d$  skete Bruddet i Jærnet udenfor Betonen, saafremt denne var 2 Døgn gammel, og af 1 Døgn gamle Legemer forholdt det halve Antal sig paa samme Maade, medens Resten brødes ved Knusning i Betonen uden dog at være svagere end de øvrige. Knusningen skete ved den lukkede Ende af Stødbøjlen, fordi Bøjlsens Trykflade her er mindst. Trykspændingen i denne Flade var for

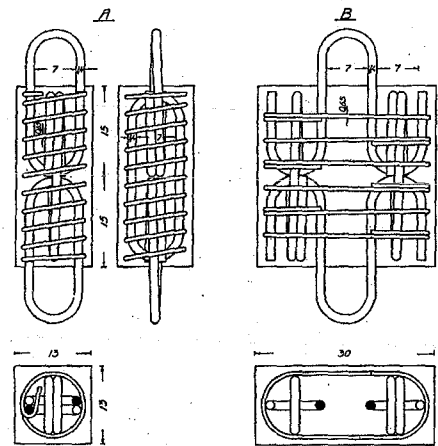


Fig. 218.

Legemerne A:  $\sigma_b = \frac{11300}{7 \cdot 1,4} = 1150^{at}$  eller 2,8 Gange Betonens Tærningestykke; havde Beviklingsjærnet manglet, vilde man for et saa spinkelt Betonlegeme utvivlsomt

ikke have naaet denne Værdi. At der ogsaa kunde ske Trykbrud i Legemerne B til Trods for det fordoblede Antal Kroge og Stødbøjler, maa dels skyldes Krogtrykkets Ekscentricitet, dels den mindre virkningsfulde Beviklingsmaade. Alle Legemerne revnede mer eller mindre tidligt i det midterste Tværnsnit; dette bør i Praksis beskyttes ved særlige Længdejærn.

Tværbøjler kan ogsaa lægges indvendig i Krogen (Fig. 219), men der virker de næppe saa stærkt. Hvis der er Plads bag Krogen, kan man fastgøre Bøjler i den, udstraalende fra Centrum (Fig. 220). En Del af Trykket paa Betonen optages da af Bøjlerne som Træk.

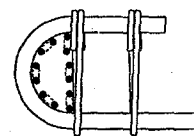


Fig. 219.

I Almindelighed bruger man dog Bøjler af samme Art som i Søjlere og Bjælker.

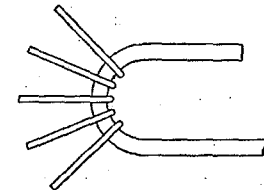


Fig. 220.

### Trykbrud paa hele Stødlængden.

263. Paa hele Stødlængden er Betonen paavirket af Krogtrykket, og Betondimensionerne maa derfor gøres saa rigelige, at den tilladte Trykspænding ikke overskrides. I en symmetrisk armeret og symmetrisk paavirket Trækstang, hvis Jærn alle stødes paa samme Sted (Fig. 203), vil man som Regel kunne regne Trykket jævnt fordelt over Tværnittet, hvilket fører til Betingelsen:

$$\sigma_j \cdot f \geq \sigma_b^c \cdot F_b \quad (109)$$

der giver en nedre Grænse for  $F_b$ . Om Stød i Bjælker se § 482.

## 4. Dimensionering af strakte Bygningsdele.

### a. Dimensioneringsformler.

264. Ved Dimensionering af strakte Jærnbetonlegemer tør man ikke regne med Betonens Trækstyrke, men indlægger saa meget Jærn, at dette alene er i Stand til at optage Kraften, altsaa:

$$f = \frac{P}{s_j} \quad (110)$$

For  $s_j$  kan indføres den sædvanlige Værdi (§ 127); bruges en lavere Værdi, øges Revnesikkerheden, og ved Dimensionering af Vandledninger og cylindriske Vandbeholdervægge formindsker man undertiden  $s_j$  helt ned til 750<sup>at</sup>.

Kaldes det foreløbig ubekendte Betonareal  $F_b$ , bliver Betonspændingen:

$$\sigma_b^c = \frac{P}{F} = \frac{f \cdot s_j}{F_b + n \cdot f} = \frac{s_j}{\frac{100}{\varphi} + n} \quad (111)$$

og af denne Ligning kan  $\varphi$  eller  $F_b$  beregnes, hvis der er givet en tilladelig Værdi af  $\sigma_b^c$ . De danske Normer begrænser ikke  $\sigma_b^c$ , saa man er ret frit stillet ved Valget af  $F_b$ , med mindre Jærnene skal stødes, thi i saa Fald maa Betontværsnittet paa Stødlængden være stort nok til at overføre Krogtrykkene, og Formel (109) giver da en nedre Grænse for  $F_b$ . Skal Jærnene ikke stødes, har man blot at sørge for, at Betontværsnittet kan rumme Jærnene, og at disse er beskyttede mod Ild og Rust. At man ikke hindrer Revnedannelse ved at begrænse  $\varphi$  omtales i § 247; det maa tværtimod anbefales at holde  $\varphi > 0,5\%$ , for at en mulig Overbelastning ikke skal fremkalde et pludseligt Brud. Kun ved Dimensionering af cylindriske Vandbeholdervægge og Rør begrænser man undertiden  $\sigma_b^c$  til 10–15<sup>at</sup> (Brudværdien), nærmest fordi man ellers savner en Regel for Vægtykkelsen.

Eksempel 1. En Trækstang med kvadratisk Tværnit skal bære 12 000 kg.

$$f = \frac{P}{s_j} = \frac{12\,000}{1200} = 10 \text{ cm}^2 \approx 4 \text{ Rj. } 18 \text{ mm} = 10,2 \text{ cm}^2.$$

Betingelsen  $\varphi > 0,5\%$  giver  $F_b < 200f = 2040 \text{ cm}^2 \approx 45 \cdot 45 \text{ cm}^2$ . Indenfor denne Grænse kan man vælge  $F_b$  efter Behag. Ofte skal Jærnene ligge paa en bestemt Maade i Forhold til Jærnene i de tilstødende Bygverksdele, hvorved Jærnafstanden er givet og dermed  $F_b$ . Har man helt frie Hænder og vanskeligt ved at bestemme sig, kan man sætte  $\sigma_b^c = 15^{\text{at}}$  og beregne  $F_b$  af (111):

$$F_b = \frac{P}{\sigma_b^c} - n \cdot f = \frac{12\,000}{15} - 15 \cdot 10,2 = 800 - 153 = 647 \approx 25 \cdot 25 \text{ cm}^2.$$

Til Fastholdelse af Jærnene under Støbningen indlægges Søjlebaand efter samme Regler som gælder for trykkede Søjler (se f. Eks. Fig. 1).

Eksempel 2. Et cirkulært Rør med 5 m Lysvidde skal dimensioneres for et Indre Vædske-tryk af Størrelse 1<sup>at</sup>. Der ses bort fra Bøjningsspændingerne fra Rørets Egenvægt.  $s_j = 1000^{\text{at}}$ .

Pr. lb. m Rør bliver Trækkraften i Væggen:  $P = 1 \cdot 500 \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} = 25\,000 \text{ kg}$ . Til Optagelsen kræves Jærnarealet  $f = P : s_j = 25\,000 : 1000 = 25 \text{ cm}^2$  eller 22 Rj. 12 mm ( $\approx 24,9 \text{ cm}^2$ ), af hvilke det halve Antal lægges i Yder-, det halve i Indersiden. For at finde en passende Vægtykkelse,  $a$ , sætter vi  $s_b^c = 10^{\text{at}}$ , hvorefter (111) giver:

$$F_b = \frac{25\,000}{10} - 15 \cdot 24,9 = 2500 - 374 = 2126 = a \cdot 100$$

hvoraf:  $a = 21,26 \approx 22 \text{ cm}$ ; hertil svarer  $\varphi > 1\%$ . Betonens Kvalitet maa vælges saaledes, at Rørvæggen med denne Tykkelse er tæt for 1<sup>at</sup> Vandtryk. Som Følge af Rørets Udvidelse vil det forkorte sig aksialt; hvis denne Forkortelse hindres, ved at Rørets Ender er fastholdt, opstaar der en Længdetrækspænding  $\sigma_b^c$ , der kan regnes at være  $\frac{1}{4}$  af Tværspændingen, og til hvis Optagelse der altsaa kræves en Jærnprocent, der er  $\frac{1}{4}$  af den ovenfor fundne; der bør dog mindst indlægges  $\frac{1}{2}\%$  Jærn i Længderethingen.

### b. Stød i Trækstænger.

265. Skal Jærnene i en Trækstang stødes, bruges som Regel Endekroge. Betontværsnittet paa Stødlængden skal da tilfredsstillende Betingelsen (109), saafremt alle Jærnene stødes samtidig. Stødlængden kan enten bestemmes af

(105) eller (106), Tværarmeringen som angivet i § 261.

Som nævnt i § 258 gør man vel i at krydse Krogene, hvis dette er muligt. Fig. 221 viser et Stød af denne Art (Tværarmeringen er ikke tegnet). Bjælken er ophængt i Trækstangen ved Hjælp af 2 Bøjler, hvis Krogplaner er parallelle med den ene Stangside, medens Trækstangens Kroge ligger diagonal.

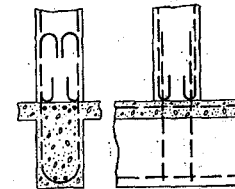


Fig. 221. Ophængt Bjælke.

Ved Støbningen af lodrette Stænger maa man helst stoppe ved de øvre Kroges Centrumsplan og lade Betonen størkne, inden der støbes videre; derved sikrer man sig imod, at der bliver tomt under Krogene ved Betonens Sammensynken.

Er Jærnene svære, kan man erstatte Endekrogene med Muffe- eller Bolteforbindelser (§ 253 og 271).

### c. Endeforankringer.

266. Forankringsmaader. Kraftens Overføring til Trækstangen ved dennes Ende kan, hvis Kraften ikke er for stor, ske gennem Stangens Endekroge, som Fig. 221 viser, men undertiden er Jærnene saa svære, Stødlængden saa kort eller Pladsen saa kneben, at de Considereske Kroge ikke egner sig til at bruges, f. Eks. naar svære Trækbaand skal forankres i en Bues eller et Sprængværks Fod. I saa Fald kan man bruge Ankerplader af Staal eller Støbejærn. Fig. 222–225 viser Brugen af saadanne Ankerplader i Sprængværker støbte i Tagrummene paa Christiansborg. I Fig. 223 har Ankerpladen maattet hæves op for at gaa fri af den skraa Stang; naar ogsaa dennes Jærn er forankrede med en Plade, skyldes det, at de skulde stikkes ned fra oven og der-

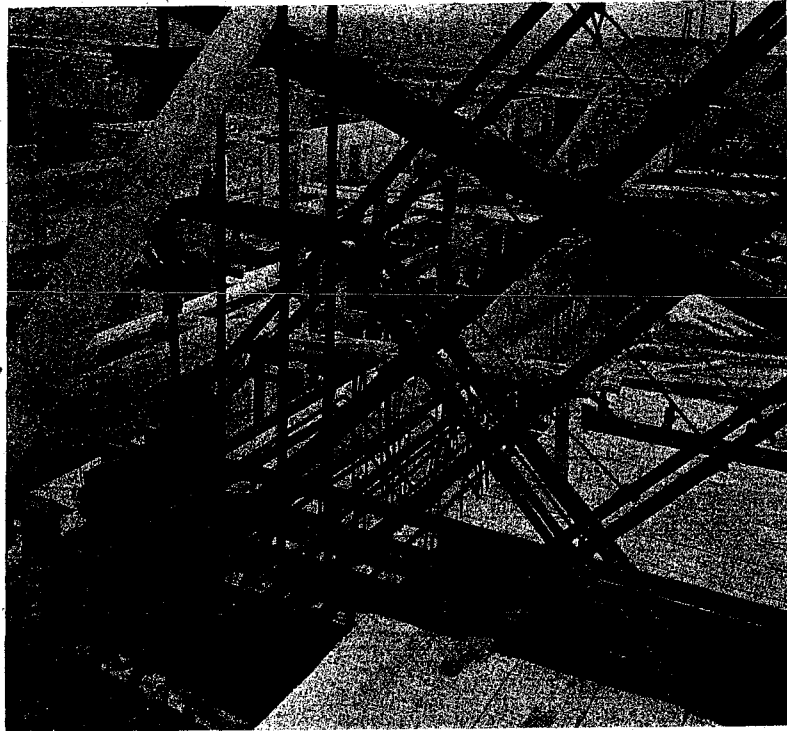


Fig. 222. Nedre Knudepunkt i et Sprængværk over Landstingsalen.

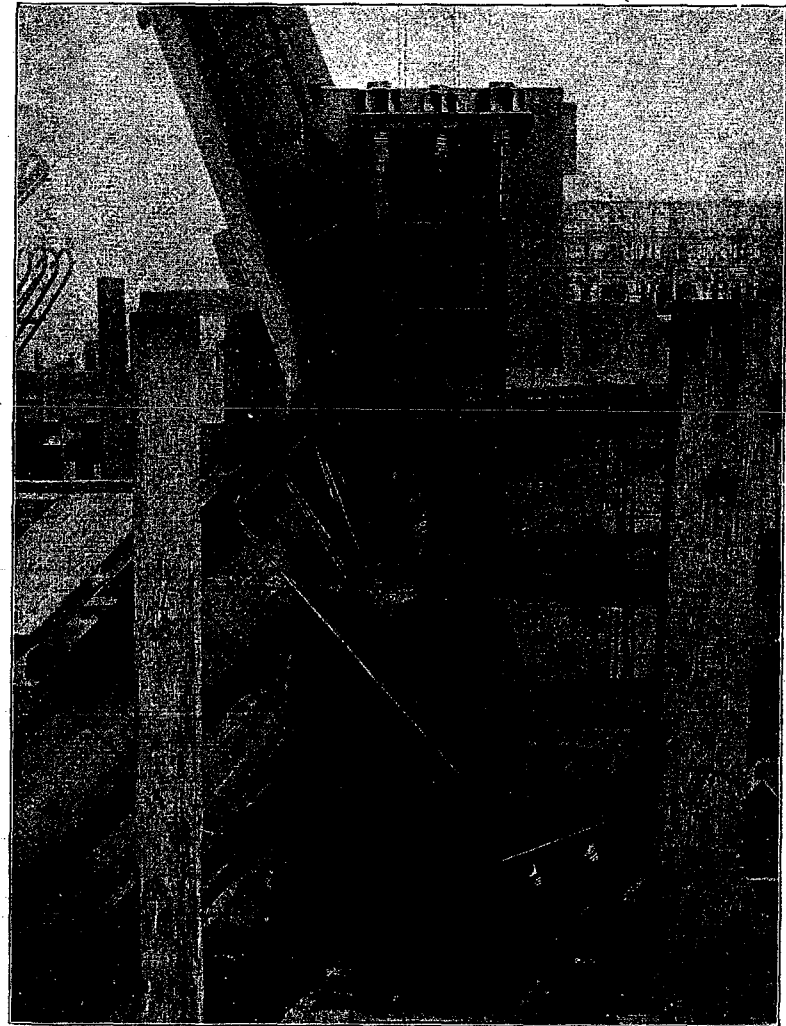


Fig. 223. Øvre Knudepunkt i et Sprængværk over Landstingsalen.



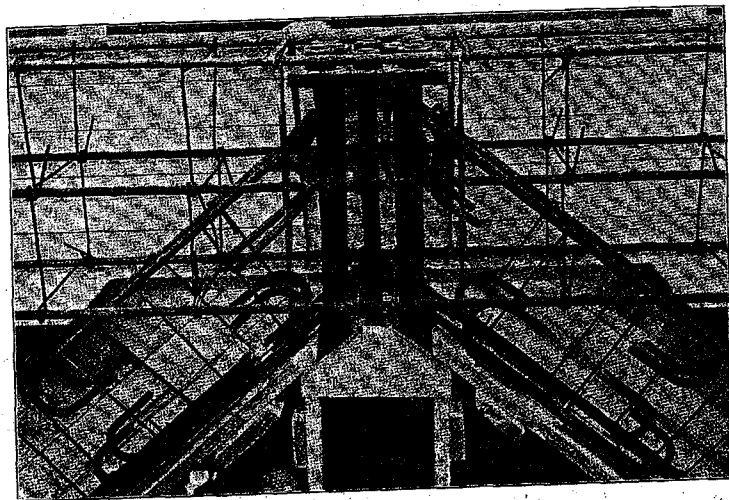


Fig. 224. Øvre og midterste Knudepunkt i et Sprængværk over Riddersalen.

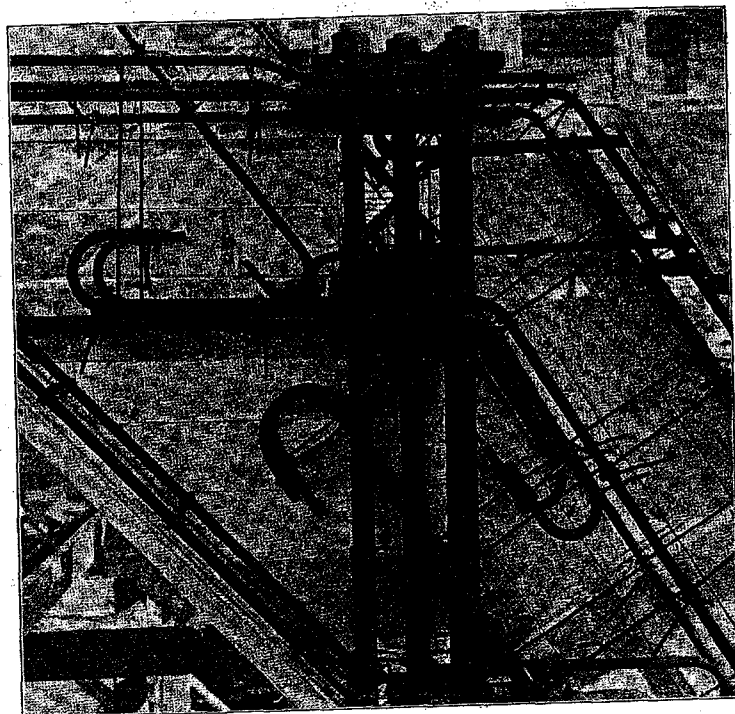


Fig. 225. Øvre Knudepunkt i et Sprængværk over Jyllandsalen.

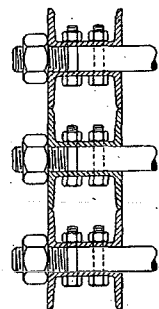
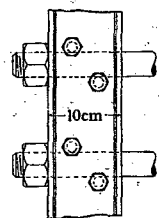


Fig. 226.

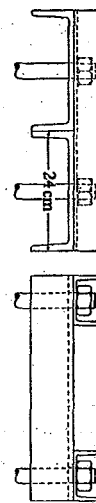


Fig. 227.

for ikke kunde kroges. I Fig. 224 er Skraa-stængernes Jærn afbrudt udenfor Knudepunktet, og særlige Stødjærn ført igennem dette.

**Profiljærn.** Undertiden kan der ikke skaffes Ankerplader af den fornødne Tykkelse fra Lager, og de kan da erstattes af Profiljærn. Fig. 226 viser Forankringen af Jærnene (9 Rj. 33 mm) i Foden af en stor Gitterdrager i *Det nye Theater*. De tre Jærn, der ligger i samme lodrette Plan, er fastbollede mellem to U-Jærn, og tre saadanne Grupper er lagte ved Siden af hinanden; U-Jærnene maa naturligvis staa lodret, saa at Mellemrummene mellem dem kan fyldes. Fig. 227 viser en anden Ordning, der blev brugt til de vandrette Trækbaand i Teatrets Bueag; ogsaa her er de store U-Jærn paa Tryksiden stillet lodret, saa at intet hindrer en tæt Støbning, mens de vandrette U-Jærn er lagt om paa Bagsiden, hvor Støbningens Godhed er af underordnet Betydning.

**267. Dimensionering.** Jærnene maa enten opstukkes inden Skrueskæringen, eller ogsaa maa deres Diameter vælges saa stor, at Spændingen i den skrueskaarne Del ikke overstiger  $s_j$ . Iøvrigt har man kun at sørge for, at Trykket paa Betonen ikke overstiger den tilladte Værdi, og at Pladen eller Profiljærnet har fornøden Bøjningsstyrke. Anlægsfladens Størrelse skal være  $F_b = P : s_b^c$ , hvor  $s_b^c$  er den i § 128 angivne Værdi, som dog kan forøges i Overensstemmelse med § 169 under Hensyn til, at Trykket kun virker paa en Del af Betonen.

Ankerpladernes Tykkelse bestemmes af den tilladte Bøjningsspænding for Jærnet (1000—1200  $\mu$ ). Er der 4 Jærn, vil det være økonomisk at bruge en kvadratisk Plade (Fig. 228) og lægge Jærnene saaledes, at Pladens Spænding bliver ens i Snittene A—A og B—B. Kaldes Momenterne pr. lb. cm af disse Snit  $M_A$  og  $M_B$  (kgcm), og regnes der med et jævnt fordelt Tryk af  $p$   $\mu$ , findes:

$$M_A = \frac{1}{2} pac^2 \quad M_B = \frac{1}{8} pab^2 - \frac{1}{2} pac^2$$

hvor  $d$  er Hullernes Diameter, der bør være 2 mm større end det opstukkede Rundjærns Diameter. Sættes  $M_A = M_B$ , faas:

$$\frac{c^2}{b^2} = \frac{a - 2d}{8(a - d)}$$

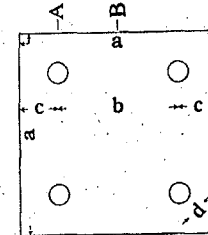


Fig. 228. Ankerplade.

**268. Arbejdets Udførelse.** Ankerpladerne er ikke altid helt plane ved Leveringen, de kan være krumme fra Klippingen, og Møtrikkernes Anlæg bliver da daarligt. Hvis Møtrikken kun rører Pladen i et enkelt Punkt, vil der komme Bøjningsspændinger i Boltene, og Faren for et Brud i den skrueskaarne Del er da nærliggende. Man kan planhøvle Pladens Bagside og afrette Møtrikkens Lejeflade, saa den bliver plan og vinkelret paa Boltens Akse, men det er ikke nødvendigt, naar man blot mellem Møtrik og Plade lægger sandfri Cementgrød (Fig. 229), i hvilken Møtrikken skrues ned, idet der da maa være en Kontramøtrik paa Pladens modsatte Side. Brugen af saadanne Kontramø-

trikker maa ogsaa anbefales, selv om man ikke bruger Cementmellemlag, men tilstræber en ren metallisk Forbindelse, da man uden disse vanskeligt kan sikre sig, at alle Møtrikker ligger til, og at Pladen ikke forskyder sig, naar der stemples. Som Nødhjælp kan Kontramøtrikken erstattes af et paabundet Stykke 7 mm Rj., som vist øverst paa Fig. 223.

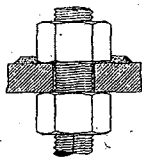


Fig. 229.

Medens man som Regel uden Vanskelighed kan give lodret stillede Ankerplader en for Støbningen gunstig Form, er det ikke saa let for de vandrette Pladers Vedkommende. En Plade, der vender Tryksiden nedad, som den øverst paa Fig. 223, gaar det ikke an at indstøbe paa almindelig Maade, thi den vaade Beton vil sætte sig, saa der bliver tomt under Pladen; man maa kun støbe op indtil 2 cm under den og saa senere stampe jordfugtig Mørtel ind i Mellemrummet; eller ogsaa kan man støbe helt op under den og senere hæve den, lægge Mørtel under den og skrue den tæt til, samtidig med at man lægger Cementgrød under Møtrikkerne. Vender Pladen Tryksiden opad, som naar den ligger i Undersiden af en Bjælke, der bæres af en Hængesøjle, kræver Hensynet til Konstruktionens Styrke ingen særlige Forholdsregler, men det er vanskeligt at faa en tæt Støbning paa Undersiden. I det hele taget strider disse massive Ankerplader, der gennemskærer Betonen, mod Jærnbetonkonstruktionernes Natur; en Rist af Profiljærn, der ikke helt afbryder Betonen, er principielt at foretrække.

**269. Forsøg med Møtrikunderlag.** Den i § 268 anbefalede Brug af sandfri Cementmørtel er blevet prøvet baade i Praksis og i Laboratoriet, hvor ogsaa Virkningen af en tynd Blyplade blev undersøgt.

**Blymellemlag.** Fig. 230 viser Forsøgsmaaden. *a* er Ankerpladen, der blev kilet op paa Jærnprøvemaskinens øverste Bord, *b* er Blyskiven. Boltens nedre Ende fastspændtes i det bevægelige Krydshoved, ved hvilket Trækket udøves. Møtrikkens Underside blev afløst efter et skraat Plan (Fig. 229), saa der fremkom en Højdeforskel af 1½ mm. Der udførtes to Forsøg, og Blypladens Tykkelse var henholdsvis 2 mm og 4 mm. Møtrikken blev tilspændt med en ca. 70 cm lang Nøgle og saa haardt, som to Mand kunde trække; det Træk, som derved opstod i Boltens, maalttes til henholdsvis ca. 1700 og ca. 2400 kg. Derpaa anbragtes en Nedbøjningsmaaler mellem Ankerpladen og det bøjede Rundjærn *c*, der var indskruet i Møtrikken, og Formindskelsen af Afstanden *x* maalttes, idet Trækket i Boltet efterhaanden bragtes op paa 5, 10, 15, 20 t og holdtes paa disse Trin i ca. 5 Minutter. Boltdiameteren var 32,8 mm. Resultaterne findes i efterfølgende Tabel.

Da Nedbøjningsmaaleren var aflæst ved 20 000 kg, aflæstes fuldstændig, hvorefter den viste henholdsvis 0,6 og 1,9 mm.

Det var paa Forhaand tænkeligt, at den tynde Blyplade straks vilde indstille sig efter Møtrikkens Form, og at en yderligere Flydning vilde blive forhindret af Friktionen, men det er saabenbart ikke Tilfældet; Flydningen fortsætter sig, og hvis den overhovedet standser, inden Møtrikken er naaet i Bund, er det i hvert Fald efter saa store Deformationer, at Brugen af Bly i det her omhandlede Øjemed er udelukket.

**Cementmellemlag.** Ved dette Forsøg blev der anbragt en Møtrik paa hver Side af Ankerpladen (Fig. 229), og mellem denne og den øverste Møtrik lagdes Cementmørtel af Normalkonsistens, hvorefter Møtrikken tilspændtes med den tidligere omtalte Nøgle og saa haardt som muligt. Der blev derefter lagt et ca. 7 mm tykt Mørtellag rundt om Møtrikken sluttende tæt til denne. Efter 28 Døgn Hærdning i vandmættet Luft udførtes Forsøget som ovenfor beskrevet, og Resultaterne ses af Tabellen. Ved en Last af 22,725 t (2689 at) begyndte

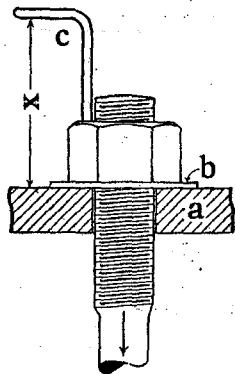


Fig. 230. Blymellemlag.

Træk i Bolt	t	Formindskelse af <i>x</i> i mm		
		at	2 mm Bly	4 mm Bly
5	592	0,25	0,40	0,00
10	1184	0,50	1,50	0,05
15	1775	0,70	1,90	0,10
20	2367	0,70	2,00	0,10
21	2485			0,10
22	2604			0,10
23	2722			0,10

Bolten at flyde (allerede ved 21 t var der Tegn paa begyndende Flydning i Møtrikken, nemlig afbladende Glødskaal), men endnu ved 23 t var Mørtlen ubeskadiget. Lasten blev nu føreset kontinuerligt, indtil der var tydelig Indsnævring paa Boltens, altsaa over Brudgrænsen, der laa ved 35 t (4142 at); Formindskelsen af *x* var da steget til ca. 0,25 mm, mens Mørtlen stadig var ubeskadiget. Derpaa aflæstes til Nul, hvilket ingen Indflydelse havde paa *x*; hele Deformationen var altsaa blivende. Under Aflastningen fremkom der tre radiære Revner i det uden om Møtrikken liggende Mørtellag udgaende fra hvertandet af Møtrikkens Hjørner. Cementlaget under Møtrikken var, da denne blev fjernet, tilsyneladende ubeskadiget, og dets Tykkelse varierede fra 0,6 til 2 mm.

Den sandfri Cementmørtel er altsaa vel egnet til at udligne Skævhederne mellem Møtrik og Plade. Det Trykareal, der fremkommer, naar man fra Møtrikkens vandrette Projektion trækker Hullet i Pladen, er 22,7 cm<sup>2</sup>, og Mørtlen har altsaa været udsat for et Tryk af 35 000 : 22,7 = 1540 at.

#### d. Hængesøjler.

**270. Trækstænger,** der fører en Etageadskillelses Vægt op til en højere liggende Bjælke (Fig. 231) eller til Tagværket (Fig. 1), kaldes Hængesøjler. Det sikreste Konstruktionsprincip for disse er at se bort fra Adhæsionen og tænke sig Jærnene liggende løse i Betonen. Er Jærnene gennemgaaende som forudsat i Fig. 231, maa Søjlen I's Beton (Udbøjning kunne bære Vægten af 2 og II uden at knuses (Udbøjning er udelukket); er denné Last  $P^{kg}$ , kræves Tværsnittet:  $F_b = P : s_b^2$ , og desuden maa der indlægges Søjlebaand efter Reglerne for trykkede Søjler. Ligger Hængejærnene yderligt, kan Baandene anbringes om disse, i modsat Fald bør der indlægges ekstra Hjørnejærn (Fig. 233).

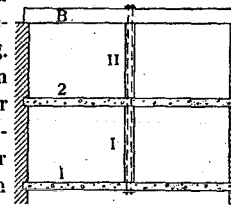


Fig. 231.

Under disse Forhold er det uøkonomisk, at lade alle Jærnene være gennemgaaende. I Søjle I bør man kun indlægge de til Bæring af 1 nødvendige Jærn, og disse føres videre til B. I Søjle II tilføjes de til Bæring af 2 nødvendige Jærn, og disse føres saa langt ned i I, at de er sikkert forankrede, og denne Del af Søjlen forsynes med Søjlebaand og dimensioneres i Overensstemmelse med det Tryk, som Jærnene overfører.

Det er ofte ubekvemt, at Jærnene i Søjle II skal være anbragte, inden Søjle I støbes, og man kan da støde samtlige Jærn umiddelbart over 2, baade dem, der begynder ved I, og dem, der begynder noget under 2.

Hvis man i Modsetning til det ovenfor anbefalede Konstruktionsprincip stoler paa Adhæsionen, kommer man til en ejendommelig Spændingsfordeling, med Træk i Jærnet og baade Træk og Tryk i Betonen. Man kan danne sig en anskuelig Forestilling om Forholdene ved at tænke sig de 4 Jærn erstattede af eet midt i Søjlen liggende Jærn forsynet med fremspringende Ringe (Fig. 232). Da der er Trækspændinger i Jærnstangen, vil den forlænge sig, og da den nærmest liggende Beton følger med, vil ogsaa denne faa Trækspændinger, mens Betonen nærmest Yderfladerne faar Tryk. Er der flere Jærn, vil der rundt om hvert være en strakt Betonkappe, mens Resten af Betontværsnittet har Trykspændinger, idet der dog naturligvis er en jævn Overgang mellem Træk- og Trykspændingerne. Regner man paa denne Maade, vil Trykspændingerne i Søjle I aftage nedefter, men til Gængæld vil de lige under 2 være større end før, da der i en Del af Tværsnittet er Trækspændinger.

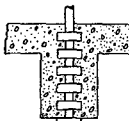


Fig. 232.

**271. Bolteforbindelser.** I nogle Tilfælde, hvor Kræfterne var meget store, har jeg i Stedet for Kroge anvendt Øjer med gennemstukne Bolte (Fig. 233), dels af Forsigtighedshensyn, dels for at kunne holde Søjllens Tværmaal mindre. Boltene fremstilles billigst af komprimeret Akselstaa, der er haardt og ikke behøver at afdrejes. Øjernes Inderflade maa afdrejes paa den Halvdelen, der trykker mod Boltens, og den afdrejede Cylinderflades Akse skal staa nøjagtigt vinkelret paa Stangens Akse, saa at hele Fladen kommer i Berøring med Boltens. Det uundgaaelige Slør er paa Fig. 233 ophævet ved at presse

Øjerne mod Bolten ved Hjælp af smaa Stykker Rundjærn, der er banket paa Plads. Søjle's Hjørne- og Tværarmering skal gøre Søjlen brugelig som trykket Søjle under Bygningens Opførelse, inden den bærende Tagkonstruktion er støbt, og Hjørnearmeringen skal desuden beskytte den ydre Beton mod Trækrevner. Vægten af den paa Billedet synlige Etageadskillelse, og hvad der ligger under denne, føres af de fire Øjestænger direkte op til Ankerpladen i Tagværket (se f. Eks. Fig. 224), mens den Etageadskillelse, der yderligere kommer til, er hægtet nye Jærn, hvis Kroge Billedet. Da Øjernes Ud-være fordelagtigt af er-Fladjærn af et saa ri-taaler at gennemhulles.

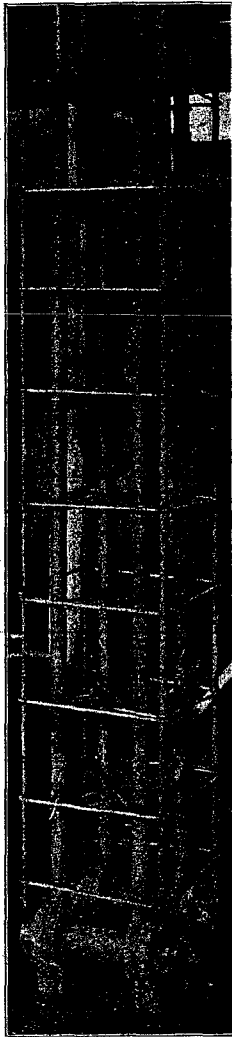


Fig. 233. Hængesøjle.

## D. BØJNING.

### 1. Spændingsteori.

#### å. Vilkaarligt Bjælketværsnit.

272. Spændingsformler. Først betragtes en Bjælke, der kun er armeret i Træksiden, og hvis Tværsnit er symmetrisk om Kraftplanet<sup>1)</sup>, men iøvrigt vilkaarligt (Fig. 234). Jærnarealet er  $f_{cm}^2$ , og det undersøgte Tværsnit er paavirket af et bøjende Moment  $M_{kgcm}$ . Afstanden fra Jærnarealets Tyngdepunkt til den trykkede Kant — Nyttehøjden — er  $h$  cm. Ved Bestemmelsen af Spændingerne gøres følgende Forudsætninger:

1. Betonens Trækstyrke er lig Nul.
2. Tværnittene forbliver plane ved Bøjningen<sup>2)</sup>.

3. Der er Proportionalitet mellem Spændinger og Formforandringer.

Hertil kommer Ligevægtsbetingelserne:

4. Trækspændingernes Sum er lig Trykspændingernes Sum.
5. Spændingernes Moment er lig de ydre Kræfters Moment.

Kaldes Betonens Sammentrykning og Jærnets Forlængelse pr. Længdeenhed henholdsvis  $\epsilon_b$  og  $\epsilon_j$ , samt den neutrale Akses — Nulliniens — Afstand fra Trykzonens yderste Punkt  $x$ , giver Forudsætningerne 2 og 3:

$$\frac{\epsilon_b}{\epsilon_j} = \frac{x}{h-x} \quad (112)$$

$$\text{og} \quad \epsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} \quad \epsilon_j = \frac{\sigma_j}{E_j} \quad \text{altsaa:} \quad \frac{\epsilon_b}{\epsilon_j} = \frac{E_j}{E_b} \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \quad (113)$$

hvor Forholdet mellem Jærnets og Betonens Elasticitetstal er sat lig  $n$ .

Den første Betingelsesligning bliver da:

$$\frac{x}{h-x} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \quad \text{eller} \quad \sigma_j = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h-x}{x} \quad (114)$$

der viser, at Jærns spændingen er  $n$  Gange saa stor, som Spændingen i den omgivende Beton vilde have været i det Tilfælde, at den ikke var revnet, og at Nullinien alligevel havde ligget paa samme Sted. Af (114) findes endvidere:

$$\frac{x}{h} = \frac{\sigma_b}{\sigma_b + \frac{1}{n} \cdot \sigma_j} = \frac{1}{1 + \frac{1}{n} \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_b}} \quad (115)$$

der viser, at Nulliniens Beliggenhed bestemmes af Spændingsforholdet og af  $n$ . Indføres:

$$\frac{x}{h} = \beta \quad \frac{\sigma_j}{\sigma_b} = \gamma$$

<sup>1)</sup> Er Tværnittet usymmetrisk om Kraftplanet, vanskeliggøres Beregningerne meget. For T-Bjælker er de gennemført i § 458, for rektangulære Tværnsnit henvises til T. F. T. 1920, S. 91 og 153 (Rygaard) og B. u. E. 1923, S. 198 (Habel).

<sup>2)</sup> Denne Forudsætning synes at være nogenlunde rigtig, saalænge Jærns spændingen er lavere end Flydegrænsen. De Afvigelser, man har maalt, følger ingen bestemt Lov. Se Mörach: Der Eisenbetonbau 1912, S. 177.

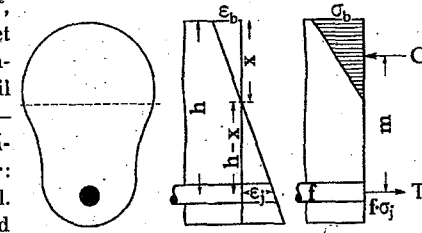


Fig. 234.

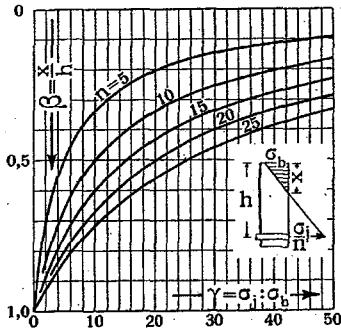


Fig. 235. Nulliniens Belliggenhed.

**273. Inertimømenter.** Den i § 272 foretagne Udledning af Spændingsformlerne fra Grunden har den Fordel at indprente de Forudsætninger, der betinger Formlernes Gyldighed, men da disse Forudsætninger kun afviger fra den almindelige Bøjningsteori deri, at Jærnarealet erstattes med det *n*-dobbelte Betonareal, og at den strakte Beton ikke medregnes, kommer man til de samme Formler ved direkte at indføre det nyttige Tværnsits Inertimoment.

Inertimomentet af et Jærnbetontværsnit, i hvilket der kun er Trykspændinger, findes som angivet i § 153. Er der ogsaa Trækspændinger i Tværnsnittet, gælder Formlerne kun, forsaa vidt man medregner den strakte Beton, og det gør man blot, naar man undersøger et Bygværks Formændringer ved smaa Spændinger, ikke naar man dimensionerer. Saadanne Formændringsberegninger forekommer ved statisk Ubestemthed, og her bruges de nævnte Formler i Forbindelse med *n* = 10 eller hyppigere *n* = 1, altsaa under Bortsyn fra Jærnet.

I det følgende behandles kun det Tilfælde, at den strakte Beton er uvirksom. Det nyttige Tværnsnit bestaar da af Jærnarealet + Betonens Trykareal, som vist i Fig. 236 for et rektangulært Tværnsnit. Dette Tværnsnit kan omdannes til et homogent Tværnsnit, ved at man transformerer Jærnarealet til Betonareal ved Multiplikation med *n* (Fig. 237) eller transformerer Betonarealet til Jærnareal ved Division af Bredden med *n* (Fig. 238). De saaledes transformerede Tværnsnit kan behandles efter Reglerne for homogene Tværnsnit, og man plejer at regne med Betontværsnittet i Fig. 237. Da Nullinien er sammenfaldende med det nyttige Tværnsits Tyngdepunktslinie, skal det statiske Moment m. H. t. den være Nul, altsaa faas for et rektangulært Tværnsnit:

$$b \cdot x \cdot \frac{x}{2} - n \cdot f \cdot (h - x) = 0$$

af hvilken Ligning *x* kan bestemmes. Derefter findes Inertimomentet, hvorved man gaar ud fra, at Jærntværsnittets Inertimoment er forsvindende lille:

$$I_b = \frac{1}{12} b x^3 + b x \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + n f \cdot (h - x)^3 = \frac{1}{12} b x^3 + n f \cdot (h - x)^3. \quad (119)$$

ændres (115) til:

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{n}} = \frac{n}{\gamma + n} \quad (116)$$

Hvorledes Nullinien hæver sig med voksende  $\gamma$  og aftagende *n* fremgaar af Fig. 235.

Ligevægtsbetingelserne 4 og 5 giver:

$$C = T \quad M = T \cdot m = f \cdot \sigma_j \cdot m. \quad (117)(118)$$

Af Ligningerne (115), (117), (118) findes *x*,  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ , naar Tværnsnittet er kendt.

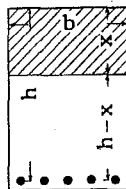


Fig. 236.

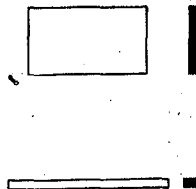


Fig. 237.



Fig. 238.

Da Tværnsnittet Fig. 238 kun afviger fra Fig. 237 ved at alle Bredder er dividerede med *n*, vilde man for dette finde samme *x* samt:

$$I_j = \frac{1}{n} \cdot I_b. \quad (120)$$

Har Tværnsnittet en anden, simpel geometrisk Form, kan man paa tilsvarende Maade beregne *x* og *I*, i andre Tilfælde maa disse Størrelser konstrueres som angivet i § 275. Naar *x* og *I* er fundne, haves for et vilkaarligt Tværnsnit:

$$\sigma_b = \frac{M}{I_b} \cdot x \quad \sigma_j = n \cdot \frac{M}{I_b} \cdot (h - x) = \frac{M}{I_j} \cdot (h - x). \quad (121)$$

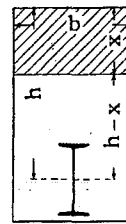


Fig. 239.

Omvendt kan man af disse Ligninger beregne *I<sub>b</sub>* og *I<sub>j</sub>*, saafremt man kender  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ . Ved i den sidste Ligning at indføre (118) finder man det bekvemme Udtryk:

$$I_j = f \cdot m \cdot (h - x). \quad (122)$$

Er Tværnsnittet armeret med Profilmærn (Fig. 239), kan der undertiden være Grund til at tage Hensyn til Jærnets Inertimoment m. H. t. dets egen Tyngdepunktsakse. Kaldes dette *I'*, ændres (119) til:

$$I_b = \frac{1}{12} b x^3 + n f (h - x)^3 + n \cdot I' \quad (119a)$$

medens (120) forbliver uændret.

**274. Modstandsmømenter.** Vil man, som ved homogene Tværnsnit, indføre Begrebet Modstandsmoment og skrive:

$$\sigma_b = \frac{M}{W_b} \quad \sigma_j = \frac{M}{W_j}$$

giver (121):

$$W_b = \frac{I_b}{x} \quad W_j = \frac{I_j}{h - x} \quad (123)$$

og (122):

$$W_j = f \cdot m \quad W_b = W_j \cdot n \cdot \frac{h - x}{x} = \gamma \cdot f \cdot m. \quad (123a)$$

Angaaende rektangulære Tværnsits Modstandsmømenter henvises til § 282.

**275. Grafisk Bestemmelse af Tyngdepunkt og Inertimoment.** Tværnsnit, hvis Tyngdepunkt og Inertimoment vanskeligt bestemmes ved Beregning, kan behandles grafisk (se dog ogsaa § 461).

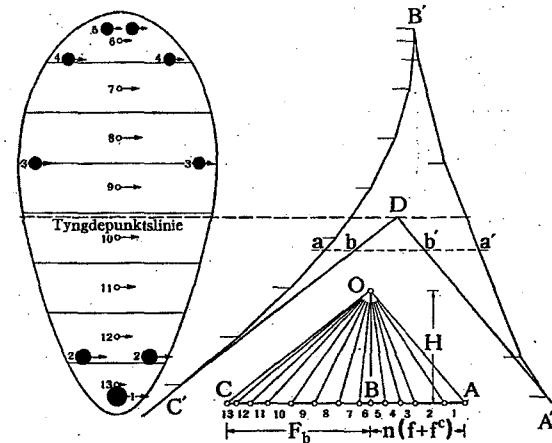


Fig. 240. Urevnet Beton.

Man inddeler da i smalle Strimler (Fig. 240), hvis Tyngdepunkt og Areal beregnes. Betonarealerne og de med *n* multiplicerede Jærnarealer betragtes som Kræfter, der afsættes i hverandres Forlængelse fra A til C; Kræfterne kan afsættes i vilkaarlig Orden, og det er klart at holde Jærnkrafterne for sig, som gjort i Figuren. Polen *O* vælges i en vilkaarlig Afstand *H* fra Krafttrækket og nogenlunde midtvejs mellem dennes Endepunkter. Derpaa tegnes Tovpolygonen *A'B'C'*, hvis Sider er parallelle med Straalerne fra *O* til Punkterne paa *AC*. Skæringspunktet *D* mellem de yderste Polygonsider bestemmer da Tyngdepunktets og altsaa

Nulliniens Beliggenhed, thi trækkes en vilkaarlig vandret Linie  $a-a'$ , vil Længden  $ab$  Gange  $H$  og  $b'a'$  Gange  $H$  være lig det statiske Moment m. H. t.  $a-a'$  af den under Linien liggende Del af henholdsvis Betontværsnittet og Jærntværsnittet, mens Længden  $aa'$  Gange  $H$  er lig det statiske Moment m. H. t.  $a-a'$  af den over Linien liggende Del af Tværsnittet. Skal de to Momenter være lige store, maa Linien følgelig trækkes gennem  $D$ . Udmaales Arealet af Fladen  $A'B'CDA'$  haves:

$$I_b = 2H \cdot \text{Fladen } A'B'CDA'$$

hvor  $H$  maales paa Kraftmaalestocken, Fladen paa den Maalestock, der er brugt ved Tværsnittets Optegning.

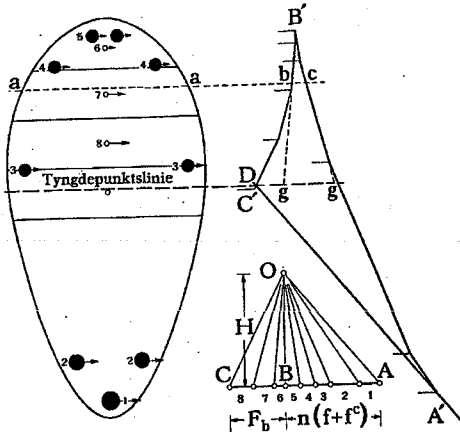


Fig. 241. Revnet Beton.

Er Armeringsjærnene Profiljærn eller Fladjærn paa Højkant, kan man tage Hensyn til deres Stivhed mod Bøjning ved ogsaa at inddеле dem i Strimler, hvis Arealer hvert for sig indføres i Kraftpolygonen.

Skal den strakte Beton ikke medregnes, inddeler man kun i Strimler saa langt ned regnet fra Tryksiden, at man er sikker paa at være under Nullinien (Fig. 241), og den tilsvarende Del af Betonkræfterne ( $BC$ ) afsættes som tidligere i Jærnkrafternes Forlængelse. Derefter tegnes Jærnets Tovpolygon  $A'B'$  og saa stor en Del af Betonens ( $B'C'$ ), at man opnaar Skæring med den forlængede  $B'$  Side  $A'D$ ; Skæringspunktet  $D$  ligger da paa Tyngdepunktslinien. Det nyttige Tværsnitts Inertiemoment bliver:

$$I = 2H \cdot \text{Fladen } A'B'DA'$$

At man ved en noget ændret Fremgangsmaade kan bruge Tovpolygonerne til Dimensionering er vist af K. W. Johansen i Ing. 1927. S. 542.

### b. Rektangulært Bjælketværsnit uden Trykarmering og uden Betontrækspændinger.

#### a. Spændingsbestemmelse.

**276. Nulliniens Beliggenhed.** En Bjælke med Bredde  $b$  (Fig. 242) er armeret i Træksiden med et Jærnareal  $f$  og paa virket i det undersøgte Tværsnit af et bøjende Moment  $M$ ; Opgaven er at finde  $x$ ,  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ , til hvis Bestemmelse man har Ligningerne (115), (117), (118).

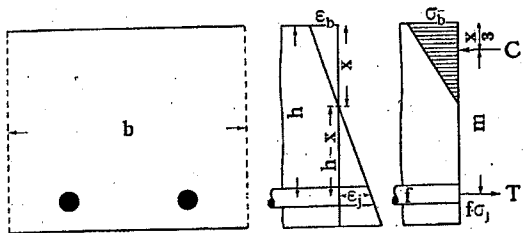


Fig. 242. Rektangulært Tværsnit.

$$C = T \quad \text{eller} \quad \frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j, \quad \text{hvoraf:} \quad \frac{\sigma_j}{\sigma_b} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x}{f} \quad (124)$$

der indsat i (115) giver en 2' Grads Ligning til Bestemmelse af  $x$ . Løsningen bliver:

$$x = \frac{nf}{b} \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2bh}{nf}} \right) \quad (125)$$

Af (117) findes:

Indføres  $\beta = \frac{x}{h}$  samt Jærnprocenten:

$$\frac{\varphi}{100} = \frac{f}{bh} \quad (126)$$

$$\text{faas:} \quad \beta = \frac{x}{h} = \frac{n\varphi}{100} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{200}{n\varphi}} \right) = -\frac{n\varphi}{100} + \sqrt{\frac{n\varphi}{100} \left( 2 + \frac{n\varphi}{100} \right)} \quad (125a)$$

Dette er Udtrykket for Nulliniens Beliggenhed, der ses at være bestemt

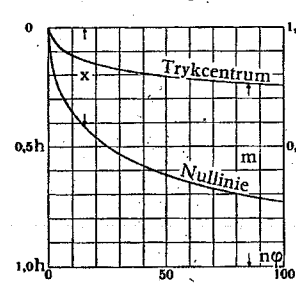


Fig. 243.

alene af  $n$  og Jærnprocenten.  $x$  vokser med  $n \cdot \varphi$ , som Fig. 243 viser. Som Regel sættes  $n = 15$ , og  $x:h$  afhænger da kun af Jærnprocenten, vokser og aftager med denne. Er  $x$  lig  $\frac{1}{3} h$  for eet Tværsnit, er  $x$  ogsaa lig  $\frac{1}{3} h$  for et Tværsnit med dobbelt saa stort Beton- og Jærnareal. Vil man orientere sig m. H. t. Nulliniens Bevægelser, naar Jærnarealet i et givet Tværsnit ændres, skal man blot huske, at Jærnet tiltrækker Nullinien; det gælder ikke blot for rektangulære Tværsnit, men alment. Hvorledes  $\beta$  varierer med  $\varphi$ , naar  $n$  er givet eller omvendt,

fremgaar af Fig. 245 i § 286. I Stedet for at udregne  $\beta$  af (125a), kan man maae Værdien paa een af de to Figurer. Nøjagtigere faas den af Tabellen i § 280, der gælder for  $n = 15$ .

**277. Momentarmen** ses af Fig. 242 at være:

$$m = h - \frac{x}{3} = \left( 1 - \frac{1}{3} \cdot \beta \right) \cdot h \quad (127)$$

Ogsaa den kan maales paa een af de to Figurer. Kendes Spændingsforholdet, kan den tages af Tabel I i § 278, der gælder for  $n = 15$ .

Spændingerne kan derefter bestemmes af (118) og af (124). Man finder:

$$\sigma_j = \frac{M}{m \cdot f} \quad \sigma_b = \frac{f \cdot \sigma_j}{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x} = \frac{M}{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x \cdot m} \quad (128) \quad (129)$$

Spændingsforholdet  $\gamma = \sigma_j : \sigma_b$  afhænger kun af Nulliniens Beliggenhed, altsaa kun af  $n$  og  $\varphi$ ; man finder dets Størrelse ved at eliminere  $\beta$  af (116) og (125a):

$$\gamma = -\frac{n}{2} + \sqrt{\frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} + \frac{100}{\varphi} \right)} \quad (130)$$

Ved at fastsætte  $n$  og Forholdet mellem de tilladelige Spændinger fastsætter man altsaa ogsaa Jærnprocenten. Denne Samhørighed er grafisk fremstillet i Fig. 246 (§ 286), der viser, hvorledes Værdien  $1000 : \gamma$  varierer med  $n$  og  $\varphi$ . En Tabel over sammenhørende Værdier af  $\gamma$  og  $\varphi$  for  $n = 15$  findes i § 280; hvilken Virkning det har paa de formelle Spændinger, at  $n$  forudsættes større eller mindre, vil blive undersøgt i § 286.

<sup>1)</sup> En grafisk Tabel til Spændingsbestemmelse og Dimensionering udarbejdet af R. Kromann findes i Ing. 1911, S. 455.

Sammenholdes (125 a) og (130) findes:

$$\gamma = \frac{50 \cdot \beta}{\varphi} \tag{131}$$

og kombineres dette Udtryk med (116), findes den Værdi af  $\varphi$ , der svarer til et bestemt Spændingsforhold:

$$\varphi = \frac{50}{n} \cdot \frac{\beta^2}{1 - \beta} = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma + n} \tag{132}$$

**β. Dimensioneringsformler.**

278. Ved Dimensionering af rektangulære Tværsnit er der 3 ubekendte  $h$ ,  $b$  og  $f$ . Som Regel vælges  $b$ , og Opgaven bliver da at finde  $h$  og  $f$ . Kendt er da  $M$ ,  $b$ ,  $n$ ,  $\gamma$  og dermed ogsaa  $\beta$  og  $\varphi$ .

Ved at indsætte (127) i (129) faas:

$$\sigma_b = \frac{M}{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x \cdot m} = \frac{M}{\frac{1}{2} \cdot b \cdot \beta \cdot (1 - \frac{1}{3} \cdot \beta) \cdot h^2} = \frac{M}{\mu \cdot b \cdot h^2} \tag{133}$$

naar man indfører Betegnelsen:

$$\mu = \frac{1}{6} \cdot \beta \cdot (3 - \beta) \tag{134}$$

Denne sidste Størrelse afhænger kun af Spændingsforholdet; indføres (116), faas:

$$\mu = \left( \frac{\gamma}{2n} + \frac{1}{3} \right) \cdot \left( \frac{\gamma}{n} + 1 \right)^2 \tag{134 a}$$

Af (133) findes:

$$h = \sqrt{\frac{1}{\mu \cdot \sigma_b}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = c_1 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} \tag{135}$$

Da Jærnarealet skal udgøre  $\varphi\%$  af Betonarealet, kræves:

$$f = \frac{\varphi}{100} \cdot b \cdot h = \frac{\varphi}{100} \cdot c_1 \cdot \sqrt{M \cdot b} = \frac{c_2}{100} \cdot \sqrt{M \cdot b} \tag{136}$$

Dermed er Opgaven løst, thi naar Randspændingerne er givne, kan de tilsvarende Værdier af  $c_1$  og  $c_2$  beregnes:

$$c_1 = \sqrt{\frac{1}{\mu \cdot \sigma_b}} \quad c_2 = \varphi \cdot \sqrt{\frac{1}{\mu \cdot \sigma_b}} \tag{137}$$

Indføres (134 a), faas:

$$c_1 = \left( \frac{\gamma}{n} + 1 \right) \cdot \sqrt{\sigma_b \cdot \left( \frac{\gamma}{2n} + \frac{1}{3} \right)} \tag{137 a}$$

Af Hensyn til Rodudragningen i (135) og (136) er det bekvemt at indføre Betegnelsen  $M_{100} = M : b$ , der er af Dimensionen kg, hvorved faas:

$$h = c_1 \cdot \sqrt{M_{100}} \quad f = c_2 \cdot \frac{b}{100} \cdot \sqrt{M_{100}} = c_2 \cdot B \cdot \sqrt{M_{100}} \tag{138}$$

hvor  $B$  er Bredden udtrykt i Meter. Ved Beregning af brede Plader med jævnt fordelt Last bestemmes  $M_{100}$  direkte, idet man tænker sig en Pladestrimmel af Bredde  $B = 1$  m udskåret. Kaldes det i denne Strimmel faldende Jærnareal  $f_{100}$ , haves:

$$h = c_1 \cdot \sqrt{M_{100}} \quad f_{100} = c_2 \cdot \sqrt{M_{100}} \tag{138 a}$$

I efterfølgende Dimensioneringstabel I er  $c_1$  og  $c_2$  beregnede for forskellige tilladelige Spændinger; desuden finder man i Tabellen de tilhørende Værdier af  $\varphi$ ,  $\beta$  og  $m$ . I den tilsvarende Dimensioneringstabel II<sup>1)</sup>, findes  $c_1$ ,  $c_2$  og  $\beta$  svarende til Betonspændinger mellem 10 og 90<sup>st</sup> og Jærns spændinger mellem 0 og 1500<sup>st</sup>.

Tabel I viser, at naar  $\sigma_j$  holdes konstant, vil en Forøgelse af den tilladelige Betonspænding medføre en Forringelse af den nødvendige Tværsnitshøjde. Hvis derimod  $\sigma_b$  holdes konstant, vil en Forøgelse af den tilladelige Jærns spænding kræve en Forøgelse af Højden; Forøgelsen af  $\gamma$  medfører nemlig en Formindskelse af  $\varphi$ , og denne Formindskelse maa neutraliseres ved en Forøgelse af Højden.

**Dimensioneringstabel I.**

$\sigma_j$	$\sigma_b$	$c_1 = \frac{h}{\sqrt{M_{100}}}$	$c_2 = \frac{f_{100}}{\sqrt{M_{100}}}$	$\varphi\%$	$\gamma = \frac{\sigma_j}{\sigma_b}$	$\beta = \frac{x}{h}$	$\frac{m}{h}$
1200	90	0,226	0,449	1,986	13,3	0,529	0,823
	85	0,235	0,429	1,824	14,1	0,515	0,828
	80	0,245	0,408	1,667	15,0	0,500	0,833
	75	0,256	0,387	1,512	16,0	0,484	0,839
	70	0,269	0,366	1,361	17,2	0,467	0,844
	65	0,284	0,344	1,211	18,5	0,448	0,851
	60	0,301	0,323	1,072	20,0	0,429	0,857
	55	0,322	0,301	0,934	21,8	0,407	0,864
	50	0,345	0,277	0,801	24,0	0,385	0,872
	45	0,375	0,254	0,675	26,7	0,361	0,880
	40	0,410	0,228	0,555	30,0	0,333	0,889
	35	0,456	0,204	0,444	34,3	0,305	0,898
	30	0,519	0,177	0,341	40,0	0,273	0,909
	25	0,604	0,150	0,248	48,0	0,238	0,921
	20	0,732	0,122	0,167	60,0	0,200	0,933
	15	0,945	0,093	0,099	80,0	0,158	0,947
	10	1,369	0,063	0,046	120,0	0,111	0,963
	5	2,636	0,032	0,012	240,0	0,059	0,980
2000	50	0,402	0,137	0,340	40,0	0,272	0,909
1800		0,388	0,158	0,408	36,0	0,294	0,902
1600		0,375	0,187	0,498	32,0	0,319	0,894
1400		0,360	0,225	0,624	28,0	0,349	0,884
1200		0,345	0,277	0,801	24,0	0,385	0,872
1000		0,330	0,354	1,072	20,0	0,429	0,857
800		0,314	0,475	1,512	16,0	0,484	0,839
600		0,297	0,688	2,315	12,0	0,556	0,815
400		0,280	1,143	4,08	8,0	0,652	0,783
200		0,262	2,584	9,87	4,0	0,789	0,737

<sup>1)</sup> hvis største Del er udregnet af Ingeniør Askøe.

For andre Værdier af  $n$  findes  $c_1$  og  $c_2$  ved at tage  $c_1'$  og  $c_2'$  i Tabellen for samme  $n_j$ , men  $r'_6 = \frac{a_1}{15} n_6$ , hvorfor

$$c_1 = \sqrt{\frac{a_1}{15}} c_1' \quad c_2 = \sqrt{\frac{15}{m}} c_2'$$

Eks. 90/1800 :  $m = 10$ .  $r'_6 = 60$  :  $c_1' = 0,336$  ;  $c_2' = 0,186$  ;  $c_1 = 0,274$  ;  $c_2 = 0,228$

Multiplum bygn Spændingen med  $\alpha$  for  $c_1 = \frac{c_1}{\sqrt{\alpha}}$  ;  $c_2 = \frac{c_2}{\sqrt{\alpha}}$

Dimensionierungstabel II.

h = c1 \* sqrt(M100)

f100 = c2 \* sqrt(M100)

beta = x/h

Table with columns for sigma\_j (2000, 1500, 1450, 1400, 1350, 1300, 1250, 1200, 1800, 1600, 1150, 1100, 1050, 1000, 950, 900, 850, 800) and rows for sigma\_b (100, 90, 80, 70, 60). Each cell contains a 3x3 grid of values representing c1, c2, and beta.





γ. Tilladelige og økonomiske Spændinger.

279. Angaaende de tilladelige Spændinger henvises til § 127-8 og § 318. Tidligere regnede man hyppigst med 40 og 1000 ( $\varphi = 0,75 \%$ ), men nu mest med 50 og 1200 ( $\varphi = 0,8 \%$ ). Priserne for Jærn og Beton kunde tænkes at stille sig saaledes, at det var billigere at bruge den anden Jærnprocent end den, der svarer til de tilladelige Spændinger, saa at man stod sig ved kun at udnytte eet af Materialerne fuldt ud, men efterfølgende Undersøgelse viser, at dette ikke er Tilfældet ved normale Prisforhold.

Er Betonens Pris  $P_b^{pre}/cm^3$  og Jærnets  $P_j^{pre}/cm^3$  og er Pladens Tykkelse  $a$  cm, dens Bredde 1 cm, bliver Prisen pr. cm Længde:

$$P = a \cdot P_b + f \cdot P_j \quad (139)$$

hvor  $f$  er Jærnarealet pr. cm Bredde. Er Jærnaksens Afstand fra Pladens Trækside  $u$ , giver (135) og (134a):

$$a = h + u = c_1 \cdot \sqrt{M} + u = (\gamma + n) \cdot \sqrt{\frac{6}{n \cdot (3\gamma + 2n)}} \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_b}} + u$$

$$f = \frac{\varphi}{100} \cdot h = \frac{n}{2\gamma} \cdot \sqrt{\frac{6}{n \cdot (3\gamma + 2n)}} \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_b}}$$

Indsættes disse Værdier i (139) og regnes  $\sigma_b$  konstant (foruden  $M$ ,  $n$  og  $u$ ), finder man ved Differentiation m. H. t.  $\gamma$ , at Prisen bliver Minimum, naar

$$\gamma^3 + \frac{n}{3} \cdot \gamma^2 - \frac{n}{2} \cdot (3 \cdot \gamma + \frac{4}{3} \cdot n) \cdot \frac{P_j}{P_b} = 0.$$

Regnes derimod  $\sigma_j$  konstant (for  $\sigma_b$  indføres da  $\sigma_j: \gamma$ ), bliver Prisen Minimum, naar:

$$\gamma^3 + n \cdot \gamma^2 + \frac{n^2}{3} \cdot \gamma - \frac{n}{2} \cdot (\gamma + \frac{n}{3}) \cdot \frac{P_j}{P_b} = 0.$$

Samhørigheden mellem Prisforholdet og den økonomiske Værdi af  $\gamma$  er for  $n = 15$  fremstillet ved de to Kurver paa Fig. 244. Den økonomiske Værdi af  $\sigma_j: \sigma_b$  vokser altid med  $P_j: P_b$ , men hurtigere, naar  $\sigma_b$  er konstant, end naar  $\sigma_j$  er konstant. Da de tilladte Spændinger ikke maa overskrides, vil det billigste Tværsnit enten have  $\sigma_b = s_b^{bc}$ ,  $\sigma_j \leq s_j$ , og Kurven tilvenstre skal da bruges, eller  $\sigma_j = s_j$ ,  $\sigma_b \leq s_b^{bc}$ , og Kurven tilhøjre skal da bruges. Trækkes en vandret Linie svarende til  $\gamma = s_j: s_b^{bc}$  (den i Figuren trukne har  $\gamma = 1200: 50 = 24$ ), deles Kurverne i to Dele, af hvilke de punkterede er ubrugelige, da de medfører utilladelige Spændinger. De optrukne Kurvestykker i Forbindelse med den vandrette Linie giver altsaa den økonomiske Værdi af  $\gamma$ , naar de tilladelige Spændinger ikke maa overskrides. Er disses Forhold 1200: 50, viser Figuren, at det er økonomisk at regne med dem, saalænge  $P_j: P_b$  ligger indenfor Grænserne 23 og 108, og det vil næsten altid være Tilfældet.

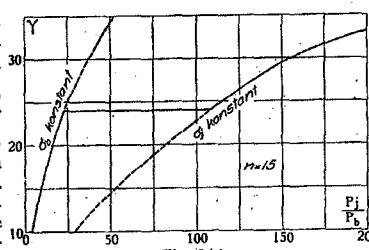


Fig. 244.

δ. Tabel over Tværsnitskonstanterne

$\varphi, \beta, \gamma, \mu$

280. Bøjningsformlerne for et rektangulært Tværsnit uden Trykarmring indeholder forskellige Størrelser, der alene afhænger af Jærnprocenten  $\varphi$  og Forholdet  $n = E_j: E_b$ , og da man sætter  $n = 15$ , afhænger de kun af  $\varphi$ , saaledes at man ret nemt kan beregne en Tabel over dem. Disse Størrelser er  $\beta = \alpha: h$ , som er bestemt ved Formel (125a),  $\gamma = \sigma_j: \sigma_b$ , som er bestemt ved (130), og  $\mu = \frac{1}{3} \cdot \beta \cdot (3 - \beta)$ . En saadan Tabel findes Side 204. Ved Udarbejdelsen har Principet været, at man uden Interpolation skal kunne bestemme  $\beta$  med mindst samme Nøjagtighed som ved Hjælp af en Regnestok. Af  $\beta$  kan Momentarmen beregnes ved Hjælp af (127).

Tabellen kan bruges, selv om man ikke regner med  $n = 15$ ; retter man Spalteoverskrifterne fra  $\varphi$  til  $\varphi \cdot n: 15$  og fra  $\gamma$  til  $\gamma \cdot 15: n$ , gælder Tabellen for en vilkaarlig Værdi af  $n$ .

Tabellen som Helhed gælder kun for rektangulære Tværsnit, men de to midterste Spalter gælder for et vilkaarligt Tværsnit, da Relationen mellem  $\beta$  og  $\gamma$  i Henhold til Formel (116) i § 272 er uafhængig af Tværsnittets Form.

Som Udgangspunkt ved Tabellens Beregning valgtes Værdier af  $\beta$  varierende med 0,001.  $\varphi$  udregnedes af (132),  $\gamma$  af (131) og  $\mu$  af (134). Brudstykker af Tabellen har tidligere været offentliggjorte, første Gang i Ing. 1911, S. 377. Ved Udregningen af  $\gamma$  og  $100\mu$  er der gjort Brug af Professor P. M. Frandsens Tabel over  $\gamma: n$  og  $n^2 = \beta(3 - \beta)$  (Ing. 1913, Nr. 82).

281. Jærnbeton-Regnestok. Ingeniør K. F. W. Askøe har konstrueret en særlig Jærnbeton-Regnestok, der udover de sædvanlige Skalaer har tre med G, H og K mærkede, som erstatter Tabellerne. Indføres Betegnelserne:

$$\varphi_g = \frac{100\mu}{\gamma} \quad \varphi_h = \frac{100}{\gamma} \quad \varphi_k = \frac{m}{h}$$

haves ved ren Bøjning og rektangulært Tværsnit:

$$x = 2h \cdot \frac{\varphi}{\varphi_h} \quad \sigma_j = \frac{100M}{\varphi_g \cdot b \cdot h^2} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_j}{100} \cdot \varphi_h \quad m = \varphi_k \cdot h.$$

Størrelserne  $\varphi_g, \varphi_h$  og  $\varphi_k$  afhænger kun af  $n$  (der regnes lig 15) og af Jærnprocenten  $\varphi$ , og Skalaerne G, H og K er anbragte paa en saadan Maade i Forhold til den almindelige Kvadratskala, at man paa denne aflæser de tre Størrelser som hosstaaende angivet. Spændingerne kan derfor beregnes af ovenstaaende Formler uden  $\varphi_g$  aflæses lodret over Tallet  $\varphi$  paa G-Skalaen  $\varphi_h$  » » » »  $\varphi$  » H- » at man først beregner  $\varphi_g, \varphi_h$  og  $\varphi_k$ , idet man i  $\varphi_k$  » » » »  $\varphi$  » K- » Stedet for at indstille paa disse forskellige Værdier paa Kvadratskalaen, indstiller paa een og samme Værdi  $\varphi$ , men henholdsvis paa G-, H- og K-Skalaen. Se iøvrigt Ing. 1922, S. 391.



Table with 13 columns of numerical data, likely representing physical constants or material properties across various dimensions.

Table with 13 columns of numerical data, continuing the series from page 206.

ε. Modstandsmomenter.

282. Af Formlerne (128) og (133):

σ\_j = M / f · m and σ\_b = M / μ · b · h^3

ses, at et rektangulært Tværnsnit Modstandsmomenter er:

W\_j = f · m and W\_b = μ · b · h^2 (140)(141)

Formel (141) er ligedannet med den for et homogent, rektangulært Tværnsnit gældende W = 1/6 bh^2, idet den konstante Faktor 1/6 er erstattet af den med φ variable Faktor μ. Til φ = 0,787 % svarer W\_b = 1/6 · b · h^2, og for større Værdier af φ er man altsaa paa den sikre Side ved at bruge denne, let

huskelige Værdi af  $W_b$ . Samhørigheden mellem  $M: bh^2$ ,  $\varphi$ ,  $s_b^{bc}$  og  $s_j$  fremgaar af Fig. 272 i § 318.

Er  $B$  Tværsnittets Bredder i Meter, altsaa  $b = 100B$ , og udtrykkes  $W_j$  ved  $W_b$ , faas:

$$W_b = 100 \cdot \mu \cdot B \cdot h^2 \quad W_j = \frac{W_b}{\gamma} \quad (142) (143)$$

I Tabellen Side 204 er Størrelserne  $100\mu$  og  $\gamma$  beregnet ( $n = 15$ ) for alle Værdier af  $\varphi$ , saa at Modstandsmomenterne af et rektangulært Tværsnit let kan bestemmes, naar  $\varphi$ ,  $b$  og  $h$  er kendte. En Tabel over selve Modstandsmomenterne findes i § 370.

**283. Ved Spændingsbestemmelse har man:**

$$\sigma_b = \frac{M}{W_b} \quad \sigma_j = \gamma \cdot \sigma_b \quad (144)$$

Det Moment, et givet Tværsnit kan optage, uden at de tilladelige Spændinger overskrides, er det mindste af følgende to:

$$M = s_b^{bc} \cdot W_b \quad \text{og} \quad M = s_j \cdot W_j \quad (145)$$

**Eksempel.** Et 10 cm højt og 100 cm bredt Tværsnit er armeret med 10 Rj. 9 mm og paavirket af Momentet 500 kgm. Der er 1 cm Beton under Jærnet, og dettes Tværsnit er 6,36 cm<sup>2</sup>, saa Nyttehøjden er  $h = 10 - 1 - 0,45 = 8,55$  cm og Jærnprocenten  $\varphi = 6,36 : 8,55 = 0,744$ . hvortil der i Følge Tabellen S. 205 svarer  $100\mu = 16,36$  og  $\gamma = 25,1$ , altsaa (Formel 142):  $W_b = 16,36 \cdot 1 \cdot 8,55^2 = 1194$   $\sigma_b = 500 \cdot 100 : 1194 = 41,8$   $\sigma_j = 41,8 \cdot 25,1 = 1050$ .

**284. Ved Dimensionering kendes  $\gamma$  og dermed  $\varphi$  og  $\mu$ .**

Med  $\sigma_b = 50$  og  $\sigma_j = 1200$  kan Tværsnittet saaledes optage Momentet:

$$M = s_b^{bc} \cdot W_b = 50 \cdot 0,1676 \cdot b \cdot h^2 = 8,38 \cdot b \cdot h^2 \quad (145a)$$

Med  $\sigma_b = 40$  og  $\sigma_j = 1000$  kan optages:

$$M = s_b^{bc} \cdot W_b = 40 \cdot 0,1641 \cdot b \cdot h^2 = 6,56 \cdot b \cdot h^2 \quad (145b)$$

Man kan følgelig vælge  $b$  og beregne  $h$  eller omvendt, hvorefter man har  $f = \frac{1}{\gamma} \varphi \cdot b \cdot h$ .

**285.** Ogsaa Inertimomenterne kan beregnes ved Hjælp af Tabellen S. 204, idet man har  $I_b = W_b \cdot x = W_b \cdot \beta \cdot h$ , der kombineret med (141) giver:

$$I_b = \mu \cdot \beta \cdot b \cdot h^3 \quad (146)$$

**ζ. De formelle Spændingers Afhængighed af  $n$ .**

**286.** Forudsætningerne 1—3 i § 272 gælder kun ved middelstore Spændinger, 1 er ugyldig ved smaa, 2—3 ved store Spændinger. De ullede Formler har derfor kun Gyldighed indenfor et vist Spændingsinterval, og Gyldigheden her er betinget af, at vi indfører den sande Værdi af  $n$ , altsaa af  $E_b$ . Jo stærkere Betonen er, des mindre burde  $n$  regnes. Da den sande Værdi er meget variabel, skal det undersøges, hvilken Indflydelse denne Variation har paa de regningsmæssige Spændinger.

I Fig. 245 angiver de 4 nedre Kurver den neutrale Akse Beliggenhed i rektangulære Tværsnit, hvis Jærnprocent varierer fra 0 til 5. Den øverste vandrette Linie svarer til Tryksiden, den nederste til Jærnets Tyngdepunkt, og Kurverne angiver derfor den neutrale Akse Afstand fra Tryksiden i Brøkdeler af Nyttehøjden eller  $\beta = x : h$ ; Værdierne er beregnede af Formel (125 a) i § 276. Kurven  $n = 15$  viser, at til  $\varphi = 0,8\%$  (Spændingsforhold  $\frac{50}{1200}$ ) svarer  $x = 0,384 h$ ; endvidere ses, at  $x$  vokser med Jærnprocenten i Overensstemmelse

med Regelen, at Jærnet tiltrækker den neutrale Akse.

Hvis man indfører  $n = 20$  i Stedet for  $n = 15$ , giver Formel (125 a) den viste Sænkning. Dette er umiddelbart indlysende, thi at forøge  $n$  svarer til at regne med en større Virkning af Jærnet og har derfor samme Indflydelse paa den neutrale Akse Beliggenhed som en Forøgelse af Jærnprocenten; i et Tværsnit med 2% Jærn og  $n = 15$  ligger den neutrale Akse paa samme Sted som i et Tværsnit med 1,5% Jærn og  $n = 20$ , hvilket fremgaar af Fig. 245 eller direkte af Formel (125 a) idet  $\beta$  alene er afhængig af Produktet  $n \cdot \varphi$ . Omvendt ser man, hvorledes den

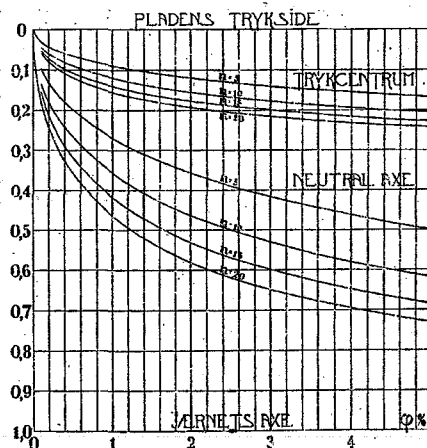


Fig. 245.

neutrale Akse hæver sig ved Indførelse af  $n = 10$  og  $n = 5$ .

Da Trykcentrets Afstand fra Tryksiden er lig med  $\frac{1}{3}$  af den neutrale Akse Afstand, varierer de to Afstande paa ganske samme Maade med  $n$  og  $\varphi$ ; de 4 øvre Kurver viser Variationen, og det ses, at Momentarmen aftager saavel med voksende  $n$  som med voksende  $\varphi$ .

Hvis man til Eksempel for en Bjælke med  $h = 10$  cm,  $b = 100$  cm,  $\varphi = 0,8\%$  beregner  $x$  og  $m$  for forskellige Værdier af  $n$ , kommer man til de i hosstaaende Tabel indførte Størrelser, og hvis man endvidere forudsætter  $M = 83\,700$  kgcm,

	$n = 5$	$10$	$15$	$20$
$x$	2,45	3,28	3,84	4,27
$m$	9,18	8,91	8,72	8,58
$C = T = M$	9120	9390	9690	9770
$\sigma_j$	1140	1170	1200	1220
$\sigma_b$	74,4	57,1	50,0	45,6

findes de ligeledes i Tabellen indførte Værdier af  $C$ ,  $T$ ,  $\sigma_j$  og  $\sigma_b$ . Tryk- og Trækkraftens Vækst med  $n$  skyldes  $m$ 's Aftagen, idet  $C = T = M : m$ ;  $\sigma_j$  vokser paa samme Maade, idet  $\sigma_j = T : f$ . Derimod aftager  $\sigma_b$ , fordi  $x$  og dermed Trykarealet vokser hurtigere end  $C$ . Dette Eksempel viser, at Valget af  $n$  har stor Indflydelse paa  $x$  og dermed paa  $\sigma_b$ , men kun ringe Indflydelse paa  $\sigma_j$ .

Har man en Række Bjælker med ens  $h$  og ens  $b$ , men forskelligt  $\varphi$ , og paavirkedes de af ulige store Momenter, saaledes at  $\sigma_j = 1000$  at i alle Bjælkerne, vil  $\sigma_b$  variere med  $n$  og  $\varphi$ , som Fig. 246 viser<sup>1)</sup>.

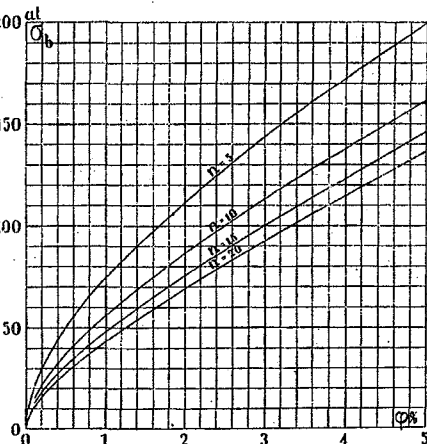


Fig. 246.

<sup>1)</sup> Hvis man multiplicerer Ordinaterne med  $1200 : 1000$ , faar man de til  $\sigma_j = 1200$  svarende Værdier af  $\sigma_b$ , idet Kurverne i al Almindelighed viser Variationen af  $1000 : \gamma$  eller  $1000 \cdot \sigma_b : \sigma_j$ .

Hvis en given Bjælke paavirkes af et givet Moment, vil dens Betonspænding i Henhold til Eksemplet ovenfor være des større, jo mindre  $n$  er, altsaa jo større Betonens Trykstyrke er, og naar man regner  $n = 15$  for alle Betonstyrker, finder man følgende falske Værdier af  $\sigma_b$ .

**287. Spændingsbestemmelsens Formaal** er imidlertid ikke at finde de sande Spændinger, men at bedømme Brudikkerheden, og paa denne Bedømmelse har Størrelsen af  $n$  kun ringe Indflydelse. De Spændinger, der tillades i Praksis, er nemlig valgte saaledes, at Jærnprocenten bliver lille i Forhold til Betonens Styrke; Jærnet flyder, længe inden Betonen knuses. Under disse Forhold er det Jærns spændingen og ikke Betonspændingen, der bestemmer Bjælkens Sikkerhedsgrad, og da Jærns spændingen kun varierer lidet med  $n$ , er det af underordnet Betydning for Sikkerhedsgraden, hvilken Værdi af  $n$  man indfører i Dimensionseringsformlerne.

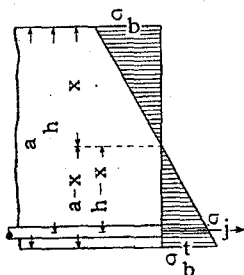
Er de tilladte Spændinger 50 og 1200, haves  $\gamma = 1200 : 50 = 24$ , og den tilsvarende Værdi af  $\varphi$  varierer da med  $n$ , som hosstaaende Tabel viser. Skal Tværsnittet kunne optage  $M_{100} = 3000 \text{ kg}$ , kræves de i Tabellens to sidste Linier indførte Dimensioner. Disse Bjælker vil, trods deres Forskellighed, have samme Brudlast, da de alle har samme  $\sigma_j$ .

$n$	5	10	15	20
$\varphi$	0,360	0,612	0,801	0,947 %
$h$	27,2	21,3	19,0	17,7 cm
$f_{100}$	9,79	13,0	15,2	16,8 cm <sup>2</sup>

Sammenlignes Jærnbetonbjælken med en valset Jærnbjælke, vil Indførelsen af  $n = 15$  svare til at bruge et Normalprofil,  $n = 20$  til at bruge et bredflangt Profil. Er de tilladte Spændinger givne, vil  $n = 20$  give en Konstruktion med meget Jærn og lidt Beton,  $n = 5$  en Konstruktion med lidt Jærn og megen Beton. Valget af  $n$  kan saaledes faa økonomisk Betydning, men for Konstruktionens Sikkerhedsgrad har det ingen Betydning.

**c. Rektangulært Bjælkets tværsnit uden Trykarmering og med Betontrækspændinger.**

**288.** Tages der Hensyn til Betonens Trækspændinger (Fig. 247), og regnes  $E_b^t = E_b^c$ , ændres Ligningerne (114), (117), og (118) i § 272 til:



$$\frac{x}{h-x} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \quad \frac{1}{2} \cdot \sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j + \frac{1}{2} \cdot \sigma_b^t \cdot (a-x) \cdot b$$

$$M = f \cdot \sigma_j \cdot \left( h - \frac{x}{3} \right) + \frac{1}{2} \cdot \sigma_b^t \cdot (a-x) \cdot b \cdot \frac{2}{3} \cdot a$$

Af disse Ligninger findes:

$$x = \left( \frac{1}{3} \cdot b \cdot a^2 + n \cdot f \cdot h \right) : (b \cdot a + n \cdot f) \quad (147)$$

$$\sigma_b = M \cdot x : \left[ \frac{1}{3} \cdot b \cdot (x^3 + (a-x)^3) + n \cdot f \cdot (h-x)^2 \right] \quad (148)$$

$$\sigma_j = n \cdot \frac{h-x}{x} \cdot \sigma_b, \quad \sigma_b^t = \frac{a-x}{x} \cdot \sigma_b \quad (149)(150)$$

Hvis Betonen er revnet op til en vis Afstand fra Nullinen, vedbliver Ligningerne at gælde, naar man for  $a$  indfører Højden af det resterende Betontværsnit. Indføres  $a = x$ , kommer man til de almindelige Ligninger for heit uivirksom Betontrækzone.

Hvis man indfører Modstandsmomentet overfor Trækspændingen og skriver  $\sigma_b^t = M : W_b^t$ , kan  $W_b^t$  udtrykkes som en Funktion af enten  $b \cdot a^2$  eller  $b \cdot h^2$  samt af  $\varphi (= 100 \cdot f : bh)$ . Sættes:  $W_b^t = \mu^t \cdot b \cdot h^2$  og  $h = \delta \cdot a$ , findes:

$$\mu^t = \left[ \frac{1}{6 \cdot \delta^2} + \frac{2 \cdot n \cdot \varphi}{100 \cdot \delta} \cdot \left( \frac{1}{3} + \delta^2 - \delta \right) \right] : \left[ 1 + \frac{2 \cdot n \cdot \varphi}{100} \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \right]$$

For  $\delta = 0,9$  kan dette Udtryk nøjagtigt nok erstattes med:

$$\mu^t = 0,208 + 0,0047 \cdot n \cdot \varphi$$

idet denne Værdis Afgivelse fra den sande kun er:

For $n \cdot \varphi =$	5	10	20	30	40	50	60	70	80
Afgivelse i %:	+0,4	0,0	-0,3	0,0	+0,6	+1,4	+2,4	+3,5	+4,7

Betonens Trækspænding, naar  $\delta = 0,9$ , kan derfor beregnes af Formlen:

$$\sigma_b^t = \frac{M}{(0,208 + 0,0047 \cdot n \cdot \varphi) \cdot b \cdot h^2} \quad (150a)$$

**289.** Ved Brugen af ovenstaaende Formler maa huskes, at  $E_b^t$  aftager hurtigt med voksende Spænding, hvilket der ikke er taget Hensyn til, ligesaa lidt som til Svindspændingerne. At dømme efter Bach & Grafs Forsøg (D. A. f. E. Heft 24) med Bjælker af Beton 1 : 2 : 3 synes der at være tilstrækkelig Sikkerhed mod Revner, naar  $\sigma_b^t$  bestemt af (150) med  $n=15$ , ikke overstiger 24at.

Undertiden sættes  $E_b^t = \alpha \cdot E_b^c = 0,4 E_b^c$ . Dette fører til samme Resultat, som hvis man reducerer Trækzonens Bredder til  $\alpha \cdot b$  og regner  $E_b^t = E_b^c$ . Man har da blot at regne med det i Fig. 248 viste homogene Tværsnit, hvis Tyngdepunktsafstand  $x$  og Inertimoment  $I_b$  let bestemmes, hvorefter man har  $\sigma_b = M \cdot x : I_b$ , og  $\sigma_b^t = \alpha \cdot M \cdot (a-x) : I_b$ , medens Ligning (149) forbliver uændret. For en Bjælke uden Armering findes under disse Forhold:

$$x = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha}} \right) \cdot a$$



Fig. 248.

**2. De virkelige Spændingsforhold.**

**a. Forskellige Spændingsstadier.**

**290.** For en bøjet Bjælkes Vedkommende skelnes ofte mellem 4 forskellige Spændingsstadier, som dog i Virkeligheden gaar jævnt over i hinanden.

Stadium I (Fig. 249) er Begyndelsesstadiet, paa hvilket Spændingerne er saa smaa, at Elasticitetstallet kan regnes konstant og ens for Træk og Tryk. Bortset fra Jærnet forholder Bjælken sig, som om den var af homogent Materiale. For dette Stadium gælder Formlerne i § 288, og dette Stadium lægges undertiden til Grund ved Beregning af Bjælkens Deformationer under de tilladte Spændinger og de af Deformationerne afhængige statisk ubestemte Størrelser, idet man indfører  $n = 10$  (svarende til  $E_b^c = E_b^t = 210\,000 \text{ at}$ ). Som Regel ser man dog bort fra Jærnet.

Med stigende Last vokser Spændingen, og Træk-Elasticitetstallets aftagende Størrelse gør sig gældende. Umiddelbart før Betonen revner haves Stadium IIa (Fig. 250).

Naar Betonen er revnet, og Jærnet optager hele Trækraften, haves Stadium IIb (Fig. 251), for hvilket Formlerne i § 272-85 gælder, og som lægges til Grund for alle praktiske Styrkeberegninger. Overgangsstadierne mellem IIa og IIb har ringe Interesse; hvis Bjælken ikke er meget stærkt armeret, vil Jærnet, saa snart Revnedannelsen begynder, strække sig saa stærkt, at det Trækareal, der bliver tilbage, er betydningsløst.

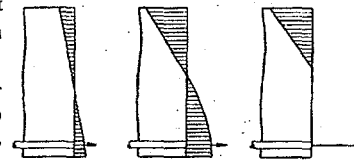


Fig. 249. Fig. 250. Fig. 251.

Ved de smaa Jærnprocenter, der bruges i Praksis, kan man gaa ud fra, at Trykdiagrammet er retliniet, ogsaa efter at Betonen er revnet, men ved yderligere Spændingsstigning gør Arbejdsliniens Krumning sig gældende (se Fig. 265 i § 306, der dog gælder for en langt større Jærnprocent end de foregaaende Figurer); og sluttelig naas Stadium III, Brudstadiet, paa hvilket Jærnet flyder eller Betonen knuses, som det nærmere vil blive omtalt i det følgende.

Naar en Bjælke brydes, kan samtlige Spændingsstadier være repræsenterede i den. Brudtværsnittet kan være paa Stadium III, Lejetværsnittet paa Stadium I, og i mellemliggende Tværsnit træffes IIa og IIb.

### b. Nulliniens virkelige Beliggenhed.

291. Til at begynde med ligger den neutrale Akse nærmere ved Træksiden end ved Tryksiden (Fig. 249), fordi Jærnet trækker den ned, men med stigende Last hæver den sig (Fig. 250), fordi den strakte Beton er mere eftergivende end den trykkede. Tilsidst revner Betonen (Fig. 251), og Beliggenheden kan da bestemmes af (125a) i § 276, naar man indfører den sande Værdi af  $n^1$ ); jo daarligere Betonen er, des lavere ligger Aksen. For god Beton synes  $n=15$  at være et meget passende Middeltal. Yderligere Spændingsforøgelse forandrer kun uvæsentlig Aksens Beliggenhed. Først umiddelbart før Brud, naar Jærnet flyder, rykker den saa højt op, at Betonen knuses.

Er Betonen meget slet, eller er den meget stærkt armeret, vil den neutrale Akse slet ikke hæve sig som ovenfor beskrevet, men rykke dybere og dybere ned, indtil sluttelig Betonen knuses. Efterat Betonen er revnet, vil den neutrale Flade have en uregelmæssig, bølget Form, idet den ligger højt i de revnede Tværsnit og sænker sig paa Strækningen mellem to Revner, fordi Betonen her optager Træk.

### c. Underarmerede Bjælkens Forhold.

292. For en uarmeret Bjælke falder Revne- og Brudlast sammen, og dette gælder ogsaa for en armeret Bjælke, naar Jærnprocenten er saa lav, at Jærnet ikke kan optage den Trækkraft, der overføres til det, naar Betonen revner. En saadan Bjælke brydes pludseligt, og Brudmomentet bestemmes af Betonens Bøjningsstyrke, ikke af Jærnarealets Størrelse, saa de for revnet Beton udledte Spændingsformler har ingen Gyldighed i dette Tilfælde; de vilde, naar  $\varphi$  laa nær Nul, give  $\sigma_j$  nær  $\infty$  (§ 309). Den kritiske Jærnprocent kan beregnes af Ligningen:

$$W \cdot S_b^b = f \cdot S_j^j \cdot m,$$

hvor  $W$  er det fulde Tværsnits Modstandsmoment. For et rektangulært Tværsnit findes tilnærmelsesvis:

$$\varphi = 20 \cdot S_b^b : S_j^j.$$

Er  $S_b^b = 50$ ,  $S_j^j = 4000$ , faas  $\varphi = 0,25\%$ . For 6 Maaneder gamle Bjælker af Beton 1:2:4 med noget nær disse Styrketal fandtes den kritiske Værdi af  $\varphi$  ved ca. 0,2<sup>2)</sup>.

### d. Normalt armerede Bjælkens Forhold.

#### a. Bøjningskurven.

293. Oversigt. Er Jærnprocenten saa stor, at Jærnspændingen efter Revnedannelsen ikke overskrider Flydespændingen, vil Bjælken kunne belastes yderligere, indtil enten Jærnet flyder eller Tryksidens Beton knuses, og naar Jærnprocenten ikke er unormalt høj i Forhold til Betonens Trykstyrke, vil det

<sup>1)</sup> I Henhold til Schüles Forsøg kan  $n$  ligge mellem 4,3 og 29,2, eftersom Betonen er bedre eller daarligere (Mitt. d. eidg. Materialprüfungsanstalt Heft 10, 12, 13).

<sup>2)</sup> Ing. 1908, S. 127.

være Jærnets Flydning, der bestemmer Brudlasten. Naar Jærnet flyder, vil Revnerne nemlig gabe saa stærkt, at Nullinien rykker op i Nærheden af Bjælkens Overside, saa at Betonen her knuses. Fig. 252 viser en saadan Bjælkens Brududseende; Tallene angiver den Last i kg, ved hvilken Revnerne naaede op til den punkterede Tværstreg. Man ser, at Revnerne efterhaanden arbejder sig i Vejret uden at udvide sig synderligt, indtil sluttelig Flydegrænsen naas, og en enkelt Revne gaber saa stærkt, at Betonen knuses.



Fig. 252. Brudt Jærnbetonbjælke, Bruddet skyldes Jærnets Flyden<sup>1)</sup>.

294. Flydegrænsens Betydning. Fig. 253 viser Bøjningskurver for Bjælker som Fig. 254 armerede med 2 Rj. 12<sup>mm</sup> 2). Alle Bjælkerne var ens, bortset fra, at Jærnets Flydegrænse varierede fra 2100 til 4400<sup>at</sup>, som skrevet paa Kurverne. Disse angiver Sambørigheden mellem Jærnspændingen ( $n=15$ ,  $\sigma_b^b=0$ ) og Bøjningspilen paa de midterste 175<sup>cm</sup>. Fordelen ved at bruge haardt Staal er iøjnefaldende.

295. Revnedannelse. Bøjningspilen vokser i Begyndelsen hurtigere end Lasten, fordi Betonens Trækelasticitetstal aftager med voksende Spænding, og fordi den strakte Beton efterhaanden revner. De første Tværevner opstod som Regel ved Tværjærnene. Den tilsvarende Betonspænding  $\sigma_b^b$  beregnet med  $n=15$ , var uafhængig af Jærnets Art og lig 33-43<sup>at</sup>, medens uarmerede Bjælker revnede ved  $\sigma_b^b=54^{\text{at}}$ . Forskellen skyldes utvivlsomt dels Tværjærnene, dels at Længdejærnene vanskeliggør Støbningen, dels de af Jærnet fremkaldte Svindspændinger. Den til Revne-

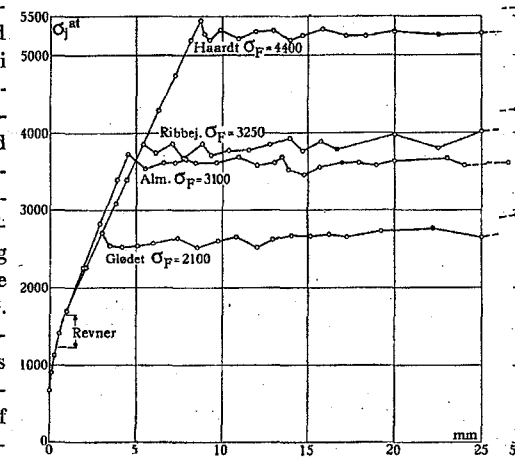


Fig. 253. Bøjningskurver.

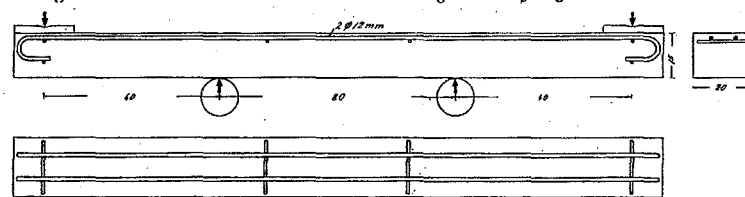


Fig. 254. Forsøgsbjælke.

<sup>1)</sup> Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 165-166.

<sup>2)</sup> Ing. 1921, S. 750.

lasten svarende Værdi af  $\sigma_j$  beregnet uden Hensyn til Betonens Trækspændinger var ogsaa uafhængig af Jærnets Art og lig 1220-1650 at. Den almindelige tilladelige Spænding (1200 at) giver altsaa ingen nævneværdig Sikkerhed mod Revner.

Revnedannelsens Indflydelse paa en Bjælkes Deformationer fremtræder tydeligere, naar man maaler Træksidens Forlængelser. Som Eksempel skal Bachs Forsøg med den i Fig. 193 (§ 241) viste Bjælke fremdrages. Bjælken hærdnede i Vand<sup>1)</sup>. I Fig. 255 viser de fuldt optrukne Kurver Betonens Forlængelse, som den maales paa Bjælkens Underside, idet Ordina-

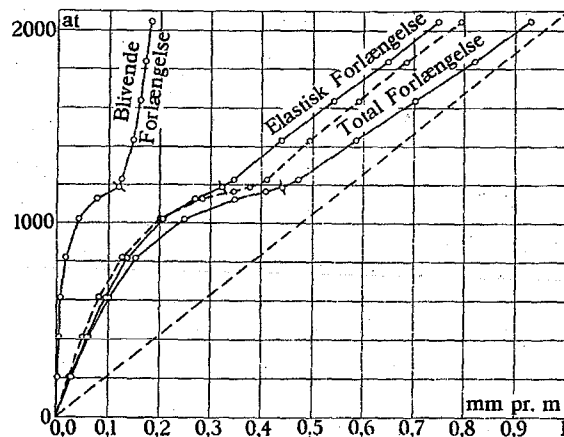


Fig. 255. Træksidens Forlængelse.

terne angiver den teoretiske Jærnsplænding, som man regner sig til ( $n = 15$ ), naar Betonen slet ingen Trækspændinger kan optage. En Tværstreg paa Kurverne angiver det Tidspunkt, paa hvilket den første Revne blev synlig. Samtidig maales Jærnets Forlængelse, og den punkterede krumme Kurve viser dettes totale Forlængelse<sup>2)</sup>. Endelig er der tegnet en punkteret, ret Linie, som angiver, hvor meget Jærnet skulde have forlænget sig, hvis den strakte Beton slet ikke var medvirkende, og hvis i øvrigt Forudsætningerne for de i Praxis brugte Formler var rigtige. At Afvigelseerne i Begyndelsen er saa store er en simpel Følge af, at Betonen optager største Delen af det Træk, som Formlerne tildeler Jærnet. Ved en Forlængelse af 0,2 mm/m er Kurven for Betonens totale Forlængelse parallel med den punkterede, rette Linie, hvilket vil sige, at Betonsplændingen paa dette Stadium ikke mere er i Stigen, men kun Jærnsplændingen; paa den følgende Strækning begynder de usynlige Revner at danne sig, hvorved Kurven bliver meget flad, og først noget efter at den første Revne er bleven synlig, er Kraftens Overførelse fra Beton til Jærnet saa vidt tilendebragt, at det nu i Hovedsagen er Jærnet, der bestemmer det yderligere Forløb af Kurven. At de maale Forlængelser af Jærnet ogsaa efter Revnedannelsen er mindre end de teoretiske, skyldes, at Betonen mellem Revnerne aflaster Jærnet. Den teoretiske Jærnsplænding er altsaa kun tilstede i Revnerne, Splændingens Middelværdi er lavere.

Revnedannelse ved Brug af Ribbejern omtales i § 297 og 299, Forholdet mellem Revnesplænding og tilladelige Splændinger i § 377-8.

<sup>1)</sup> *Mit. ü. F.*, Heft 45-47, S. 90. Bjælken var 20 cm høj, 15 cm bred og støbt af Rundstensbeton 1:1:2.

<sup>2)</sup> Forholdet mellem Jærnets og Undersidens Forlængelser svarede til Forholdene mellem Afstandene til Nullinien.

296. **Flydning.** Noget efter at Revnerne er blevet synlige, bliver Kurverne i Fig. 253 og 255 retliniede, og denne Retliniethed holder sig, indtil Flydningen indtræder. Fig. 253 viser, at Flydegrænsen fremtræder meget skarpt, og at den økonomisk set er ensbetydende med Brud. I nedenstaaende Tabels Spalte 1-3 er indført den ved Trækforsøg med Jærnet fundne Flydesplænding

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	$\sigma_F$ at	$\sigma_j$ at	$\frac{\sigma_j}{\sigma_F}$	maks $\sigma_j$ at	maks $\sigma_j$ $\sigma_F$	maks $\sigma_j$ $S_j^2$	Relative Værdier			
	$\sigma_F$	$\sigma_j$	maks $\sigma_j$	$\sigma_F$	$\sigma_j$	maks $\sigma_j$	$\sigma_F$	$\sigma_j$	maks $\sigma_j$	$S_j^2$
Glødet Rj. ....	2100	2705	1,29	3025	1,44	0,80	68	74	82	83
Almindeligt ....	3100	3645	1,18 <sup>3)</sup>	3675	1,19	0,81 <sup>3)</sup>	100	100	100	100
Ribbejern ....	3250	3980	1,18	4560	1,35	0,77	109 <sup>2)</sup>	109	124	130
Haardt Rj. ....	4400	5425	1,23	5765	1,31	0,78 <sup>2)</sup>	142	149	157	161

$\sigma_F$  og den regningsmæssige Jærnsplænding  $\sigma_j$ , ved hvilken Flydningen i Bjælkerne indtraadte, samt Forholdet mellem dem; i Gennemsnit er  $\sigma_j = 1,22 \cdot \sigma_F$ . Denne Forskel vil blive nærmere omtalt i § 300-304. Her skal blot paapeges, at en Klassificering af Jærnene efter Trækflydegrænsen og efter  $\sigma_j$  ved Flydelasten fører til noget nær samme Resultat, thi sættes begge disse Størrelser lig 100 for det almindelige Rundjern, findes Værdierne i 7' og 8' Spalte.

297. **Bøjningskurven efter Flydegrænsen.** Efter at Flydningen er begyndt, medgaar det Arbejde, der tilføres Bjælken, til blivende Deformationer, og Kraftens Eftervirkning er meget stor, saaledes at det ikke er muligt at naa nogen endelig Ligevægtstilstand, i alt Fald vilde det kræve ikke Timer, men Dage og Uger. Bjælkens Ødelæggelse skrider jævnt fremad under en Last, hvis Størrelse er noget afhængig af den Hastighed, hvormed man tvinger Bjælken til at bøje sig<sup>3)</sup>.

Fig. 253 viser, at Lasten synker noget efter Flydningens Indtræden. Dette er en Følge af Prøvemaskinens Virkemaade, thi naar Bjælken bøjer sig, aftager Lasten. Ved Forsøg med direkte Vægtbelastning vil der som Regel ske totalt Brud ved Flydelasten. Den Overskridelse af Flydelasten, som ved Maskinforsøg kan indtræde efter længere Tids Flydning, er derfor som Regel uden Betydning for Praxis, men ikke altid, thi for at Betonen skal knuses, maa Jærnet flyde paa en passende lang Strækning, og baade Momentkurvens Form og Jærnenes Overfladebeskaffenhed kommer derved til at spille en Rolle.

Er **Momentkurven** en Trekant (Enkeltkraft paa Midten), bliver Brudmomentet større, end naar den er et Trapez (2 Enkeltkræfter), thi i første Tilfælde optræder Maksimalsplændingen kun i et enkelt Tværnsnit, i sidste paa en længere Strækning (§ 313).

<sup>1)</sup> Ved andre, ganske tilsvarende Forsøg (*Ing.* 1927, S. 235) fandtes  $\sigma_j = 3445$  at = 1,15  $\sigma_F$ .

<sup>2)</sup> Ved de i Fodnote <sup>1)</sup> nævnte Forsøg fandtes ogsaa 0,81.

<sup>3)</sup> Ved Forsøgene i Fig. 253 blev der belastet meget langsomt under den første Del af Flydningen, først ved Slutningen af Forsøget brugtes Motor. Skellet mellem Haanddrejning og Motordrejning er paa Kurverne vist ved en fyldt Cirkel. Naar Bøjningsspillet havde naaet en Værdi af 50-60 mm, blev Forsøget afbrudt; Kraften P ved 50 mm Bøjningspillet er vist til højre udenfor det egentlige Diagram. Den Zigzag-Form, Kurverne antager efter Flydningen, hænger tildels sammen med Revnedannelsen, dels med den varierende Forsøgshastighed. Havde man ladet Maskinen løbe med konstant Hastighed og taget Aflesninger med konstante Tidsmellemrum, var Kurverne blevne jævne og desuden hevede noget i Vejret. Af Hensyn til Revnernes Optegning m. m. kunde denne Fremgangsmaade ikke følges, der maatte jævnlig standses, hvilket har sat sit Præg paa Kurverne. Overhovedet blev Forsøgene udført overordentlig langsomt, lige indtil Motoren blev indskudt, saaledes at det maa antages, at en endnu ringere Forsøgshastighed vilde have givet samme Bølgelighed af Kurverne som Helhed.

Virkningen af **Jærnoverfladens Beskaffenhed** viser sig ved Forsøg med Ribbejern. I Bjælker armerede med almindelige Rundjern vil Flydningen, naar den først er indtraadt i det Punkt eller paa den Strækning, hvor Jærnspringningen er størst, hurtigt forplante sig videre, saaledes at Jærnet løsner sig fra Betonen og faar samme Spænding paa en større Del af Bjælkelængden uden Hensyn til Momentets Størrelse, hvorved denne Del af Bjælken kommer til at virke som en Bue med Trækbaand. For Ribbejernenes Vedkommende indtræder denne Tilstand vanskeligere, fordi de ikke kan flyde inde i Betonen uden at rive denne i Stykker. Dette gælder ogsaa andre Specialjern<sup>1)</sup> og giver sig yderligt tilkende i Revnerne. Inden Flydningen er de ens for Rundjern og Specialjern, fine og nogenlunde jævnt fordelte, f. Eks med 6<sup>cm</sup> Afstand, men af disse Revner aabner kun een eller to sig ved Rundjernenes Flyden, idet Adhæsionen ophæves paa hele det revnede Stykke, og Flydningen skaffer sig Luft i de faa Revner. Ved Specialjernenes Flyden aabner flere Revner sig og nye dannes, ofte uregelmæssige, saa Bjælkens Trækside til Slut kan være helt sønderrevet; Betonens hæmmende Indflydelse paa Deformationen mærkes derfor lige indtil Bruddet sker.

**298. Forholdet mellem Brudlast og Flydelast.** Ved de nys nævnte Forsøg (Fig. 253), ved hvilke Momentet var konstant paa en lang Strækning, blev Overskridelsen i Middeltal for Bjælker med: Glødet Rj. 12 %, Almindeligt Rj. 1 1/2 %, Ribbejern 15 %, Haardt Rj. 6 %, altsaa væsentlig større for Ribbejernene end for det almindelige Rundjern.

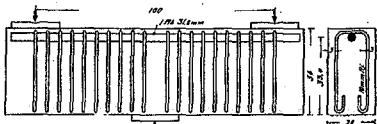


Fig. 256. Ribbejern.

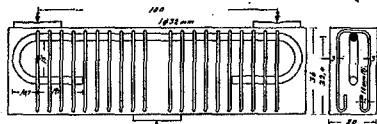


Fig. 257. Rundjern.

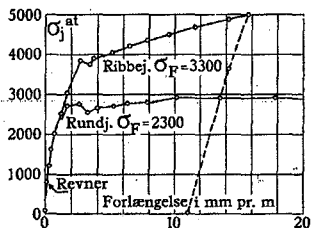


Fig. 258. Træksidens Forlængelse.

var Prøvemaskinens maksimale Ydeevne naaet og Bjælken stærkt ødelagt, men Kurvens stadige Stigen viser, at Bærevnen ikke er udtømt.

**299. Revnedannelse ved Brug af Ribbejern.** Mens der i Rundjernsbjælken kun fremkom 3 gennemgaaende Tværrevner, fremkom der over dobbelt saa mange i Ribbejernsbjælkerne, og deres Beliggenhed var ikke blot bestemt af Bøjlernes, men paavirkedes ogsaa af Ribbernes. Revnernes Forløb i Ribbejernsbjælkerne er skitseret i Fig. 259. Revnerne opstod i Rækkefølgen a-b-c. Medens Revnerne a forlængede sig ned ad Bjælkens Sider, bøjede b og c hen mod Bjælkens Midte paa Grund af Forskydningspændingerne og naaede tilsidst ind over den Træplade, paa hvilken Bjælken hvilede.

Naar Maksimalmomentet kun optræder paa en kort Strækning som i de to Forsøgsbjælker Fig. 256 og 257, der var armerede med henholdsvis 1 Stk. 32 mm Ribbejern og 1 Stk. 32 mm Rundjern, bliver Overskridelsen større og mest for Ribbejernene. Disse Bjælkens Bøjningspil maalttes ikke, men derimod Træksidens Forlængelse paa en Maalelængde af 65 cm liggende symmetrisk med Hensyn til Bjælkens Midtertværsnit. Fig. 258 viser Resultaterne. Medens Rundjernsbjælkens Brudlast kun laa 9 % over Flydelasten, kunde Ribbejernsbjælken belastes 32 % over Flydelasten; paa dette Tidspunkt

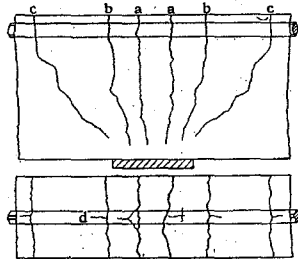


Fig. 259. Ribbejern.

Bjælken hvilede.

<sup>1)</sup> Se Ing. 1908, S. 127.

<sup>2)</sup> Ved andre, ganske tilsvarende Forsøg (Ing. 1927, S. 235) fandtes ogsaa kun 1 %.

Ved Slutningen af Forsøget var der mange fine Længderevner  $d$  i Ribbejernsbjælkernes Trækside lige over Jærnet, den første opdagedes ved  $\sigma_j = \text{ca. } 2800 \text{ at}$ . Disse Revner begyndte ved en Tværrevne og løb i Retning af Bjælkeenden. Hver Revne havde en Længde af ca. 3 cm, altsaa lidt mindre end Bøjleafstanden; havde Bøjlerne manglet, vilde man utvivlsomt have faaet en gennemgaaende Revne. Lignende Revner iagttoges paa de lave Ribbejernsbjælker, og de fremkom ogsaa i Bjælken Fig. 257 (ved  $\sigma_j = \text{ca. } 2700 \text{ at}$ ). De kan skyldes en svag Glidning af Jærnet, hvorved Tværribberne eller tilfældige Smaaknopper paa Jærnet virker sprængende, men de kan ogsaa skyldes den lodrette forskydende Kraft, der i Tværrivnerne for en stor Del maa overføres gennem Jærnet og derfor søger at rive Jærnet ud af Betonen; endelig maa det erindres, at der i disse Revners Plan paa Forhaand virker Trækspændinger hidrørende fra, at Jærnet hindrer den Beton, der dækker det, i at svinde.

### β. Brudspændinger.

**300.** Naar man for normalt armerede Bjælker beregner Spændingerne i Brudøjeblikket ved Hjælp af de almindelige Formler, finder man  $\sigma_j$  større end Flydespændingen og  $\sigma_b$  væsentlig mindre end Tærningestykken, til Trods for at Betonen faktisk knuses, kort efter at Flydningen er indtraadt. Grunden er bl. a. den, at Formlerne forudsætter Nullinien liggende væsentlig dybere end den gør i Brudøjeblikket, forudsætter altsaa Trykarealet for stort og Momentarmen for lille.  $\alpha$  beregnes nemlig under Forudsætningen  $n = 15$ , men naar Jærnet flyder, bliver  $E_j$  og dermed  $n$  stærkt formindskede.

Ved Forsøg med 6 Maaneders gamle Bjælker af ren Cement, belastede med en Enkeltkraft  $P$  paa Midten fandt jeg de i hosstaaende Tabel indførte Brudværdier<sup>1)</sup>.

Man ser, at  $\sigma_j$  er praktisk talt konstant for Bjælkerne med 7 mm Rj., medens  $\sigma_b$  er voksende med  $\phi$ , hvilket viser, at Bruddet skyldes Jærnspringningen. Ogsaa for Bjælkerne med 14 mm Rj. er  $\sigma_j$  konstant, men lavere, fordi det sværere Rundjern har en lavere Flydespænding<sup>2)</sup>. Det er kun den formelle Værdi af  $\sigma_b$ , der vokser med  $\phi$ , den sande Værdi maa have været ens i alle Bjælkerne, da Betonen knustes efter Flydningens Indtræden.

Disse Forsøg med Bjælker af ren Cement er formentlig enestaaende, og Brudmaaden har derfor Interesse. I samtlige Bjælkens Underside dannede der sig en Mængde Revner, af hvilke een eller flere i Nærheden af Midten aabnede sig (som Følge af Jærnets Flyden), og noget senere skete Bruddet. For den svageste Bjælkens Vedkommende maatte Forsøget afbrydes, da Nedbøjningen var bleven 16,5 cm, nogen Knusning af Cementen fandt overhovedet ikke Sted, men for de 7 andre Bjælkens Vedkommende sprængtes Cementen i Midterpartiet med et Knald. Fig. 260 viser Brudlinierne i Bjælke Nr. 2 (den næstvageste), Nr. 3 og 4 brødes paa samme Maade, i Nr. 5 knustes hele Midterpartiet, i Nr. 6 knustes Cementen umiddelbart under Enkeltkraften, samtidig med at Bjælken revnede efter sit vandrette Midterplan paa omtrent den midterste Halvdelen af Bjælkelængden, Nr. 7 og 8 brødes analogt med Nr. 5. Cementens Sprængning skete altid pludseligt. Paa Nr. 5 og 7 iagttoges kortere eller længere Tid forud Afladninger i Overfladens Slamlag, idet dette ikke kunde taale de stærke Sammentrykninger i Bjælkens Overside, men disse Afladninger stod ikke i direkte Forbindelse med Bruddet; paa Bjælke 7 strakte

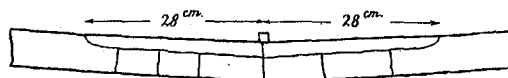


Fig. 260. Brudt Bjælke af ren Cement.

<sup>1)</sup> Ing. 1909, S. 410.

<sup>2)</sup> Det spiller ogsaa en Rolle, at  $\sigma_j$  er regnet jævnt fordelt over Jærnet, medens Jærnets Underside i Virkeligheden var langt stærkere paavirket end Oversiden, eftersom Nullinien laa meget nær ved denne. Ved saa stærkt armerede Bjælker gør Jærnets eget Modstandsmoment sig gældende, som det fremgaar af Fig. 6 i Ing. 1911, S. 209.



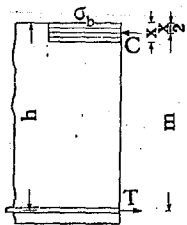
de sig helt hen til 30 cm fra Understøtningen. Ved de 5 Bjælker, der var armerede med 7 mm Rj., viste det sig med stor Tydelighed, at Antallet af Revner paa Træksiden voksede med Jærnenes Antal.

**301. Forholdet mellem maks  $\sigma_j$  og Jærnets Trækstyrke.** Er  $\sigma_F$  og  $S_j^c$  den ved Trækforsøg fundne Flyde- og Brudspænding, bliver Jærns্পændingen under Maksimallasten for Bjælkerne paa Fig. 253 som angivet i § 296, Tabellens Spalte 4, og Spalte 5 og 6 viser, at den i højere Grad afhænger af Jærnets Trækstyrke end af dets Flydespænding. Sættes saavel maks  $\sigma_j$  som  $S_j^c$  lig 100 for det almindelige Rj. faas Værdierne i Spalte 9 og 10

For Bjælkerne Fig. 256 og 257 fandtes:

$$\begin{aligned} \text{Ribbejernsbjælkerne:} & \text{ maks } \sigma_j = 1,53 \sigma_F < 0,81 S_j \\ \text{Rundjernsbjælkerne:} & \text{ } = 1,28 \text{ } > 0,75 \text{ } \end{aligned}$$

**302. Brudformler.** Selv om man for  $n$  indfører en mindre Værdi end 15, giver Formlerne ikke de sande Brudspændinger, thi paa den Strækning, hvor Jærnet flyder, er dette uden Adhæsionsforbindelse med Betonen, og Forholdene er som i en Bue med Trækbaand, idet Buen dannes af Bjælkens Trykzone. Forudsættes Trykket jævnt fordelt over denne (Fig. 261), bliver Ligevægtsbetingelserne <sup>1)</sup>:



$$\sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j \quad f \cdot \sigma_j \cdot \left( h - \frac{x}{2} \right) = M \quad (151) (152)$$

$$\begin{aligned} \text{hvoraf: } \frac{x}{h} &= 1 - \sqrt{1 - \frac{2M}{b \cdot h^2 \cdot \sigma_b}} \\ m &= h - \frac{x}{2} \quad \sigma_j = \frac{M}{f \cdot m} \quad (153) (154) \end{aligned}$$

Af disse Ligninger i Forbindelse med  $\sigma_j = \sigma_F$  kan  $m$ ,  $x$  og  $\sigma_b$  beregnes.

Forudsættes  $\sigma_b$  lig Tærningestykken, giver (151) og (153):

$$x = \frac{f \cdot \sigma_F}{b \cdot S_b^c} = \frac{\varphi}{100} \cdot h \cdot \frac{\sigma_F}{S_b^c} \quad m = h \cdot \left( 1 - \frac{\varphi}{200} \cdot \frac{\sigma_F}{S_b^c} \right) \quad (155) (156)$$

Brudværdien af  $m$  er altsaa des større, jo større  $S_b^c$  og jo mindre  $\varphi$  og  $\sigma_F$  er.

Hvis de almindelige Formler giver Værdierne  $m$  og  $\sigma_j$ , og de nys udviklede, rigtigere Formler giver  $m'$  og  $\sigma_j'$ , haves:  $m \cdot \sigma_j = m' \cdot \sigma_j'$ , altsaa:

$$\sigma_j = \sigma_j' \cdot \frac{m'}{m}$$

hvor  $m' > m$ . De almindelige Formler giver altsaa for store Jærns্পændinger, og Fejlen vokser med  $S_b^c$  og med aftagende  $\varphi$  og  $\sigma_F$ .

Ved at indsætte (155) i (154) finder man det til Materialernes Kvalitet svarende Brudmoment:

$$M = \sigma_F \cdot f \cdot m = \sigma_F \cdot \frac{\varphi}{100} \cdot b h^2 \cdot \left( 1 - \frac{\varphi}{200} \cdot \frac{\sigma_F}{S_b^c} \right) \quad (157)$$

**303.** At Fejlen vokser med  $S_b^c$  fremgaar af Forsøgene ovenfor med ren Cement, samt af Forsøg, ved hvilke Trykzonen var forstærket ved Glasindlæg, hvorved Brudspændingerne blev  $\sigma_b = 232$  at,  $\sigma_j = 4200$  at, skønt Jærnet var ret svært (9 mm Rj.) <sup>2)</sup>.

At Fejlen vokser med aftagende  $\varphi$  fremgaar ligeledes af Forsøgene med ren Cement samt af hosstaende Forsøgsrække, der skyldes Sanders <sup>3)</sup>  $\sigma_b = 200$  215 225 254 280 at og er udført med Beton, hvis Tærningestykke var  $\sigma_j = 3632$  3584 3385 3387 3212 at

<sup>1)</sup> Ing. 1912, S. 568.  
<sup>2)</sup> Ing. 1913, S. 294.  
<sup>3)</sup> B. u. E. 1902, Heft IV, S. 37.

**304.** Er  $\varphi$  lille og  $S_b^c$  stor, er der en Mulighed for, at  $\sigma_j$  kan stige helt til Brud, uden at Betonen knuses, saaledes at man i (157) skal erstatte  $\sigma_F$  med Trækstyrken, men dette Tilfælde er uden praktisk Betydning. Der kan ogsaa indtræde en overfladisk Knusning, hvorved den resterende Del af Tværsnittet faar en modstandsdygtigere Form, der muliggør Jærnets Overtrækning <sup>4)</sup>, men da  $m$  samtidig forringes, sker denne Overtrækning gerne, efter at Maksimallmomentet er passeret.

De udviklede Brudformler fjerner ikke helt den Uoverensstemmelse, der er mellem Bjælkernes  $\sigma_j$  ved Flydelasten og den ved Trækforsøg med Jærnet fundne Flydespænding  $\sigma_F$ . Hvis man for Bjælkerne paa Fig. 253 beregner  $\sigma_j$  ved Flydelasten af Formlen  $\sigma_j = M : f m$ , maa man for at finde  $\sigma_j = \sigma_F$  indføre  $m = 1,00 h$  à  $1,12 h$ . Da  $m$  fornuftigvis ikke kan overstige  $h$ , maa enten Flydningen indtræde ved en højere Spænding i Bjælken end ved Trækforsøget eller ogsaa maa andre ubekendte Faktorer være medvirkende.

**e. Overarmerede Bjælkens Forhold.**

**305.** Er Jærnprocenten stor i Forhold til Betonens Trykstyrke, vil Betonen i Bjælkens Overside knuses, inden Jærns্পændingen naar Flydegrænsen, og Brudlasten bestemmes altsaa af Betonens Trykstyrke. Fig. 262 viser en saadan overarmeret Bjælkes Brudseende. Mens Revnerne i normalt armerede Bjælker naar helt op til den knuste Beton, vil der i overarmerede Bjælker som Regel være en uskadt Zone midt i Bjælken, hvor baade Træk- og Trykspændingerne er smaa.



Fig. 262. Brudt Jærnbetonbjælke, Bruddet skyldes Betonens Knusning <sup>5)</sup>.

Ved Forsøg med kun 7 Døgn gamle Bjælker af Beton 1 : 2 : 3, belastede med en Enkeltkraft  $P$  paa Midten, fandt jeg de i efterfølgende Tabel indførte Brudværdier, og alle Bjælkerne viste rent Trykbrud uden Flydning <sup>6)</sup>.

Som det fremgaar af Tabelens Tal, har Jærnprocenten næsten ingen Indflydelse paa Bjælkens Bæreevne; allerede ved 1,5 % Armering knuses Betonen, inden Jærnet flyder. Det er  $\sigma_b$ , der betinger Bruddet, og

	7 mm Rundjern				14 mm Rundjern			
	2 Stk.	3 Stk.	4 Stk.	5 Stk.	6 Stk.	2 Stk.	3 Stk.	4 Stk.
$\varphi$ % . . . .	1,495	2,247	3,083	3,818	4,339	6,292	10,18	13,97
$P$ kg . . . .	236	262	228	253	273	262	276	283
$\sigma_b$ at . . . .	183	187	159	166	160	168	193	206
$\sigma_j$ at . . . .	2950	2289	1563	1397	1222	964	753	615

da  $\sigma_b$  er ens for alle Bjælkerne (bortset fra tilfældige Variationer i Betonens Kvalitet), maa  $\sigma_j$  i Brudøjeblikket aftage med voksende  $\varphi$ .

**306. Forholdet mellem  $\sigma_b$  og Tærningestykken.** Naar Bjælken er overarmeret, findes den formelle Brudværdi af  $\sigma_b$  større end Tærningestykken, medens den ved normalt armerede Bjælker findes mindre end Tærningestykken. Ved Forsøg med 20 cm Tærninger og med Bjælker, der var 6 cm høje, 9 cm brede og havde en Spændvidde af 180 cm, mens Lasten bestod af to Enkeltkræfter i Trediedelspunkterne, fandt jeg de i hosstaende Tabel indførte Værdier, af hvilke  $\sigma_b$  er beregnet med  $n = 15$  <sup>4)</sup>. Forholdene er grafisk fremstil-

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Sammenlignende Forsøg mellem Knudejern og Rundjern (Ing. 1908, S. 127).  
<sup>2)</sup> Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 165-166.  
<sup>3)</sup> Ing. 1909, S. 410.  
<sup>4)</sup> Betonen var 28 Døgn gammel; Bifh. 1 : 2 : 3. Hvert  $\sigma_b$  er Middeltal for 6 Bjælker, hvis Jærnprocent varierede fra 5,57 til 17,9 og gennemsnitlig var 10,7.  $S^c$  er Middeltal for 5 Tærninger (Ing. 1911, S. 209).

lede i Fig. 263, hvor de punkterede Linier angiver Maksimums- og Minimumsværdierne for  $S^c$ . Man ser, at  $\sigma_b$  er ca. 25 % større end  $S^c$ <sup>1)</sup>.

Række	$\sigma_b$	$S^c$	$\sigma_b : S^c$
6	342	284	1,20
7	334	260	1,28
8	288	235	1,23
9	258	209	1,23
10	258	193	1,34
Middeltal:	236	1,26	

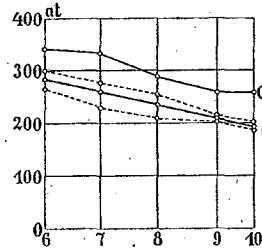


Fig. 263.

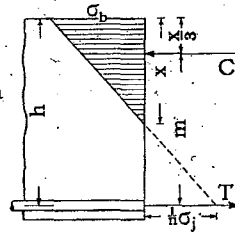


Fig. 264<sup>2)</sup>.

Hovedaarsagen hertil er, at  $\sigma_b$  er beregnet under Forudsætning af, at Spændingstilstanden er lineær (Fig. 264), mens den i Virkeligheden nærmer sig til at være parabolisk. Fig. 265 viser Spændingstilstanden for samme  $\varphi$  og  $n$  og samme Moment som Fig. 264, naar man i Stedet for en ret Arbejdslinie regner med den i Fig. 100 (§ 141) viste paraboliske. Forholdet mellem  $\sigma_b$  bestemt af Fig. 264 og  $\sigma_b$  bestemt af Fig. 265 varierer med Jærnprocenten, men meget lidt; for  $\varphi = 0$  og  $\infty$  findes henholdsvis 1,33 og 1,25, og for Forsøgsbjælkernes Jærnprocent findes 1,27 eller meget nær samme Forhold som mellem  $\sigma_b$  og  $S^c$  ved Forsøgene. Naar man regner med parabolisk Trykdiagram, finder man altsaa samme Brudspænding for de foreliggende Bjælker og Tærninger, men dette Resultat kan ikke overføres til Bjælker og Tærninger af andre Dimensioner, thi  $S^c$  varierer stærkt med Tærningestørrelsen, og  $\sigma_b$  varierer utvivlsomt med Bjælke dimensionen. Sandsynligvis spiller ogsaa Betonkvaliteten en Rolle; for en mere unormal Beton, end den til Forsøgene benyttede, maa Forholdet mellem Bjælke- og Tærningestyrke antages at blive et andet.

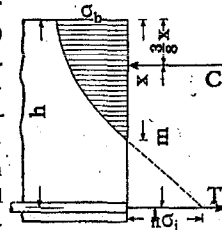


Fig. 265.

307. Spændingsformler for parabolisk Trykdiagram. Trykdiagrammet i Fig. 265 er lig med Arbejdslinien, blot at Maalestoksforholdene er ændrede baade for Ordinator og Abscisser, thi det forudsættes, at Tværsnittene forbliver plane, altsaa at  $s$  er proportional med Afstanden fra den neutrale Akse. Til Bestemmelse af de ubekendte Størrelser haves Ligningerne<sup>3)</sup>:

$$\frac{2}{3} \cdot \sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j \quad f \cdot \sigma_j \cdot m = M \quad \frac{x}{h-x} = \frac{e_b}{e_j} = \frac{2\sigma_b \cdot E_b}{\sigma_j \cdot E_j} = 2n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j}$$

Heraf udledes:  $\frac{x}{h} = -\frac{1,5n\varphi}{100} + \sqrt{\frac{1,5n\varphi}{100} \left( 2 + \frac{1,5n\varphi}{100} \right)}$  (158)

$$m = h - \frac{3}{8} x \quad \sigma_j = \frac{M}{f \cdot m} \quad \sigma_b = \frac{1,5 M}{b \cdot x \cdot m}$$
 (159-161)

Man maa lægge Mærke til, at  $E_b$ 's Aftagen med voksende Spænding har fundet sit Udtryk i det paraboliske Trykdiagram, og at  $n$  er en Konstant, bestemt af den til  $\sigma_b = 0$  svarende Værdi af  $E_b$ . Sættes  $n = 10$ , giver Formel (158) samme Værdi af  $x : h$ , som Formel (125a) i § 276 med  $n = 15$ , og sammenlignes Formel (129) og (161) faas, idet vi for det paraboliske Diagram bruger Betegnelserne  $\sigma_b$  og  $m$ :

<sup>1)</sup> Østrigske Forsøg har givet  $\sigma_b = 1,3 S^c$  (B. u. E. 1916, S. 90). Lignende Forhold findes hos Træ; dets Bøjningsstyrke er 1,75 Gange Trykstyrken (Byggematerialer II, 1922, § 100).

<sup>2)</sup> Spændingstilstanden svarer til  $\varphi = 4\%$  og  $n = 10$ .

<sup>3)</sup> Ing. 1912, S. 567.

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_b'} = \frac{2 \cdot m}{1,5 \cdot m'} = \frac{4}{3} \cdot \frac{m'}{m} = \frac{4}{3} \cdot \frac{h - \frac{3}{8} x}{h - \frac{3}{8} x}$$
 (162)

$x$  kan kun variere fra 0 til  $h$ ; for  $x = 0$  findes  $\sigma_b = 1,33 \sigma_b'$ , for  $x = h$  findes  $\sigma_b = 1,25 \sigma_b'$ .

For de tidligere nævnte Forsøgsbjælker var den gennemsnitlige Jærnprocent 10,7, altsaa  $x = 0,8h$ , hvilket giver  $\sigma_b = 1,27 \sigma_b'$  eller samme Forhold som mellem  $\sigma_b$  og  $S^c$  i Tabellen i § 306.

Om  $n$  indfares med en noget større eller mindre Værdi har ringere Indfyldelse paa  $\sigma_b$  i det paraboliske Diagram end i det triangulære.

Formlerne (158)-(161) kan kun anvendes paa selve Brudstadiet, thi naar  $\sigma_b$  i Pladens Over-side er mindre end Brudværdien, har man ikke  $d\sigma : d\epsilon = 0$ .

### f. Brudmomentets Størrelse.

308. Hvis en Bjælke er saa stærkt armeret, eller hvis dens Jærn har en saa høj Flydespænding, at Betonen knuses, inden Jærnet flyder, vil vi gaa ud fra, at Spændingsdiagrammet i Brudøjeblikket er parabolisk (Fig. 265), og Brudmomentet kan da bestemmes af (161), naar man kender Kantspændingen i Brudøjeblikket  $\sigma_b$ , som vi vil forudsætte er lig Tærningestyrken  $S^c$ , altsaa:

$$M = \frac{b \cdot x \cdot m}{1,5} \cdot S^c = \frac{2}{3} \cdot b \cdot S^c \cdot x \cdot \left( h - \frac{3}{8} x \right)$$

eller:

$$\frac{M}{b \cdot h^2} = \frac{2}{3} \cdot S^c \cdot \frac{x}{h} \cdot \left( 1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{x}{h} \right)$$
 (163)

Da  $\frac{x}{h}$  ved Hjælp af (158) kan udtrykkes ved  $n \cdot \varphi$ , bliver Brudmomentet udtrykt ved  $S^c$ ,  $n$  og  $\varphi$ , og sættes  $n = 10$ , vil Brudmomentet variere ved  $S^c$  og  $\varphi$ , som de stærkt krumme Kurver paa Fig. 266 viser.

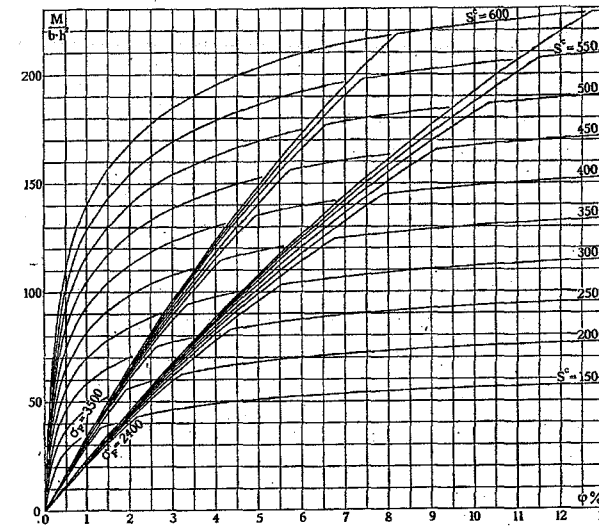


Fig. 266. Brudmomentets Vækst med Jærnprocenten.

Skyldes Bruddet derimod Jærnets Flyden, bestemmes Brudmomentet af (157):

$$\frac{M}{b \cdot h^2} = \sigma_F \cdot \frac{\varphi}{100} \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi}{100} \cdot \frac{\sigma_F}{S^c} \right)$$
 (164)

og det varierer som de stejle Kurver paa Fig. 266 viser; venstre Kurvebunt gælder for Jærn med Flydespænding 3500<sup>at</sup>, højre Kurvebunt for Jærn med Flydespænding 2400<sup>at</sup>.

Hver Kombination af  $\sigma_F$  og  $S^c$  har altsaa sin særlige Kurve, som viser, hvorledes Bjælkens Brudmoment varierer med  $\varphi$ .  $S^c = 150 \quad 150 \quad 600 \quad 600$  at  
 $\sigma_F = 3500 \quad 2400 \quad 3500 \quad 2400$  »  
 center; f. Eks. findes hosstaaende sammenhørende  $\varphi = 1,3 \quad 2,2 \quad 8,2 \quad 12,7$  %  
 Værdier. I Virkeligheden er der en jævn Overgang mellem Jærnkurven og Betonkurven, svarende til at Overgangen fra rektangulært til parabolisk Trykdiagram maa være jævn.

**g. De virkelige Spændingsforhold belyst ved en Eksempelrække.**

**309.** Vi vil nu søge at danne os et Overblik over, hvorledes Spændingsforholdene i en Bjælke varierer, efterhaanden som Lasten stiger, og det opnaas lettest ved at gennemregne 5 simple Bjælketyper med forskelligt Jærndiæg. Vi forudsætter da at have støbt 5 Bjælker med det i Fig. 267 viste Tværnsnit. Den ene Bjælke er uarmeret, de andre er armerede med henholdsvis 0,1, 0,17, 1 og 5 cm<sup>2</sup> Jærn, svarende til  $\varphi = 0,1, 0,17, 1$  og 5 %. Jærnets Proportionalitetsgrænse er 2200<sup>at</sup>, Flydegrænsen 2800<sup>at</sup> og Brudgrænsen 4000<sup>at</sup>. Betonens Kvalitet er absolut ens i alle Bjælker, og paa Prøvedagen er dens Tærningstyrke 200<sup>at</sup>. Vi forudsætter endvidere, at Bjælkerne brydes i det midterste Tværnsnit som Følge af Normalspændingerne, og at Betonen knuses, naar Kantspændingen har naaet Tærningstyrken. Der er ingen Svindspændinger i Bjælkerne.

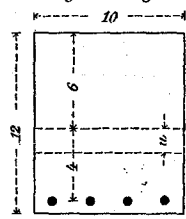


Fig. 267.

Den uarmerede Bjælke forudsættes at gaa i Stykker for Momentet 6000 kgcm. Modstandsmomentet paa Grundlag af Hooke's Lov er  $W = \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 10^3 = 240 \text{ cm}^3$ , og Bøjningsstyrken følgende  $6000 : 240 = 25 \text{ at}$ . Da Betons Trækstyrke meget nær er lig Halvdelen af Bøjningsstyrken, og da Brudforløbslængelsen gerne ligger mellem 0,1 og 0,2 mm pr. m, vil vi forudsætte, at Bjælkens Underside i Brudeøjeblikket havde forlænget sig 0,15 mm pr. m og samtidig havde Trækspændingen  $\frac{1}{2} \cdot 25 = 12,5 \text{ at}$ ; hertil svarer et Elasticitetstal for de yderste Fibre i Brudeøjeblikket af  $E_b^c = 12,5 \cdot \frac{0,15}{1000} = 83 \text{ 300 at}$ . Lidt fra Undersiden, hvor Jærnet ligger, kan man da regne  $E_b^t = 84 \text{ 000 at}$  eller  $84 \text{ 000} : 2 \text{ 100 000} = \frac{1}{25}$  af Jærnets. Vi vil endvidere sætte  $E_b^c = E_b^t$ , skønt den i Virkeligheden er ca.  $\frac{2}{3}$  Gang saa stor. Vi opnaar derved at kunne beregne Bjælkens Modstandsmoment ganske som for et homogent Materiale, og Fejlen vil begaarer til at overse; vi regner Tryksiden mere eftergivende end den er i Virkeligheden og finder derved en for lav Beliggenhed af den neutrale Akse; men dette er af underordnet Betydning.

Bjælken med 0,1 pCt. Jærn. Ved Bestemmelsen af denne Bjælkens Modstandsmoment regner vi altsaa  $E_b^c = E_b^t = \frac{1}{25} E_j^t$  og forudsætter samtidig, at Hooke's Lov gælder. Kaldes Afstanden mellem Tværnsnittets Midtlinje og den neutrale Akse  $u$  (Fig. 267), bestemmes denne Afstand af Ligningen:  $10 \cdot 12 \cdot u = 25 \cdot 0,1 \cdot (4 - u)$ , hvoraf  $u = 0,082 \text{ cm}$ . Tværnsnittets Inertimoment bliver:

$$I = \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 10^3 + 120 \cdot 0,082^2 + 25 \cdot 0,1 \cdot 3,918^2 = 1440 + 0,81 + 38,4 = 1479,$$

og Modstandsmomenterne med Hensyn til Bjælkens Overside og Underside og m. H. t. Jærnets Plan:  $W_0 = 1479 : 6,082 = 243$ ,  $W_u = 1479 : 5,918 = 250$ ,  $W_j = 1479 : 3,918 = 378$ .

Det Moment, der fremkaldt Bøjningspændingen 25<sup>at</sup> i Bjælkens Underside og bringer denne til at revne, vil følgende være  $M = 25 \cdot W_u = 25 \cdot 250 = 6250$ , og samtidig vil Betonspændingen i Oversiden være  $\sigma_b = 6250 : 243 = 25,7 \text{ at}$  og Jærnspændingen:  $\sigma_j = 25 \cdot 6250 : 378 = 414 \text{ at}$ .

I det Øjeblik, Betonen revner, er den totale Trækkraft (= den totale Trykkraft):  $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 6,082 \cdot 10 = 760 \text{ kg}$ . Jærnet kan kun optage  $0,1 \cdot 4000 = 400 \text{ kg}$  og vil følgelig springe i samme Øjeblik, som Betonen revner. Hvis man i dette Tilfælde vilde bruge de almindelige Formler (125a) og (127) (129), altsaa undlade at tage Hensyn til Betonspændinger, vilde man naturligvis komme til et ganske meningsløst Resultat for Jærnspændingens Vedkommende, nemlig for  $n = 15$ :

$$x = 0,159 \text{ h}, \quad m = 0,947 \text{ h}, \quad \sigma_j = 6250 : (0,1 \cdot 9,47) = 6600 \text{ at}, \quad \sigma_b = 83 \text{ at}.$$

Bjælken med 0,17 pCt. Jærn. Paa samme Maade som i forrige Tilfælde findes  $u = 0,137 \text{ cm}$  og  $I = 1506 \text{ cm}^4$ , altsaa:

$$W_0 = 1506 : 6,137 = 246, \quad W_u = 1506 : 5,863 = 257, \quad W_j = 1506 : 3,863 = 390.$$

Bjælken vil følgelig revne for  $M = 25 \cdot 257 = 6425 \text{ kgcm}$ , og samtidig vil Betonspændingen i Oversiden være  $\sigma_b = 6425 : 246 = 26,1 \text{ at}$  og Jærnspændingen  $\sigma_j = 25 \cdot 6425 : 390 = 412 \text{ at}$ . Hvis man i dette Tilfælde bruger de almindelige Formler med  $n = 15$ , findes:

$$x = 0,202 \text{ h}, \quad m = 0,933 \text{ h}, \quad \sigma_j = 6425 : (0,17 \cdot 9,33) = 4060 \text{ at}, \quad \sigma_b = 68,2 \text{ at}.$$

Da det i § 286 er paavist, at Valget af  $n$  ingen væsentlig Indflydelse har paa den formelle Værdi af  $\sigma_j$ , kan man gaa ud fra, at den fundne Værdi meget nær er den sande, og Jærnet vil altsaa ogsaa her springe, saa snart Betonen er revnet, men der er intet nævneværdigt Overskud af Trækkraft, saaledes som i forrige Tilfælde.

Resultaterne for de to svagt armerede Bjælker viser, at de almindelige Formler er absolut ubrugelige til at bestemme Brudspændingerne i Bjælker, hvis Armeringsprocent er lavere end 0,17, forudsat at Betons Bøjningsstyrke er 25<sup>at</sup>, og at de øvrige nævnte Forudsætninger gælder; er Bøjningsstyrken mindre, vil Formlerne ogsaa kunne anvendes ved lavere Armeringsprocenter, er Bøjningsstyrken større, vil de først kunne anvendes ved højere Armeringsprocenter. Da Bøjningsstyrken godt kan naa op til 50<sup>at</sup>, maa man være forberedt paa, at endnu ved 0,3 % Armering og mere kan det være Betonen og ikke Jærnet, der bestemmer Brudmomentet. Denne Aarsag til de høje formelle Jærnspændinger, man finder ved Bøjningsforsøg med svagt armerede Bjælker, blev i lang Tid overset (se Ing. 1908, S. 135), fordi de fleste Forsøg gøres paa Prøvemaskiner, der paatvinger Bjælken en given Nedbøjningstilvækst pr. Tidsenhed og angiver den dertil fornødne Kraft. I det Øjeblik, Betonen revner, styrer Bjælken altsaa ikke ned, som den vilde i Praksis; Lasten bliver blot mindre som Følge af den stærke Nedbøjning, og Jærnet kan derfor holde over for det formindskede Moment og springer først efter lang Tids Flyden, hvorved man faar det Indtryk, at Jærnets Styrke er større end Betons. Undertiden springer Jærnet slet ikke, naar Forsøget gøres paa Maskine, idet Flydningen lidt efter lidt forplanter sig hen til Bjælkens Ender, saa at Forbindelsen med Betonen ophæves, og Jærnet tilsidst glider.

Naar man i visse Tilfælde har fundet saa høje, formelle Jærnspændinger, at de ikke kan forklare paa den ovenfor angivne Maade, maa Grunden være den, at Friktionen mellem Bjælken og dens Understøtninger har fremkaldt et Horisontaltryk, der aflaster Jærnet. Dette Horisontaltryk spiller en væsentlig Rolle ved alle Forsøg med høje, svagt armerede Bjælker, naar Forsøgsindretningerne er primitive.

**310.** Bjælken med 1 pCt. Jærn. Paa samme Maade som i forrige Tilfælde findes  $u = 0,69 \text{ cm}$  og  $I = 1771 \text{ cm}^4$ , altsaa:

$$W_0 = 1771 : 6,69 = 265, \quad W_u = 1771 : 5,31 = 334, \quad W_j = 1771 : 3,31 = 536.$$

Bjælken vil følgelig revne for  $M = 25 \cdot 334 = 8350 \text{ kgcm}$ , og samtidig vil Betonspændingen i Oversiden være  $\sigma_b = 8350 : 265 = 31,5 \text{ at}$  og Jærnspændingen  $\sigma_j = 25 \cdot 8350 : 536 = 390 \text{ at}$ . Hvis vi i dette Tilfælde bruger de almindelige Formler med  $n = 15$ , findes:

$$x = 0,418 \text{ h}, \quad m = 0,86 \text{ h}, \quad \sigma_j = 8350 : (1 \cdot 8,6) = 971 \text{ at}, \quad \sigma_b = 46,5 \text{ at}.$$

Denne Bjælke vil altsaa ikke styrte ned i det Øjeblik, den revner; Jærnet vil optage hele Trækkraften, og den opstaaede Revne vil maaske knap være synlig. Den fundne Jærnspænding vil paa det nærmeste være rigtig, derimod er Værdien af  $\sigma_b$  rent formel og betinget af Valget  $n = 15$ .

Belastes mere, vil Revnen blive lidt tydeligere, efterhaanden som Jærnspændingen stiger, og denne kan stadig findes af den almindelige Formel, indtil den naar Proportionalitetsgrænsen, 2200<sup>at</sup>. Naar Momentet er blevet saa stort, at det giver  $\sigma_j = 2200 \text{ at}$ , begynder Jærnets Forlængelse at vokse hurtigere end dets Spænding. Det nævnte Moment er  $8350 \cdot 2200 : 971 = 18 \text{ 910 kgcm}$ , og den tilhørende formelle Betonspænding:  $\sigma_b = 46,5 \cdot 2200 : 971 = 105,2 \text{ at}$ .

Indtil nu har Jærnets Elasticitetstal været konstant lig  $2 \text{ 100 000 at}$ , og da vi stadig har regnet  $n = 15$ , har vi altsaa ogsaa forudsat Betons Elasticitetstal konstant og lig  $140 \text{ 000 at}$ . I Virkeligheden har  $E_b^c$  været i Aftagende med voksende Spænding, og Middelværdien af  $n$  har vel snarere været 10 end 15. At  $E_j$  nu begynder at aftage, og dermed  $n$ , vil altsaa snarere forøge end forringe Formlernes Rigtighed, saa at man lige saa vel over som under Proportionalitetsgrænsen kan beregne den sande Jærnspænding nogenlunde nøjagtig. Man kan derfor ogsaa beregne det Moment, for hvilket  $\sigma_j$  naar Flydegrænsen; 2800<sup>at</sup>, nemlig  $M = 8350 \cdot 2800 : 971 = 24 \text{ 070 kgcm}$  og den tilhørende formelle Betonspænding  $\sigma_b = 46,5 \cdot 2800 : 971 = 134 \text{ at}$ . Med  $n = 10$  vilde vi have fundet:  $x = 0,358 \text{ h}$ ,  $m = 0,881 \text{ h}$ ,  $M = 2800 \cdot 1 \cdot 8,81 = 24 \text{ 650 kgcm}$  og  $\sigma_b = 2 \cdot 24 \text{ 650} : (10 \cdot 3,58 \cdot 8,81) = 156 \text{ at}$ . I det Øjeblik, Flydegrænsen naas, er Betonen altsaa endnu langt fra at knuses.

Naar Jærnet begynder at flyde, begynder  $E_j$  og  $n$  at aftage stærkt og Revnerne at gabe, hvorved den neutrale Akse hæver sig. Derved bliver  $\sigma_b$  større og  $m$  større og følgelig  $\sigma_j$  mindre, saa at Flydningen atter standser, indtil Lasten forøges, hvorefter det samme vil gentage sig. Brudmomentet bliver derved noget større end Flydemomentet, dets Størrelse kan beregnes af (164):  $M = 2800 \cdot 1,05 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot (1 - \frac{2800 \cdot 1,05}{2 \cdot 10^6}) = 26 \text{ 000 kgcm}$ .

**311.** Bjælken med 5 pCt. Jærn. Paa samme Maade som tidligere findes:  $u = 2,04 \text{ cm}$  og  $I = 2419 \text{ cm}^4$ , altsaa:

$$W_0 = 2419 : 8,04 = 301, \quad W_u = 2419 : 3,96 = 611, \quad W_j = 2419 : 1,96 = 1233.$$

Bjælken vil følgelig revne for  $M = 25 \cdot 611 = 15 \text{ 270 kgcm}$ , og samtidig vil Betonspændingen i Oversiden være:

$$\sigma_b = 15 \text{ 270} : 301 = 50,7 \text{ at} \quad \text{og} \quad \sigma_j = 25 \cdot 15 \text{ 270} : 1233 = 309 \text{ at}.$$

Efter at Bjælken er revnet, giver de almindelige Formler:

$$\begin{array}{llll} \text{med } n=10: & x=0,618 h, & m=0,794 h, & \sigma_j=385 \text{ at}, & \sigma_b=62,5 \text{ at}, \\ \text{med } n=15: & x=0,686 h, & m=0,771 h, & \sigma_j=396 \text{ at}, & \sigma_b=57,7 \text{ at}. \end{array}$$

I dette Tilfælde vil Revnerne være saa fine paa Grund af den ringe Jærnspænding, at de slet ikke kan ses.

Forøges Momentet til 52 900 kgem, altsaa til det ca. 3,5 dobbelte, giver Formlerne med  $n=15$ :

$$\sigma_j = 396 \cdot 52 900 : 15 270 = 1371 \text{ at}, \quad \sigma_b = 57,7 \cdot 52 900 : 15 270 = 200 \text{ at}.$$

Skønt Formlerne, som ofte nævnt, giver upaalidelige Værdier af  $\sigma_b$ , viser Tallene dog klart, at denne Bjælkes Brudmoment udelukkende vil afhænge af Betonens Kvalitet; Jærnspændingen vil ikke engang naa Proportionalitetsgrænsen, og  $E_j$  vil følgelig holde sig konstant helt op til Brudøjeblikket.

Efterhaanden som  $\sigma_b$  nærmer sig Brudværdien, bliver Trykdiagrammet mere og mere krumt, og den neutrale Akse nærmer sig Jærnet. Regnes med parabolisk Diagram, bestemmes Brudmomentet af (163) eller Fig. 266, der viser, at til  $\varphi = 5\%$  og  $S^c = 200$  at svarer:

$$\frac{M}{b \cdot h^2} = 68 \quad \text{eller:} \quad M = 68 \cdot 10 \cdot 10^2 = 68 000 \text{ kgem.}$$

### 3. Tilladelige Spændinger.

#### a. Prøvebjælker.

**312.** Da Styrken af overarmerede Bjælker bestemmes af Betonens Styrke, kan man ved Hjælp af slige Bjælker prøve Betonens Kvalitet.

Omkring Aar 1900 brugte Sanders denne Fremgangsmaade under Anvendelse af varierende Jærnprocenter, der imidlertid var saa smaa (1,39—2,78%), at han næppe kan have været klar over den kritiske Jærnprocents Eksistens og Størrelse. Ideen blev videre udviklet af Emperger (B. u. E. 1903, S. 26), der anbefalede en almindelig Indførelse af Bjælkeprøven i Stedet for Tærningprøven, da denne ikke direkte kunde bruges til Bestemmelse af Betonens Trykstyrke ved Bøjning. Ogsaa han var i Vildrede m. H. t. den kritiske Jærnprocents Størrelse, som han angav til 1,5%. Senere opgav han atter Tanken som upraktisk (B. u. E. 1907, S. 210, 1908, S. 365).

Ideen blev ført ud i Praksis ved Dansk Ingeniørforenings Jærnbeton-Normer 1909, som, paa Grundlag af ikke offentliggjorte Forsøg, foreskrev Brugen af Bjælker armerede med 1,7% Jærn.

Ved Forsøg offentliggjorte i Ingeniøren 1909, S. 409, paaviste jeg, at denne Armeringsprocent kun forslog til Prøvning af Beton, hvis Tærningstyrke laa under ca. 100 at, og at Bjælkerne Brudlast derfor var et Maal for Jærnets Flydegrænse og ikke for Betonens Styrke. Da Forsøgene senere kom frem i B. u. E. (1910, S. 149), blev Interessen for Prøvebjælkerne vakt i Tyskland og Østrig. Jeg fik kort efter Besøg af Emperger, der paa Christiansborg Byggeplads fik Lejlighed til at se den udstrakte Brug, der der var gjort af Bjælkerne (se B. u. E. 1910, S. 315), hvilket forøgede hans Interesse for Sagen saa meget, at han efter sin Hjemkomst udsendte (1 November 1910) *seine Beschreibung der neuen Methode zur Herstellung von Kontrollbalken* og tilbød Leveringen af Forme, Prøvebukke m. m. Disse Bjælker var 7 cm brede, 10 cm høje og armerede med enten 1 eller 2 Rj. 12 mm; de har senere vist sig lidet heldige (se Professor Ostenfelds Forsøg i Ing. 1911, S. 318 og mine i Ing. 1914, S. 273 og 288). Denne Fremgangsmaade i Forbindelse med Empergers Utilbøjelighed til at anerkende Betydningen af det i Danmark gjorte Arbejde i Sagen førte ham ind i en skarp Strid med Professor Saliger i Wien (se *Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines* 1910, S. 736), en Strid som endte med Nedsættelsen af en faglig Ret, hvis Kendelse findes i nævnte Tidsskrift 1911, S. 207.

**313. Belastningsmaadens Betydning.** Bjælker belastede med en Enkeltkraft paa Midten har et 16% større Brudmoment end Bjælker med 2 Enkeltkræfter i Trediedelspunkterne<sup>1)</sup>.

Aarsagerne til at Brudmomentet bliver størst ved Brug af 1 Enkeltkraft kan være flere: (1) Maksimalmomentet optræder kun i et Punkt og ikke paa en længere Strækning (§ 297), og i dette Punkt virker selve Kraften sammenholdende paa Betonen. (2)  $\tau_{ij}$  og  $\tau_{hj}$  er mindre, naar Spændvidden er den samme. (3) Nedbøjningen er større (Ing. 1912, S. 508). (4) Forsøget varer kortere, forudsat der belastes med Lodder, da der kræves mindre Belastningsmateriale.

**414. Jærnprocentens Betydning.** Ved de i § 306 nævnte Forsøg var Tærningstyrken 236 at, og Jærnprocenten varierede fra 2 til 42%. I Fig. 268

viser  $\sigma_b$ -Kurven den formelle Værdi af  $\sigma_b$  ( $n=15$ ) for de med en Enkeltkraft paa Midten belastede Bjælker,  $\sigma_b$ -Kurven den samme Værdi for de med to Enkeltkræfter belastede Bjælker, mens den midterste Kurve angiver Middelværdien af  $\sigma_b$  for samtlige Bjælker uden Hensyn til Belastningsmaaden. Man ser, at  $\sigma_b$  vokser stærkt med  $\varphi$ , indtil denne har naaet ca. 4 pCt., holder sig konstant mellem  $\varphi =$  ca. 4 pCt. og  $\varphi =$  ca. 18 pCt. og derpaa

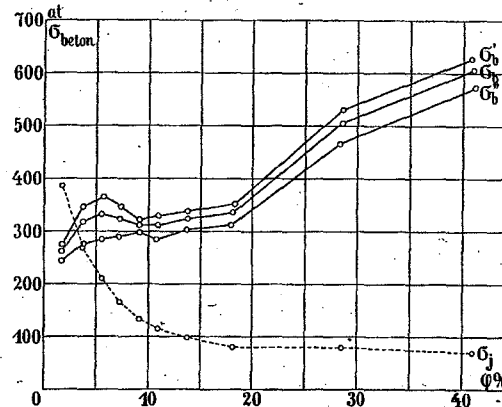


Fig. 268. Jærnprocentens Indflydelse paa Brudspændingerne.

atter stiger. Den sidste Stigning skyldes, at Nullinien i de to stærkest armerede Bjælkerækker ligger nede i Jærnet, saa at der opstaar store Trykspændinger i dettes øverste Del. Ses der bort fra denne sekundære Virkning af Jærnet, viser Forsøget, at Brudværdien af  $\sigma_b$  er ens for alle overarmerede Bjælker uden Hensyn til Jærnprocentens Størrelse.  $\sigma_b$  er her bestemt af de almindelige Formler, men regnes med parabolisk Trykdiagram, bliver Resultatet det samme<sup>1)</sup>.

En nøjagtig Fiksering af Prøvebjælkerens Jærnprocent er følgelig ikke nødvendig, den maa blot ikke være for lille; ved at vælge en stor Værdi sikrer man sig mod, at en tilfældig lav Flydegrænse hos Jærnet faar Indflydelse paa Bjælkerens Bæreevne, og man gør det muligt at prøve stærkere Betonsorter end den ved disse Forsøg brugte.

Den punkterede Linie i Fig. 268 angiver Middelværdien af  $1/10 \sigma_j$  for samtlige Bjælkerækker.

**315. Forholdet mellem Bjælke- og Tærningstyrke.** Forholdet  $S^{bc} : S^c$ , hvor  $S^{bc}$  er Bjælkestyrken, varierer med Prøvelegemernes Lagringsmaade. Bjælkerens Styrke efter 28 Døgn bliver større ved tør end ved vaad Lagring, navnlig naar Betonen er stærk. For Tærningerne gælder det samme, men i mindre Grad, da de ikke tørrer saa hurtigt som de spinklere Bjælker, derfor bliver  $S^{bc} : S^c$  større ved tør end ved vaad Lagring, navnlig naar Betonen er stærk. Men selv om Lagringsmaaden er givet, vil det formentlig vise sig, at  $S^{bc} : S^c$  vokser med aftagende  $S^c$ , saaledes at  $S^{bc}$  er en mindre fintmærkende Indikator af Kvalitetsforskelle end  $S^c$ . Hvis nemlig Betonens Brudforkortelse vokser med aftagende  $S^c$  (§ 141), maa det samme gælde  $S^{bc} : S^c$ , thi jo mere Betonen lader sig sammentrykke, inden den brydes, des lavere ligger Nullinien i Brudøjeblikket, des større Trykkraft og dermed Moment kan Bjælken optage, og des større maa derfor den formelle Kantspænding  $S^{bc}$  findes. Til Bedømmelse af Søjlebeton er  $S^c$  følgelig bedre egnet end  $S^{bc}$ , navnlig naar Betonen er svag og let sammentrykkelig som f. Eks. Slaggebeton.

<sup>1)</sup> Af Formel (162) findes nemlig for  $\varphi = 4$  og 18%, at  $\sigma_b$  bliver henholdsvis 1,29 og 1,27 Gange saa stor som i Fig. 268.

<sup>1)</sup> Ing. 1911, S. 209.

Forsøg af Bach & Graf (Ing. 1912, S. 509) har vist, at Bjælkeforsøgene i Nøjagtighed staar noget tilbage for Tærningforsøgene, idet Enkeltværdiernes Afvigelse fra Middeltallet er noget større, men ikke meget.

**316. De nye danske Prøvebjælker** er forskellige, eftersom den Styrke, der skal paavises, ligger under eller over 300 at.

Til Paavisning af  $S^{bc} \geq 300$  at skal Bjælkerne være 2 m lange, 9 cm brede, 6,5 cm høje og armerede med 2 Rj. 12 mm med Kroge i Enderne; under Jærnene skal der være 0,9 cm Mørtel, saa Nyttehøjden bliver 5 cm og Jærnprocenten

$$\varphi = \frac{2,26}{5 \cdot 9} \cdot 100 = 5,02 \%$$

$$x = 0,687 \cdot 5 = 3,43 \text{ og } \gamma = \frac{\sigma_j}{\sigma_b} = \frac{50 \cdot 0,687}{5,02} =$$

6,84. Til  $\sigma_b = 300$  at svarer altsaa  $\sigma_j = 2050$  at.

Bjælkerne fremstilles paa samme Maade som Betonen i Bygværket, holdes fugtige i de første 7 Døgn og opbevares indtil Prøvningen i et Skur eller paa et lignende mod Sol, Vind og Regn beskyttet Sted. Det er tilladt at opvarme Skuret, men ikke over Stuevarme.

Bjælkerne prøves i en Alder af 28 Døgn, dog med Tillæg af det Antal Døgn, i hvilke Temperaturen paa Opbevaringsstedet har været nede under +4°C. Ved Prøvningen skal Spændvidden være 180 cm,

og Lasten bestaa af to lige store, jævnt og langsomt voksende Enkeltkræfter i Trediedelspunkterne. Den bedste Forsøgsordning er den paa Fig. 269 viste, hvor Bjælken er ophængt i Jærnbøjler under en Træ- eller Jærnbom, og Lasten er ophængt i en sekundær Bjælke, der paa samme Maade bæres af Betonbjælken. Derved udelukkes alt Horizontaltryk.

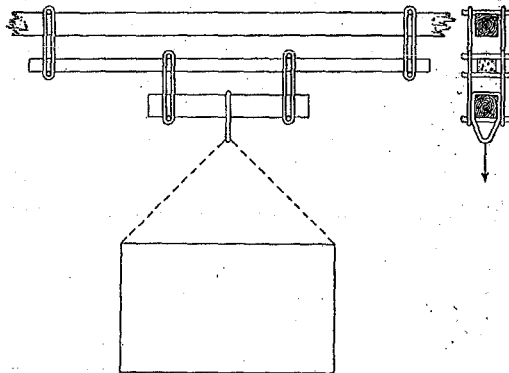


Fig. 269. Belastet Prøvebjælke.

Belastningsmaterialet er gerne Grus, der skovles i Kassen af en enkelt Mand. Efter Brud vejes Kassen med Indhold.

Før Forsøget maales Midter-Tværsnittets Højde og dets Brede  $b$  foroven, og efter at Bruddet er indtraadt, maales Tykkelsen af Betonlaget under Jærnet, hvorved altsaa Afstanden  $h$  fra Jærn-Midten til Bjælkens Overkant er bekendt. Af Brudmomentet beregnes Trykspændingen  $S^{bc}$  i Betonen, og denne Størrelse skal da mindst have den ved Bygværkets Dimensionering forudsatte Værdi (§ 128). Da  $S^{bc}$  varierer med  $n$ , skal  $n$  indføres med samme Værdi som ved Projektering, altsaa  $n = 15$ . Til Lettelse ved Beregningen af  $S^{bc}$  meddeles herstaaende Tabel over Værdierne af  $\alpha$  i Udtrykket:  $S^{bc} = \alpha \cdot P + 10$  at, hvor  $P$  er Halvdelen af den paaførte Last,  $\alpha$ : een af Enkeltkræfterne, mens de 10 at er Egenvægtspændingen, der nøjagtigt nok kan regnes konstant. Er Bjælkerne nøjagtigt udførte, bliver  $S^{bc}$  altsaa meget nær lig Halvdelen af den paaførte Last.

Bjælkernes Nedbøjning umiddelbart før Brud ligger ofte mellem 16 og 20 mm.

Til Paavisning af  $S^{bc} > 300$  at kræves Bjælker med større Jærnprocent, ellers flyder Jærnet, inden Betonen knuses: Samtidig er der Grund til at forøge Spændvidden, dels for at spare Belastningsmateriale, dels for at undgaa, at den større Værdi af  $\tau_b$  paavirker Brudlasten. Under

h cm	b (cm)						
	8,5	8,7	8,9	9,0	9,1	9,3	9,5
4,5	1,28	1,26	1,23	1,22	1,21	1,19	1,17
4,7	1,18	1,16	1,14	1,13	1,12	1,10	1,08
4,9	1,10	1,08	1,06	1,05	1,04	1,02	1,00
5,0	1,06	1,04	1,02	1,01	1,00	0,98	0,96
5,1	1,02	1,00	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93
5,3	0,95	0,93	0,91	0,91	0,90	0,88	0,87
5,5	0,89	0,87	0,85	0,85	0,84	0,82	0,81

dise Forhold er det naturligt ikke at fiksere Bjælkedimensionerne, men lade de byggende selv bringe disse i Overensstemmelse med den Betonkvalitet, de agter at bruge, og de danske Normer nøjes derfor med at give følgende Vejledning: (1) Bredden skal være mindst 9 cm. (2) Afstanden fra Bjælkens Overside til Jærnets Overside skal være mindst 5 cm. (3) Jærnspændingen i Brudøjeblikket maa ikke overstige 2050 at,  $\tau_b$  og  $\tau_{by}$  ikke 8 at. (4) Afstanden mellem de to Enkeltkræfter og mellem disse og Lejerne skal være mindst 60 cm; Kræfterne behøver ikke at angribe i Trediedelspunkterne.

**b. Tilladelige Spændinger.**

**317. Brudspændinger.** En Bjælkes Brudmoment bestemmes i Hovedsagen af:

- Betonens Bøjningsstyrke naar  $\varphi$  er lille
- Jærnets Flydegrænse » » » normal
- Betonens Trykstyrke » » » stor.

Er f. Eks.  $\sigma^c = 200$  at,  $\sigma_F = 2800$  at, varierer Brudmomentet efter en Kurve som den i Fig. 270 viste; jo større Betonens Bøjningsstyrke er, des højere ligger det første, næsten vandrette Kurvestykke; jo større Jærnets Flydespænding er, des stejlere er det paafølgende Stykke; jo større Betonens Trykstyrke er, des højere ligger det sidste Kurvestykke (smlg. Fig. 266).

Hvis man af Brudmomenterne i Fig. 270 beregner Brudspændingerne  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$  ved Hjælp af de almindelige Formler med  $n = 15$ , findes Værdier, der er fremstillede ved Kurverne paa Fig. 271. For de ganske smaa Jærnprocenter, hvor Betonens Bøjningsstyrke bestemmer Bæreevnen, er Kurverne ikke tegnede.

**318. De tilladelige Spændinger** maa nu fastsættes saaledes, at der bliver fornøden Sikkerhed mod Brud, saavel naar Bruddet skyldes Betonen, som naar det skyldes Jærnet.

Betonens Trykstyrke ved Bøjning kan bestemmes ved Forsøg med Prøvebjælker, og den tilladelige Spænding kan sættes til 0,22 Gange denne Værdi. Knusning af Betonen er dermed udelukket, og Bruddet kan da kun ske som Følge af Jærnets Flyden.

Da Jærnet er et mindre variabelt Materiale end Betonen, kan man for Jærnspændingens Vedkommende nøjes med Sikkerheden 2,5 og for almindeligt blødt Staal sætte (Fig. 271):

$$s_j = \frac{3000}{2,5} = 1200 \text{ at.}$$

Hvorledes en rektangulær Bjælkes Bæreevne varierer med de tilladte Spændinger er vist paa Fig. 272. Ved smaa Jærnprocenter bestemmes Bæreevnen af  $s_j$ -Kurven og vokser omtrent proportionalt med  $\varphi$ , indtil denne har naaet den til de tilladte Spændinger svarende Værdi. For større Værdier af  $\varphi$  er  $s_b$ -Kurven bestemmende for Bæreevnen, og denne vokser nu kun langsomt med  $\varphi$ .

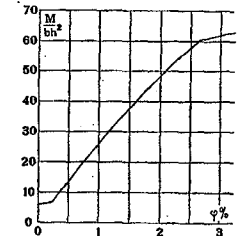


Fig. 270. Brudmoment.

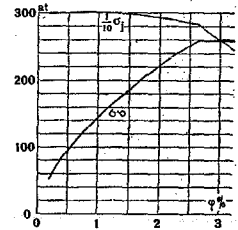


Fig. 271. Brudspændinger.

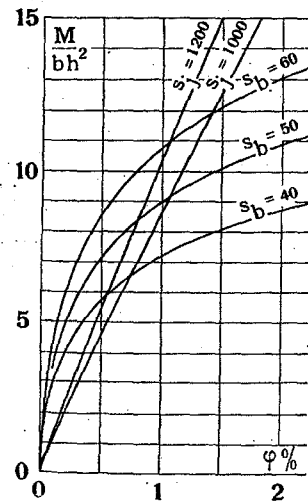


Fig. 272. Tilladeligt Moment.

Brugen af en større Sikkerhedskoefficient for Betonen end for Jærnet fører til Bjælker, hvis Jærnprocent er langt lavere end den kritiske, ved hvilken Jærnets Flyden og Betonens Knusning indtræder samtidig. Dette er i sin Orden, thi det medfører sejt Brud, mens overarmerede Bjælker brydes pludseligt uden Varsel. Men der er dog Grund til at fremhæve, at den kritiske Jærnprocent for en fejlfrit fremstillet Beton er 3-4 Gange saa stor som den Jærnprocent, de tilladelige Spændinger fører til, og at derfor en Fordobling af det Jærnindlæg, de tilladelige Spændinger fører til, paa ingen Maade giver en ufornuftig Bjælke, men tværtimod en Bjælke med fordoblet Bæreevne.

319. Tilladelige Spændinger, der varierer med  $\varphi$ . De schweiziske Jærnbetonnormer tager Hensyn til det nys nævnte Forhold, idet de for rektangulære Bjælker tolererer meget store Betonspændinger, naar samtidig Jærns spændingen sænkes, altsaa  $\varphi$  øges. Normerne fastsætter nemlig ( $n=20$ ):

$$s_b^{bc} = 40 + 0,05 (1200 - \sigma_j), \text{ altsaa: } \begin{cases} \varphi = 0,667 & 1,25 & 2,25 & 4,09 \% \\ s_b^{bc} = 40 & 50 & 60 & 70 \text{ at} \\ s_j = 1200 & 1000 & 800 & 600 \text{ at} \end{cases}$$

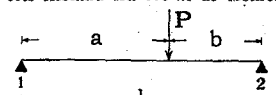
Da disse Betonspændinger maa bruges i Forbindelse med en Beton, hvis Tærningstyrke efter 28 Døgn er 150 at, kan Sikkerheden blive meget ringe. Det Moment, der i en Bjælke med  $\varphi = 4,09\%$  og  $n=20$  giver Spændingerne 70 og 600, vil med  $n=15$  give Spændingerne 73,5 og 588. Da  $S_b^{bc} = 1,25 \cdot S_j^2 = 188$ , bliver Sikkerheden kun 188 : 73,5 = 2,55, og Bruddet vil ske pludseligt. En Bjælke, der var dimensioneret paa Grundlag af Spændingerne 70 og 1200 (svarende til  $\varphi = 1,57$  for  $n=20$ ), vilde være paalideligere, da Brudmomentet vilde være omtrent det samme, og Bruddet vilde skyldes Jærnets Flyden; men en saadan Bjælkes Højde vilde være større.

#### 4. Momentbestemmelse efter Elasticitetsteorien.

##### a. Simpelt understøttede Bjælker.

320. For Bjælker over en enkelt Aabning gengives nedenfor de ved forskellige Understøtnings- og Belastningstilfælde forekommende Momenter og Lejetryk.  $R_1$  og  $R_2$  er Lejetrykkene ved venstre og højre Leje. Ved Formlernes Benyttelse regnes Lejetrykkenes Angrebspunkter at ligge midt i de virkelige Lejeflader eller midt i de nødvendige Lejeflader eller, ved foreløbige Beregninger, i Afstanden  $l:40$  fra Lejets Forside; for Plader kan man under normale Forhold regne med Lysvidden som Spændvidde.  $M_x$  er Momentet i Afstanden  $x$  fra venstre Leje.

Er en Bjælkes Last meget sammensat, bestemmes det Punkt, i hvilket det største positive Moment optræder, lettest som det Punkt, i hvilket Tværkraften er Nul, medens selve Maksimalmomentet er lig Tværkraftskurvets Areal paa Strækningen  $x$ , hvor  $x$  er Maksimalmomentpunktets Afstand fra eet af de Momentnulpunkter, mellem hvilke det ligger.



$$R_1 = P \cdot \frac{b}{l} \quad R_2 = P \cdot \frac{a}{l}$$

$$M_x = \frac{Pbx}{l} \text{ for } x < a \quad M_x = \frac{Pa(l-x)}{l} \text{ for } x > a$$

Fig. 273. Største Moment optræder under  $P$  og er  $M_{\text{maks}} = \frac{Pab}{l}$  (165)

Er  $a > b$ , bliver Momentet midt i Bjælken  $\frac{1}{2}Pb$ . Nedbøjning i Angrebspunktet:

$$y = \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I} \cdot \frac{a^2}{l^2} \cdot \frac{b^2}{l^2}$$

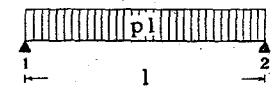


Fig. 274.

$$R_1 = R_2 = \frac{pl}{2} \quad M_x = \frac{pl}{2} \cdot \frac{x(l-x)}{l} \quad (166)$$

$$M_{\text{maks}} = \frac{1}{8} pl^2 \quad \text{for } x = \frac{1}{2} l$$

Sammenhørende Værdier af  $x$  og  $M_x$  er:

$x:l$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	$y_{\text{maks}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{P \cdot l^4}{E \cdot I}$
$M_x : M_{\text{maks}}$	0,36	0,64	0,84	0,96	1,00	

Af (166) sammenholdt med (165) ses, at Momentet i et vilkaarligt Punkt er lige saa stort, som det vilde have været, hvis den halve Last havde virket som Enkeltkraft i Punktet.

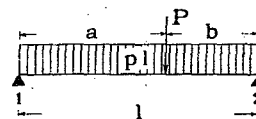


Fig. 275.

En Bjælke, der er belastet som Fig. 275 viser, vil altsaa i Enkeltkraftens Angrebspunkt være paavirket af Momentet:  $(P + \frac{1}{2}pl) \cdot \frac{ab}{l}$ , mens Momentet midt i Bjælken bliver  $\frac{1}{8}pl^2 + \frac{1}{2}Pb$ , der, naar  $Pb$  er lille, nøjagtigt nok kan betragtes som Maksimalmomentet.

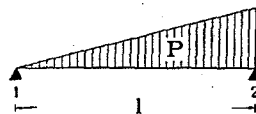


Fig. 276.

$$R_1 = \frac{1}{3} P \quad R_2 = \frac{2}{3} P \quad M_x = \frac{P}{9} x \left(1 - \frac{x^3}{l^3}\right)$$

$$M_{\text{maks}} = 0,128 Pl \quad \text{for } x = 0,577 l$$

$$y_{\text{maks}} = 0,01304 \cdot P \cdot l^3 : EI \quad \text{for } x = 0,519 l$$



Fig. 277.

$$Q_x = \frac{P}{2} \left(1 - 4 \frac{x^3}{l^3}\right) \quad M_x = Px \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{l^2}\right)$$

$$M_{\text{maks}} = \frac{1}{6} Pl \quad \text{for } x = \frac{1}{2} l \quad y_{\text{maks}} = \frac{1}{60} \cdot P \cdot l^3 : EI$$

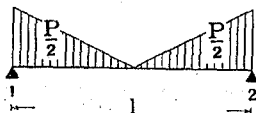


Fig. 278.

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2} \quad M_x = Px \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{l^2}\right)$$

$$M_{\text{maks}} = \frac{1}{12} Pl \quad \text{for } x = \frac{1}{2} l$$

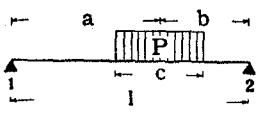


Fig. 279.

$$R_1 = P \cdot \frac{b}{l} \quad R_2 = P \cdot \frac{a}{l}$$

$$M_{\text{maks}} = P \cdot \frac{ab}{l^2} \cdot \left(l - \frac{c}{2}\right) \quad \text{for } x = a - c \cdot \frac{2a-l}{2l}$$

Hviler Bjælken paa to Mure med Lysafstand  $l_0$ , og er den kun belastet paa Strækningen  $l_0$ , medens den nødvendige Lejedybde er  $\Delta l_0$ , den teoretiske Spændvidde altsaa  $l = l_0 + \Delta l_0$ , findes:  $M_{\text{maks}} = \frac{1}{8} \cdot P \cdot l_0 \cdot (l_0 + 2 \cdot \Delta l_0)$ .

Tænker man sig Lasten baaret af en sekundær Bjælke (Fig. 280), bliver Momenterne udenfor  $c$  og Lejetrykkene de samme som i Fig. 279, mens Momenterne paa Strækningen  $c$  faas ved Addition af Momenterne i den primære og den sekundære Bjælke. Momentet midt i  $c$  bliver altsaa  $M = \frac{1}{2} (R_1 \cdot c_1 + R_2 \cdot c_2) + \frac{1}{8} P \cdot c$ , der ofte nøjagtigt nok kan betragtes som Maksimalmomentet.

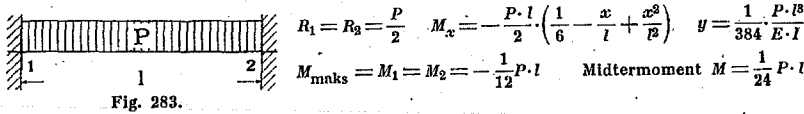
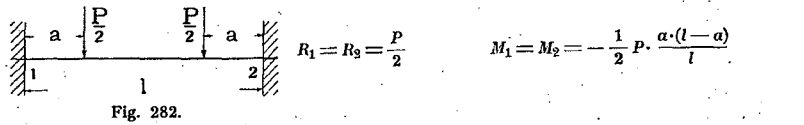
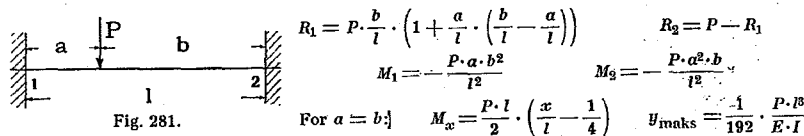
Fig. 280.

##### b. Indspændte Bjælker med konstant Tværsnit.

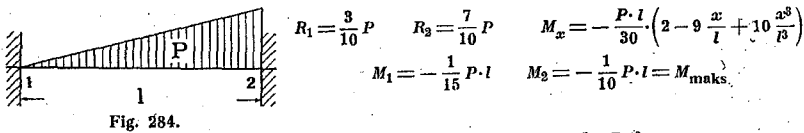
321. For saa vidt Lejetryk og positive Momenter ikke er opgivne, findes de som beskrevet i § 322 og 325.

Er Bjælken indspændt i begge Ender, vil Arealet af den simple Momentflade være lig Arealet af den Momentflade, man faar ved at betragte Bjælken som simpelt understøttet og belastet alene med Indspændingsmomenterne, og de to Momentfladers Tyngdepunkt vil ligge i samme lodrette Linie. Man skal altsaa trække Slutlinien saaledes, at Arealet af den positive Momentflade er lig det samlede Areal af de to negative Momentflader. Er Lastfordelingen symmetrisk,

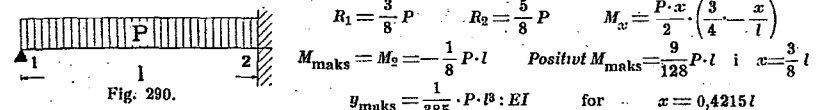
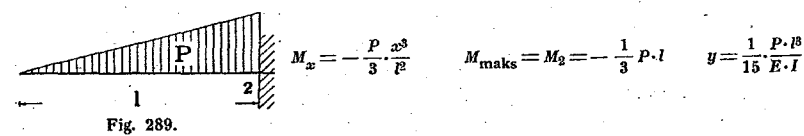
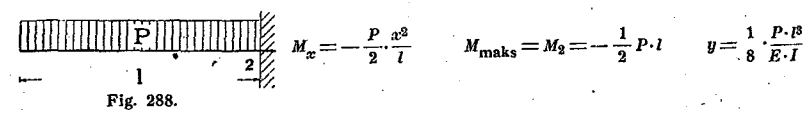
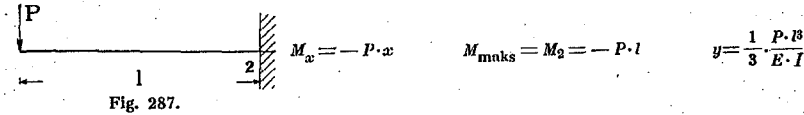
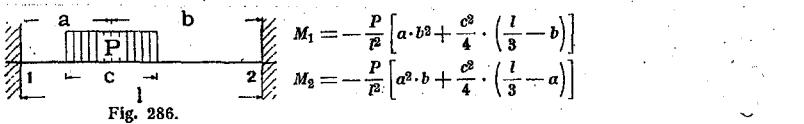
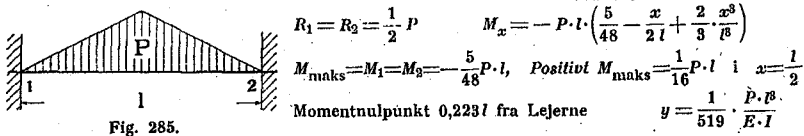
Slutlinien altsaa vandret, kan man let nøjagtigt eller skønmæssigt indlægge Slutlinien i Overensstemmelse med denne Lov.



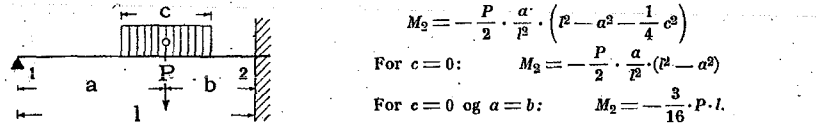
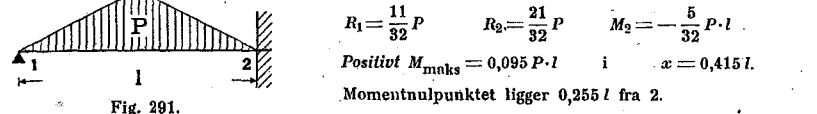
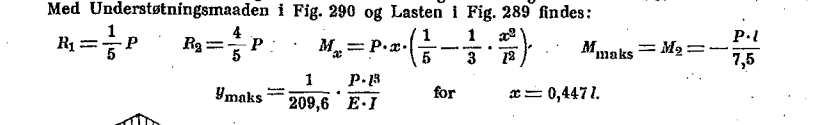
Momentnulpunktet ligger 0,2113l fra Enden. Ved delvis Belastning ligger det mellem 0 og l:3; en vægtløs Bjælke med delvis Belastning vil altsaa kunne blive paavirket af positive Momenter i hele sin Længde, mens de negative Momenter aldrig naar længere end til l:3.



Største positive Moment:  $P \cdot l : 23,2$  i  $x = 0,548l$   $y_{\text{maks}} = \frac{1}{382} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I}$  for  $x = 0,525l$



Momentnulpunktet ligger l:4 fra 2. Ved delvis Belastning ligger det mellem 0 og l:3; en vægtløs Bjælke med delvis Belastning vil altsaa kunne blive paavirket af positive Momenter i hele sin Længde, mens de negative Momenter aldrig naar længere end til l:3.



2 Enkeltkræfter i Tredledelspunkterne giver:  $M_2 = -\frac{1}{6} P \cdot l$

c. Kontinuerlige Bjælker.

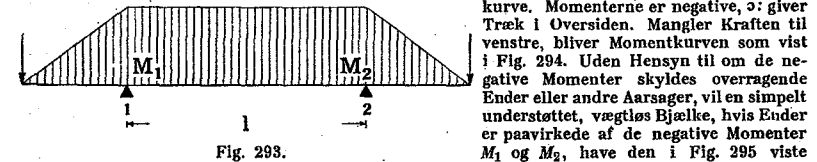
α. Lejemomenternes Indflydelse paa Momentkurve og Lejetryk.

322. Almindelig Teori. Har Bjælken Mellemløjer, vil der opstaa negative Momenter over disse. Hviler den paa friktionsløse Ruller, som kun kan give lodrette Reaktionen og ikke hindrer en Vinkeldrejning, og hvis Højdebeliggenhed er uforanderlig, kan Momenterne beregnes efter den almindelige Teori for kontinuerlige Bjælker, hvis Hovedresultater gengives i det følgende.

Er Bjælken sammenstøbt med Søjler, vil disse modvirke en Vinkeldrejning, og kontinuerlige Brodragere af denne Art dimensioneres ofte under Hensyntagen til, at de er stift forbundne med Søjlerne, idet disse eventuelt regnes indspændte forned. I Husbygningen er Forholdene i højere Grad statisk ubestemte, hvilket gør en Hensyntagen til Søjlernes Stivhed meget besværlig, og da man desuden foretrækker spinkle Søjler og svære Bjælker for det omvendte, plejer man at se bort fra Søjlernes Stivhed.

Lejetrykkes Angrebspunkter regnes at ligge midt i de virkelige Lejeflader, for Endelejernes Vedkommende eventuelt midt i den nødvendige Lejeflade.

En vægtløs Bjælke med overragende Ender, belastede med lige store Enkeltkræfter, har den i Fig. 293 fremstillede Momentkurve. Momenterne er negative, og giver Træk i Oversiden. Mangler Kraften til venstre, bliver Momentkurven som vist i Fig. 294. Uden Hensyn til om de negative Momenter skyldes overragende Ender eller andre Aarsager, vil en simpelt understøttet, vægtløs Bjælke, hvis Ender er paavirkede af de negative Momenter  $M_1$  og  $M_2$ , have den i Fig. 295 viste Momentkurve.



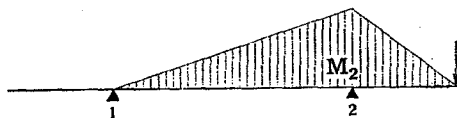


Fig. 294.

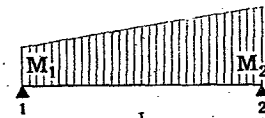


Fig. 295.

Momenterne vil medføre Lejetryk af Størrelse ( $M_1$  og  $M_2$  skal indføres med deres negative Fortegn):

$$R_1 = \frac{M_2 - M_1}{l} \quad R_2 = \frac{M_1 - M_2}{l} \quad (167)$$

Er Bjælken desuden direkte belastet, kan Momenter og Lejetryk fra denne Last bestemmes uden Hensyn til de negative Momenter, og ved Kombination af de to Belastningstilstande findes de resulterende Paavirkninger.

**323. Jævnt fordelt Last.** Er Bjælken belastet med  $q$  kg pr. lb. cm, vil Momenterne variere efter en Parabel med Maksimumsordinat  $\frac{1}{8}ql^2$  (Fig. 296); naar man fra disse Momenter trækker Momenterne i Fig. 295, faas de resterende Momenter, som i Fig. 297 maales fra den skraa Linie til Parabelen og altsaa er positive i Bjælkens midterste Del og negative ved Lejerne. For Tydeligheds Skyld er i Fig. 298 de resulterende Momenter afsat ud fra en vandret Linie. Denne resulterende Momentkurve kan direkte konstrueres uden Fig. 297 som Mellemed ved at afsætte  $M_1$  og  $M_2$ , forbinde deres Endepunkter og fra denne skraa Forbindelseslinie afsætte 1 lodret Retning Parabelordinaterne fra Fig. 296. Disses Værdier er udregnede i § 320 ved Fig. 274, de kan ogsaa maales paa Fig. 301 eller konstrueres ved at dele den halve Spændvidde i et passende Antal ens Dele (Fig. 299) og oprejse vinkelrette, dele  $M_{maks}$  i samme Antal ens Dele og trække de viste Skraaliniær til Skæring med de lodrette. Skal Parabelen tegnes over en skraa Grundlinie, er Konstruktionen ganske tilsvarende (Fig. 300).

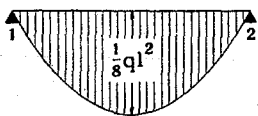


Fig. 296.

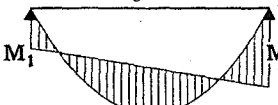


Fig. 297.

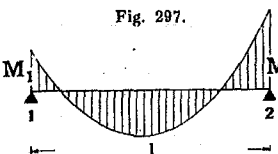


Fig. 298.

$$R_1 = \frac{1}{2} q \cdot l - \frac{M_1 - M_2}{l}$$

$$R_2 = \frac{1}{2} q \cdot l + \frac{M_1 - M_2}{l}$$

I Afstanden  $x$  fra 1 er Momentet:

$$M_x = \frac{1}{2} q \cdot l(l-x) + \frac{M_1}{l} \cdot (l-x) + \frac{M_2}{l} \cdot x.$$

Største positive Moments Afstand fra 1:

$$\frac{R_1}{q} = \frac{1}{2} l - \frac{M_1 - M_2}{q \cdot l}$$

Største positive Moment:

$$M_{1-2} = \frac{1}{8} q \cdot l^2 + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) + \frac{1}{2} \frac{(M_1 - M_2)^2}{q \cdot l^2}$$

**324. Andre Belastningstilfælde.** Til Brug i Praksis er i Fig. 301 indtegnet de simple Momentkurver for følgende Belastningstilstande: (a) Jævnt fordelt Last, (b) Trekantslast, (c) 1 Kraft i Bjælkens Midtpunkt, (d) 2 ens Kræfter i Bjælkens Tredjedelspunkter, (e) 3 ens Kræfter i Bjælkens Fjerdedelspunkter. Man udregner først Maksimalmomentet i den simpelt understøttede Bjælke; er det f. Eks. 800 kgm, bliver Figurens Maalestoksforhold  $1 \text{ kgm} = \frac{1}{800} \text{ cm}$ . Er Indspændingsmomenterne f. Eks. 400 og 600 kgm, afsættes disse paa Yderordinaterne efter samme Maalestok, Slutlinien trækkes med et blødt Blyant, og den resulterende Momentkurve er dermed bestemt.

Kurverne viser, at for jævnt fordelt Last, 2 Kræfter og 3 Kræfter er det simple Moment i Bjælkens Fjerdedelspunkter  $\frac{3}{8}$  af Maksimalmomentet, og en nærmere Undersøgelse<sup>1)</sup> viser, at dette Forhold vedbliver at bestaa, naar Kræfternes Antal forøges, forudsat at Kræfterne er ligestore, og at de deler Bjælken i ens Fag, samt at Antallet af disse Fag ikke er 2, 6, 10, 14, o. s. v., altsaa  $2 + 4n$ , hvor  $n$  er et helt Tal. Momentpolygonen for 4 Kræfter (5 Fag) vil altsaa gaa

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Momentbestemmelsesdiagram (Ing. 1926, S. 282).

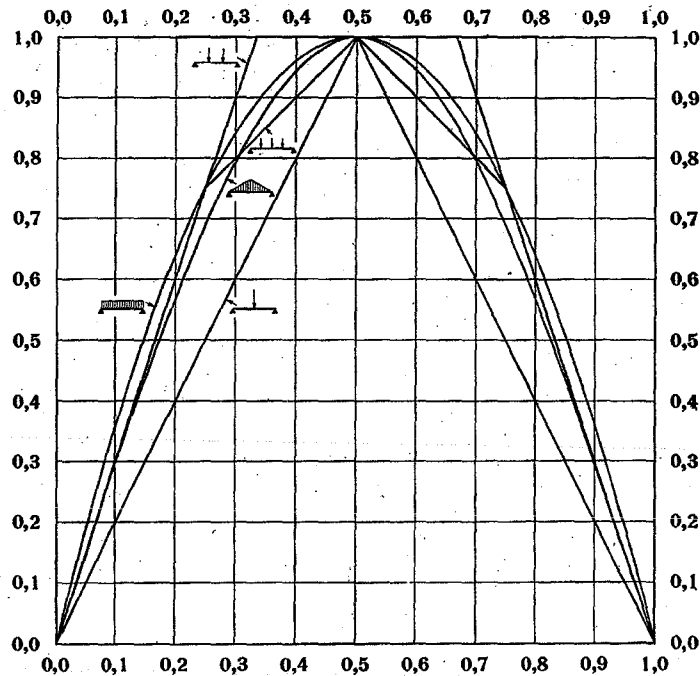


Fig. 301.

igennem Fjerdedelspunktet og kan derfor let tegnes, hvis man ikke vil nøjes med at bruge Parabelen, hvilket i alt Fald er nøjagtigt nok, hvis Kræfternes Antal vokser yderligere.

**β. Lejemomenternes Bestemmelse.**

**Clapeyrons Ligninger.**

**325.** En Bjælke, der indgaaer som Led i en kontinuerlig Bjælkerække, kan i Henhold til § 322 dimensioneres uden Hensyn til, hvor i Rækken den befinder sig, og uden Hensyn til de øvrige Bjælkens Last, naar blot Lejemomenterne er kendte. Disse bestemmes ved Clapeyrons Ligninger<sup>1)</sup>, af hvilke der kan opskrives een for hvert Mellemele. Under Forudsætning af konstant Inertimoment bliver Ligningerne for 1', 2', og 3' Mellemele henholdsvis (Fig. 302):

$$\begin{aligned} & -M_0 \cdot l_1 - 2M_1 \cdot (l_1 + l_2) - M_2 \cdot l_3 = \alpha_1 \quad (168) \\ & -M_1 \cdot l_2 - 2M_2 \cdot (l_2 + l_3) - M_3 \cdot l_4 = \alpha_2 \\ & -M_2 \cdot l_3 - 2M_3 \cdot (l_3 + l_4) - M_4 \cdot l_4 = \alpha_3, \end{aligned}$$

Fig. 302.

hvor  $\alpha$  er en kendt Funktion af Lasten. Har Bjælken f. Eks. 2 Fag, og er den simpelt understøttet ved Enderne, er  $M_0 = M_2 = 0$ , og (168) kan altsaa bruges til at finde  $M_1$ .

Ved Hjælp af disse Ligninger kan man altid finde Lejemomenterne og derefter de øvrige Størrelser, som har Betydning. Se Eksemplet i § 692.

**326.** Værdierne  $\alpha$  findes paa følgende Maade: Man tænker sig Bjælkerne simpelt understøttede og belastede med de simple Momentflader og beregner Lejetrykkene  $V$  og  $H$  henholdsvis ved Fagets venstre og højre Ende (Fig. 303). Derefter have:

$$\alpha_n = 6 \cdot (H_n + V_{n+1}).$$

Er den virkelige Last i  $n$ 'te Fag  $P_n$ , har Momenterne i Faget Dimensionen  $P_n \cdot l_n$ , og Mo-

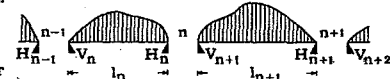


Fig. 303.

<sup>1)</sup> Se A. Ostfeld: Teknisk Elasticitetslære.



mentfladen Dimensionen  $P_n \cdot l_n^2$ , og det samme gælder dens Lejetryk, som derfor kan skrives:

$$V_n = \frac{1}{2} \cdot v_n \cdot P_n \cdot l_n^2 \quad H_n = \frac{1}{2} \cdot h_n \cdot P_n \cdot l_n^2$$

hvor  $v_n$  og  $h_n$  er rene Tal, hvis Størrelse afhænger af Lastens Fordeling indenfor Faget. Følgelig høves for alle Belastningstilfælde:

$$\alpha_1 = h_1 \cdot P_1 \cdot l_1^2 + v_1 \cdot P_2 \cdot l_2^2 \quad \alpha_2 = h_2 \cdot P_2 \cdot l_2^2 + v_2 \cdot P_3 \cdot l_3^2 \quad \text{o. s. v.}$$

I det følgende er  $h$  og  $v$  udregnede for forskellige Belastningstilstande; forekommer flere af disse samtidig i Faget, f. Eks. en jævnt fordelt Last ( $P'$ ) og en Trekantlast ( $P''$ ), da behandler man dem hver for sig og finder  $h'$  og  $v'$  samt  $h''$  og  $v''$ , hvorefter:

$$\alpha_n = (h_n' \cdot P_n' + h_n'' \cdot P_n'') \cdot l_n^2 + (v_{n+1}' \cdot P_{n+1}' + v_{n+1}'' \cdot P_{n+1}'') \cdot l_{n+1}^2$$

Lasten i Faget er symmetrisk om Fagmidten.

**327.** Er Lasten jævnt fordelt i hvert Fag for sig og lig  $p_1, p_2, p_3$  o. s. v., bliver  $h = v = \frac{1}{2}$ , altsaa:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} p_1 \cdot l_1^3 + \frac{1}{2} p_2 \cdot l_2^3, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} p_2 \cdot l_2^3 + \frac{1}{2} p_3 \cdot l_3^3 \quad \text{o. s. v.} \quad (169)$$

- |  |   |
|--|---|
| 1 Enkeltkraft midt i Faget:                            | $h = v = \frac{3}{8}$                                 |
| 2 ens Enkeltkræfter i Tredjedelspunkterne:             | $h = v = \frac{1}{2}$                                 |
| »  »  »  »  »  » Afstand $\alpha \cdot l$ fra Lejerne: | $h = v = \frac{3}{8} \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha)$ |
| 3 ens Enkeltkræfter i Fjerdedelspunkterne:             | $h = v = \frac{3}{8}$                                 |
| 4 ens Enkeltkræfter i Femtedelspunkterne:              | $h = v = \frac{5}{8}$                                 |
| $k$ ens Enkeltkræfter i $(k+1)$ -tedelspunkterne:      | $h = v = (k+2) : 4(k+1)$                              |

Er de  $k$  Kræfters indbyrdes Afstand  $\lambda$ , og Yderkræfternes Afstand fra Lejet  $\frac{1}{2}\lambda$ , høves:

$$h = v = (2k^2 + 1) : 8k^2$$

Trekantlast (Fig. 304):

$$h = v = \frac{1}{8}$$

Gennemføres Beregningen for 3 Fag med samme Spændvidde (Fig. 304), findes:



Fig. 304.

$$M_1 = (-\frac{1}{8} \cdot P_1 - \frac{1}{16} \cdot P_2 + \frac{1}{48} \cdot P_3) \cdot l \quad M_2 = (\frac{1}{48} \cdot P_1 - \frac{1}{16} \cdot P_2 - \frac{1}{12} \cdot P_3) \cdot l$$

$$M_{0,5} = \frac{1}{8} \cdot P_1 \cdot l - \frac{1}{8} \cdot M_1 = (\frac{1}{8} \cdot P_1 - \frac{1}{96} \cdot P_2 + \frac{1}{96} \cdot P_3) \cdot l$$

$$M_{1,5} = \frac{1}{8} \cdot P_2 \cdot l - \frac{1}{8} \cdot (M_1 + M_2) = (-\frac{1}{8} \cdot P_1 + \frac{1}{48} \cdot P_2 - \frac{1}{96} \cdot P_3) \cdot l$$

$$M_{2,5} = \frac{1}{8} \cdot P_3 \cdot l - \frac{1}{8} \cdot M_2 = (\frac{1}{96} \cdot P_1 - \frac{1}{96} \cdot P_2 + \frac{1}{8} \cdot P_3) \cdot l$$

Tabeller for Indtil 9 Fag er udregnede i T. F. T. 1921, S. 151 (Emil Mogensen).

$k$  ens Trekantlaster med Grundlinie  $c$  og med  $k \cdot c = l$  giver:  $h = v = \frac{1}{4} + \frac{1}{16k^2}$ .

**328.** Pletvis Last symmetrisk om Fagmidten (Fig. 305).

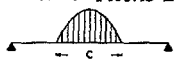


Fig. 305.

Jævnt fordelt Last paa Strækningen  $c$  giver:  $h = v = \frac{1}{8} \cdot (3 - \frac{c^2}{l^2})$

Trekantlast   »  »  »  »  :  $h = v = \frac{1}{16} \cdot (6 - \frac{c^2}{l^2})$ .

Andre symmetriske Lastfigurer med Grundlinie  $c$  kan behandles paa følgende Maade: Først beregnes  $h$  og  $v$  under Forudsættningen  $c = l$ ; kaldes de fundne Værdier  $h'$  og  $v'$  ( $h' = v'$ ) giver den virkelige Fordeling:  $h = v = \frac{3}{8} \cdot (1 - \frac{c^2}{l^2}) + h' \cdot \frac{c^2}{l^2}$ .

$k$  Laster af den i Fig. 305 viste Art og  $k \cdot c = l$  giver:  $h = v = (k^2 - 1 + 4 \cdot h') : 4k^2$ .

Lasten i Faget er usymmetrisk om Fagmidten.

**329.** Een Enkeltkraft i Faget (Fig. 273) giver:  $h = \frac{\alpha}{l} \cdot (1 - \frac{\alpha^2}{l^2}) \quad v = \frac{b}{l} \cdot (1 - \frac{b^2}{l^2})$ .

Er der en Enkeltkraft i hvert Fag (Fig. 306), faas altsaa:

$$\alpha_1 = P_1 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot \frac{l_1 + a_1}{l_1} + P_2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot \frac{l_2 + b_2}{l_2}$$

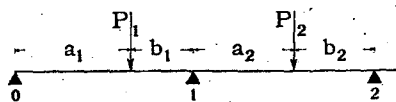


Fig. 306.

og tilsvarende for  $\alpha_2$  o. s. v.

Er der flere Enkeltkræfter i hvert Fag og desuden en jævnt fordelt Last, faas:

$$\alpha_1 = \frac{1}{4} P_1 \cdot l_1^3 + \frac{1}{4} P_2 \cdot l_2^3 + \Sigma P_i \cdot a_i \cdot b_i \cdot \frac{l_1 + a_1}{l_1} + \Sigma P_j \cdot a_j \cdot b_j \cdot \frac{l_2 + b_2}{l_2}$$

og tilsvarende for  $\alpha_2$  o. s. v.

Pletvis Last symmetrisk om Plettens Midte (Fig. 342-43).

Jævnt fordelt Last paa Strækningen  $c$  giver:

$$h = \frac{\alpha}{l} \cdot (1 - \frac{a^2}{l^2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{c^2}{l^2}) \quad v = \frac{b}{l} \cdot (1 - \frac{b^2}{l^2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{c^2}{l^2})$$

Trekantlast paa Strækningen  $c$  giver:

$$h = \frac{\alpha}{l} \cdot (1 - \frac{a^2}{l^2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{c^2}{l^2}) \quad v = \frac{b}{l} \cdot (1 - \frac{b^2}{l^2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{c^2}{l^2})$$

Vilkaarlig Last paa Strækningen  $c$  giver:

$$h = \frac{\alpha}{l} \cdot (1 - \frac{a^2}{l^2} - (\frac{3}{2} - 2h) \cdot \frac{c^2}{l^2}) \quad v = \frac{b}{l} \cdot (1 - \frac{b^2}{l^2} - (\frac{3}{2} - 2h) \cdot \frac{c^2}{l^2})$$

hvor  $h'$  har den i § 328 angivne Betydning.

Vilkaarlig Last (Fig. 307). Værdierne af  $h$  og  $v$  kan udledes af ovenstaaende for en Enkeltkraft gældende og bliver:

$$h = \frac{1}{P} \cdot \int_0^1 p \cdot \xi \cdot (1 - \xi^2) \cdot d\xi \quad v = \frac{1}{P} \cdot \int_0^1 p \cdot \xi' \cdot (1 - \xi'^2) \cdot d\xi'$$

hvor  $P = \int_0^1 p \cdot d\xi$ . Influenslinien for  $h \cdot P$  bliver følgelig en Kurve med

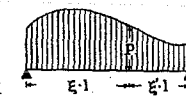


Fig. 307.

Variabelt Inertimoment.

**330.** Er Bjælkernes Inertimomenter forskellige, skal i (168)  $l_1, l_2$  o. s. v. erstattes med  $l_1 : I_1, l_2 : I_2$  o. s. v., og i (169) og følgende skal  $p_1, p_2$  o. s. v., henholdsvis  $P_1, P_2$  o. s. v. erstattes med  $p_1 : I_1, p_2 : I_2$ , henholdsvis  $P_1 : I_1, P_2 : I_2$  o. s. v.

Om kontinuerlige Bjælker med parabolisk Underside se Ing. 1918, S. 245 (Askøe).

γ. Tværkræfternes Bestemmelse.

**331.** Tværkræfterne bestemmes let, naar først man kender Lejetrykkene. I Bjælken Fig. 313 er f. Eks. Tværkraften umiddelbart tilvenstre for 1:  $q \cdot l - R_0$  og umiddelbart tilhøjre for 1:  $q \cdot l - R_0 - R_1$ .

δ. Influenslinier.

**332.** Er der bevægelige Enkeltkræfter paa Bjælken, bestemmes Momenter og Tværkræfter nemmest ved Influenslinier. Ved disses Optegning yder *Griess* Tabeller Støtte<sup>1)</sup>. Fig. 308 viser Influenslinien for Momentet over Mellemelejet for en Bjælke over 2 Fag. F. Eks. vil en Enkeltkraft,  $P$ , midt i et af Fagene give  $M_1 = -0,0938 \cdot P \cdot l$ . Fig. 309 viser samme Influenslinie for en Bjælke over 3 Fag. Fig. 310 og 311 viser Influenslinierne for  $M_1$  og  $M_2$  for en Bjælke over 4 Fag. For samtlige Influenslinier gælder, at Influensfladen over hvert enkelt Fag har Arealet  $\frac{1}{2} \cdot y \cdot l$ , hvor  $y$  er Ordinaten i Fagets Midtpunkt.

Kender man Influenslinien for en Enkeltkraft, kan man meget let faa den til at gælde for et Kraftpar. Se desangaaende B. u. E. 1917, S. 256.

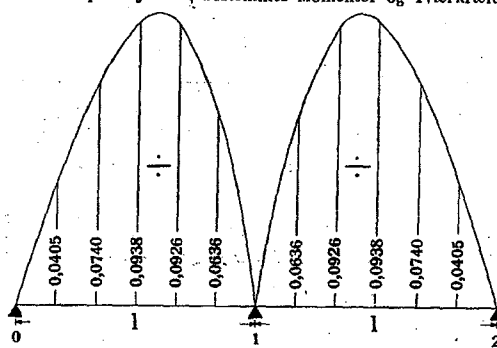


Fig. 308. Influenslinie for  $M_1$ .

<sup>1)</sup> Interpolierbare Tabellen zum Auftragen der Einflusslinien o. s. v., Zürich 1916.

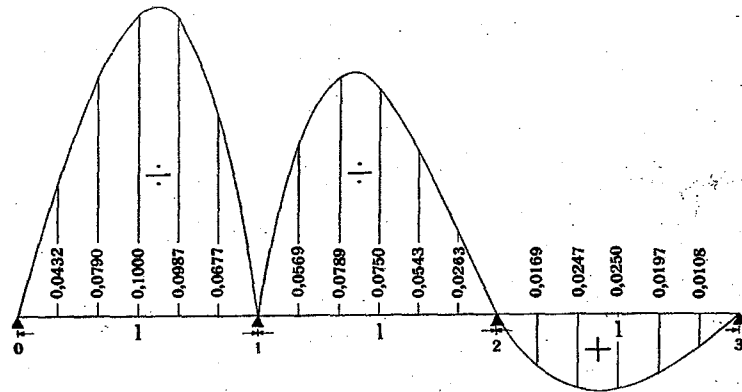


Fig. 309. Influenslinje for  $M_1$ .

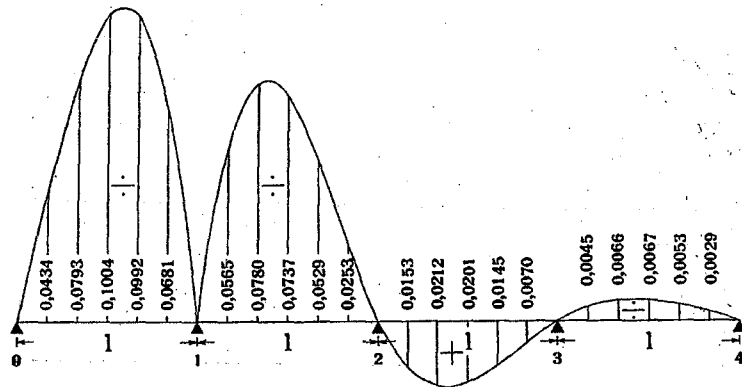


Fig. 310. Influenslinje for  $M_1$ .

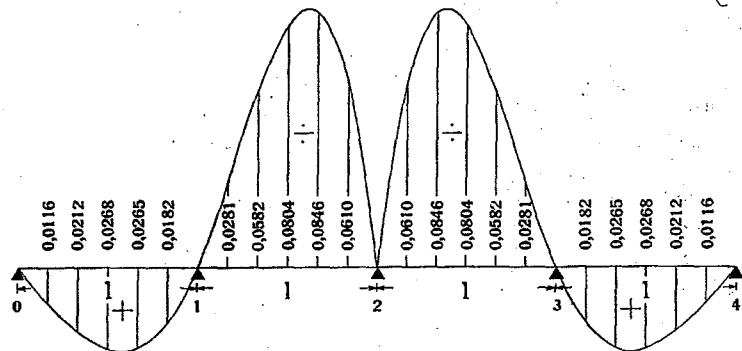


Fig. 311. Influenslinje for  $M_2$ .

ε. 2-4 Fag. Konstant Tværsnit og Faglængde. Jævnt fordelt Last.

Pletvis belastede Fag forekommer ikke.

333. Ved Dimensionering af kontinuerlige Plader og Bjælker skal der regnes med den farligste Lastfordeling. Er den bevægelige Last jævnt fordelt, kan der dog ses bort fra de Tilfælde, hvor den kun dækker en Del af et Fag. Er der flere end 4 Fag, kan de to yderste ved hver Ende dimensioneres som ved 4 Fag, og Resten som ved uendelig mange Fag.

Nummereres Fagene 1, 2, 3, 4 o. s. v., vil, uafhængigt af Fagene Antal, de positive Momenter i alle Fag med ulige Nr. naa deres Maksimalværdi, naar alle Fag med ulige Nr. er belastede, og de positive Momenter i alle Fag med lige Nr. naa deres Maksimalværdi, naar alle Fag med lige Nr. er belastede (Fig. 332). Disse Belastningstilstande medfører ogsaa de mindste positive (altsaa største negative) Momenter i Fagmidterne. Lejemoment og Lejetryk bliver størst, naar bægge de til Lejet stødende Fag er belastede, medens der iøvrigt veksles regelmæssigt (Fig. 333). I det følgende betegner  $M_{0-1}$ ,  $M_{1-2}$  o. s. v. de største positive Momenter i Fagene.

334. Bjælker over 2 Fag. Formler for pletvis Last findes i § 343, Influenslinje i Fig. 308.

$$R_0 = R_2 = \frac{3}{8} q \cdot l, \quad R_1 = 1,25 \cdot q \cdot l (\text{Maks}), \quad M_1 = -\frac{1}{8} q \cdot l^2 (\text{Maks}).$$

Fig. 312. Momentnulpunkterne ligger i Afstanden  $l - 2R_0 \cdot q = \frac{1}{4} l$  fra 1. Største positive Moment optræder i Afstanden  $R_0 \cdot q = \frac{3}{8} l$  fra den frie Ende og er  $M_{0-1} = M_{1-2} = R_0^2 \cdot 2q = \frac{9}{128} q \cdot l^2$ . I Afstanden  $x (< \frac{3}{4} l)$  fra 0 er  $M_x = \frac{1}{8} q \cdot x \cdot (3l - 4x)$ .

$$R_0 = \frac{l}{16} \cdot (7q - g) (\text{Maks}), \quad R_1 = \frac{5}{8} l \cdot (q + g),$$

$$R_2 = \frac{l}{16} \cdot (7g - q) (\text{Min}), \quad M_1 = -\frac{1}{16} (q + g) \cdot l^2.$$

Fig. 313. Momentnulpunkterne ligger  $\frac{l}{8} \cdot (1 + \frac{g}{q})$  tilvenstre for 1 og  $\frac{l}{8} \cdot (1 + \frac{q}{g})$  tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder i Afstanden

$$R_0 \cdot q = \frac{l}{16} \cdot (7 - \frac{g}{q}) \quad \text{og er} \quad M_{0-1} = R_0^2 \cdot 2q = \frac{q}{512} \cdot (7 - \frac{g}{q})^2 (\text{Maks}).$$

335. Bjælker over 3 Fag. Formler for pletvis Last findes i § 343, Influenslinje i Fig. 309.

$$R_0 = R_3 = 0,4 q \cdot l \quad R_1 = R_2 = 1,1 q \cdot l \quad M_1 = M_2 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2$$

Fig. 314. Momentnulpunkterne ligger 0,2l tilvenstre for 1 og 0,276l tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder i Afstanden  $R_0 \cdot q = 0,4l$  fra den frie Ende og er  $M_{0-1} = M_{2-3} = R_0^2 \cdot 2q = \frac{1}{12,5} q \cdot l^2$ . I Midterfagets Midte er  $M = \frac{1}{10} q \cdot l^2$ .

$$R_0 = R_3 = \frac{l}{20} \cdot (9q - g) (\text{Maks}) \quad R_1 = R_2 = \frac{11}{20} l \cdot (q + g)$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{l^2}{20} \cdot (q + g).$$

Fig. 315. Momentnulpunkterne ligger  $\frac{l}{10} \cdot (1 + \frac{g}{q})$  tilvenstre for 1 og  $l \cdot (\frac{1}{2} - \sqrt{0,15 - 0,1 \frac{q}{g}})$  tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder i Afstanden  $R_0 \cdot q$  fra den frie Ende og er  $M_{0-1} = M_{2-3} = R_0^2 \cdot 2q = \frac{q}{800} \cdot (9 - \frac{g}{q})^2 (\text{Maks})$ . Momentet midt i Fag 1-2 er  $M_{1-2} = \frac{l^2}{20} \cdot (1,5g - q)$ .

$$R_0 = R_3 = \frac{l}{20} \cdot (9g - q) (\text{Min}) \quad R_1 = R_2 = \frac{11}{20} l \cdot (q + g)$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{l^2}{20} \cdot (q + g).$$

Fig. 316. Momentnulpunkterne ligger  $\frac{l}{10} \cdot (1 + \frac{q}{g})$  tilvenstre for 1 og  $l \cdot (\frac{1}{2} - \sqrt{0,15 - 0,1 \frac{q}{g}})$  tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder midt i Fag 1-2 og er  $M_{1-2} = \frac{l^2}{20} \cdot (1,5g - q) (\text{Maks})$ .

$$R_0 = \frac{l}{60} \cdot (23q + g) \quad R_1 = \frac{l}{10} \cdot (12q - g) (\text{Maks}) \quad R_2 = \frac{l}{60} \cdot (27q + 39g)$$

$$R_3 = \frac{l}{30} \cdot (13g - q) \quad M_1 = -\frac{l^2}{60} \cdot (7q - g) (\text{Maks}) \quad M_2 = -\frac{l^2}{30} \cdot (q + 2g)$$

$$R_0 = \frac{l}{60} \cdot (23g + q) \quad R_1 = \frac{l}{10} \cdot (12g - q) (\text{Min}) \quad R_2 = \frac{l}{60} \cdot (27g + 39q)$$

$$R_3 = \frac{l}{30} \cdot (13q - g) \quad M_1 = -\frac{l^2}{60} \cdot (7g - q) \quad M_2 = -\frac{l^2}{30} \cdot (g + 2q).$$

Fig. 317. Fig. 318.

336. Bjælker over 4 Fag. Formler for pletvis Last findes i § 343, Influenslinier i Fig. 310—11.

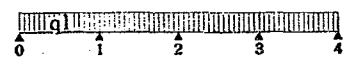


Fig. 319.

Største positive Moment optræder i Afstanden  $R_0: q = 0,393l$  fra den fri Ende og er  $M_{0-1} = 0,0772 q \cdot l^2$ . Største  $M$  i Fag 1—2

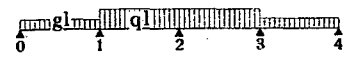


Fig. 320.

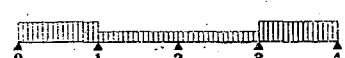


Fig. 321.



Fig. 322.

Momentnulpunktet ligger  $l \cdot (\frac{1}{2} + \alpha - \beta)$  tilhøjre for 1 og  $l \cdot (\frac{1}{2} - \alpha - \beta)$  tilvenstre for 2, idet:

$$\alpha = 0,0179 \left(1 + \frac{q}{g}\right) \quad \beta = \sqrt{\left[\frac{1}{2} + 0,0179 \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right]^2 - 0,1072 \left(1 + \frac{q}{g}\right)}$$

Største positive Moment optræder i Afstanden  $R_0: q$  fra 0 og er

$$M_{0-1} = R_0^2 \cdot 2q = \frac{q}{699} \cdot (8,344 - \frac{q}{g})^2 \cdot l^2 \quad (\text{Maks})$$

$M_0 = M_1$ ; Momentnulpunktet ligger i Afstanden  $l - \frac{2R_1}{g} = \frac{l}{9,35} \cdot (1 + \frac{q}{g})$  tilhøjre for 3.



Fig. 323.



Fig. 324.

337. Oversigt over Momenter og Lejetryk. I hosstaaende Tabel er Maksimumsværdierne af Lejetryk og Momenter for 2 Fag, 3 Fag og 4 Fag sammenstillede under en saadan Form, at deres Størrelse er let at sammenligne. Ogsaa Værdierne for uendelig mange Fag, der først vil blive uddelt i § 341, er medtagne.

Hvis man uden Hensyn til Fagenes Antal udsøger de største Værdier, viser det sig, at største positive Moment i et Yderfag og i et Mellemfag indtræder i Tilfælde af henholdsvis 3 Fag og uendelig mange Fag og er:

$$M_{0-1} = \frac{1}{8} q \cdot l^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)^2 \quad M_{n-(n+1)} = \frac{1}{8} q \cdot l^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)^2 \quad (170) (171)$$

Man er derfor paa den sikre Side ved at beregne Yderfagene efter (170) og alle de øvrige Fag efter (171).

Det største negative Moment over et Mellefleje optræder, naar der er 2 Fag, og er:

$$M_1 = -\frac{1}{8} q \cdot l^2 \quad (172)$$

Er der flere end 2 Fag, optræder det største Moment, naar der er 4 Fag og er:

$$M_1 = -\left(0,1207 - \frac{1}{74,6} \frac{q}{g}\right) \cdot q \cdot l^2 \quad (173)$$

og dette Moment er større end alle de følgende Lejemomenter. Er der kun 2 Fag, maa Lejemomentet altsaa beregnes efter (172), er der flere Fag, er man paa den sikre Side ved at beregne alle Lejemomenter efter (173).

Maksimumsværdier	2 Fag	3 Fag	4 Fag
$R_0: \frac{1}{2} q \cdot l$	$1 - \frac{1}{8} \left(1 + \frac{q}{g}\right)$	$1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{q}{g}\right)$	$1 - \frac{1}{9,35} \left(1 + \frac{q}{g}\right)$
$M_{0-1}: \frac{1}{8} q \cdot l^2$	$\left(1 - \frac{1}{8} \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)^2$	$\left(1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)^2$	$\left(1 - \frac{1}{9,35} \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)^2$
Nulpunktsafst. fra 1	$\frac{l}{8} \cdot \left(1 + \frac{q}{g}\right)$	$\frac{l}{10} \cdot \left(1 + \frac{q}{g}\right)$	$\frac{l}{9,35} \cdot \left(1 + \frac{q}{g}\right)$
$R_1: q \cdot l$	1,25	$1,2 - \frac{1}{10} \frac{q}{g}$	$1,223 - \frac{1}{12,44} \frac{q}{g}$
$M_1: q \cdot l^2$	-0,125	$-\left(0,1167 - \frac{1}{60} \frac{q}{g}\right)$	$-\left(0,1207 - \frac{1}{74,6} \frac{q}{g}\right)$
Nulpunktsafst. fra 1	Uendelig mange Fag	$l \cdot \left(\frac{1}{2} - \sqrt{0,15 - 0,1 \frac{q}{g}}\right)$	$l \cdot \left(\frac{1}{2} + \alpha - \beta\right)$
$M_{1-2}: \frac{1}{8} q \cdot l^2$	$\left(1 - \frac{1}{3} \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)^2$	$\left(1 - 0,4 \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)^2$	$1 - 0,3572 \left(1 + \frac{q}{g}\right) + 0,00128 \left(1 + \frac{q}{g}\right)^2$
Nulpunktsafst. fra 2	$\frac{l}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{3} \left(1 + \frac{q}{g}\right)}\right)$		$l \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha - \beta\right)$
$R_2: q \cdot l$	$1,183 - 0,183 \frac{q}{g}$		$1,1429 - 0,2143 \frac{q}{g}$
$M_2: q \cdot l^2$	$-\left(0,1138 - \frac{1}{33} \frac{q}{g}\right)$		$-\left(0,10715 - \frac{1}{28} \frac{q}{g}\right)$

Lejetryk. For Yderlejerne er man altid paa den sikre Side ved at regne som for 3 Fag.

$$R_0 = \frac{1}{2} q \cdot l \cdot \left(1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right)$$

Paa første Mellefleje bliver Trykket i Tilfælde af 2 Fag:

$$R_1 = 1,25 q \cdot l$$

I Tilfælde af flere Fag er man paa den sikre Side ved at regne som for 4 Fag:

$$R_1 = \left(1,223 - \frac{1}{12,44} \frac{q}{g}\right) \cdot q \cdot l$$

For de øvrige Melleflejer kan regnes som for uendelig mange Fag:

$$R_n = \left(1,183 - 0,183 \frac{q}{g}\right) \cdot q \cdot l$$

Er  $q$  meget større end  $g$ , kan Lejetrykkene blive negative. Deres Minimumsværdier findes af Tabellen ved blot at ombytte  $q$  og  $g$  i Formlerne. Saafremt  $q \geq 5,33g$ , er alle Lejetryk positive; er  $q > 5,33g$ , kan  $R_2$  blive negativ i Tilfælde af 4 Fag; er  $q > 6,47g$ , kan Trykket i samtlige Melleflejer blive negativt i Tilfælde af uendelig mange Fag; er  $q > 7g$ , kan  $R_0$  blive negativ i Tilfælde af 2 Fag; er  $q > 8,33g$ , kan  $R_0$  blive negativ i Tilfælde af 4 Fag; er  $q > 9g$ , kan  $R_0$  blive negativ i Tilfælde af 3 Fag; er  $q > 12g$ , kan  $R_1$  blive negativ i Tilfælde af 3 Fag; er  $q > 15,2g$ , kan  $R_1$  blive negativ i Tilfælde af 4 Fag.

Udtrykkes Lejetrykkene ved  $p$  og  $g$  i Stedet for  $q$  og  $g$ , bliver de for  $\infty$  Fag:  $R = g \cdot l \pm 1,183 \cdot p \cdot l$  og øvrigt:

	$R_0$	$R_1$	$R_2$	
2 Fag:	$0,375 gl + 0,438 pl$	$1,25(p+g)l$		} Maksimum
3 »:	$0,400 gl + 0,450 pl$	$1,100 gl + 1,200 pl$		
4 »:	$0,393 gl + 0,446 pl$	$1,143 gl + 1,223 pl$	$0,929 gl + 1,143 pl$	
2 »:	$0,375 gl - 0,0625 pl$	$1,250 gl$		} Minimum
3 »:	$0,400 gl - 0,0500 pl$	$1,100 gl - 0,100 pl$		
4 »:	$0,393 gl - 0,0535 pl$	$1,143 gl - 0,0804 pl$	$0,929 gl - 0,214 pl$	

Pletvis Last forekommer<sup>1)</sup>.

338. I en kontinuerlig Bjælke over 2 Fag, simpelt understøttet ved Enderne og belastet med en jævnt fordelt hvilende Last  $g$  kg/m, varierer Momenterne, som Kurven  $q = g$  paa Fig. 325 viser for et af Fagenes Vedkommende. Spændvidden  $l$  er delt i 10 lige store Dele, og man

<sup>1)</sup> Tidligere offentliggjort i T. F. T. (A. f. J.) 1916, S. 19.

ser, at Momenterne er positive paa Strækningen fra den frie Ende til et Punkt, der ligger i Afstanden 0,75 l fra denne, derefter bliver de negative. Er Bjælken vægtløs, og belaster man en større eller mindre Strækning af den med  $p$  kg pr. Længdeenhed, idet man for hvert enkelt Punkt af Bjælken opsøger den Stilling af Lasten, som giver det største positive Moment i Punktet, saa finder man, at hele Bjælken kan faa positive Momenter, hvis Maksimalværdier angives af den nederste Kurve med Paaskriften  $q = p$ . Mens de til Kurven  $q = g$  svarende Momenter er samtidige, idet Lasten er hvilende, kan de til Kurverne  $q = p$  svarende Momenter ikke eller kun til Dels optræde paa samme Tid, idet de svarer til forskellige Stillinger og Udstrækninger af Lasten.

Kurverne  $q = g$  og  $q = p$  har man længe haft Adgang til at optegne, da Ordinatorerne til dem er beregnet af Winkler<sup>1)</sup> og findes gængs i mange Lærebøger. Ved Hjælp af disse Kurver kan det største positive og negative Moment i hvert enkelt Punkt af en given Bjælke bestemmes. I Afstanden 0,41 fra den frie Ende findes saaledes største positive Moment at være  $0,095 pl^2 + 0,07 gl^2$  og det største negative Moment at være:  $0,07 gl^2 - 0,025 pl^2$ ; om dette bliver positivt eller negativt afhænger af Forholdet mellem  $p$  og  $g$ . Kendes dette Forhold, kan de endelige Momentkurver, der viser største positive og største negative Momenter, optegnes. Disse Kombinationer skal gentages for hver ny Bjælke, maaske to Gange, hvis man har skønnet Egenvægten meget galt, og man savner ganske Overblik over, hvilken Indflydelse Forholdet mellem den hvilende og bevægelige Last har paa Momenterne.

**339. Momentkurver.** En Undersøgelse viser, at man een Gang for alle kan foretage disse Kombinationer og faa Overblik over Forholdene. Er f. Eks. den hvilende og den bevægelige Last lige store, altsaa  $p = g$  og  $q = p + g = 2g$ , vil den hertil svarende Kurve ligge midt imellem Kurverne  $q = g$  og  $q = p$ , og paa samme Maade vil en vilkaarlig anden Kurve midt imellem Kurverne  $q = g$  og  $q = p$ , og paa samme Maade vil en vilkaarlig anden Kurve midt imellem Kurverne  $q = g$  og  $q = p$ , og paa samme Maade vil en vilkaarlig anden Kurve midt imellem Kurverne  $q = g$  og  $q = p$ , og paa samme Maade vil en vilkaarlig anden Kurve midt imellem Kurverne  $q = g$  og  $q = p$ . Man har altsaa blot at dele Afstandene mellem  $g$ -Kurven og  $p$ -Kurven i et konstant Forhold. Man har altsaa blot at dele disse Afstande i samme Antal lige store Dele og forbinde de sammenhørende Delingspunkter for at faa en Række Kurver svarende til forskellige Værdier af Forholdet  $p/g$ . I Fig. 325 er Afstandene mellem de to positive Momentkurver delt i 6 lige store Dele, hvorved faas 5 ny Momentkurver, svarende til:

$q = 12g, 1,5g, 2,0g, 3,0g, 6,0g$  eller  $p = 0,2g, 0,5g, 1,0g, 2,0g, 5,0g$ .

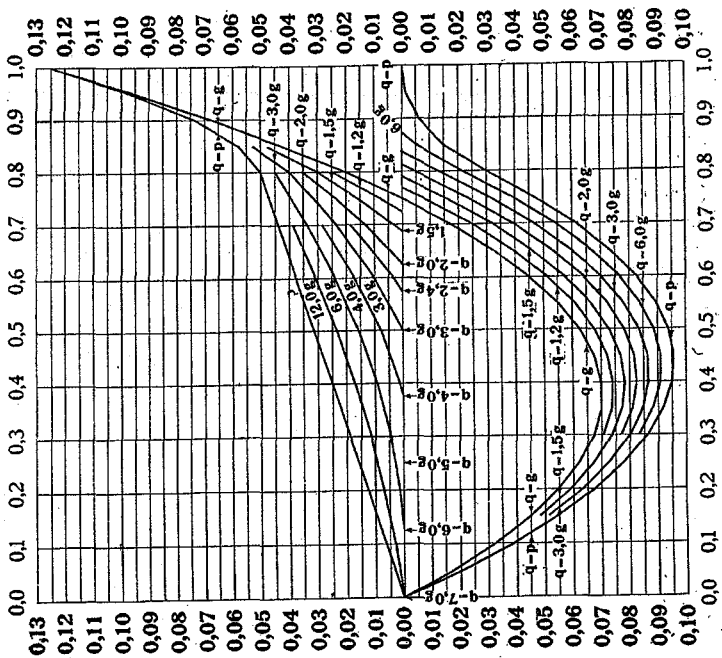


Fig. 325. Momentkurver for 2 Fag.

<sup>1)</sup> Vorträge über Brückenbau, Theorie der Brücken, 1. Heft, Wien 1886. Om nogle Fejl i disse Tabeller se Henvisningen i foregaaende fodnote.

De negative Momentkurver ligger længere fra hinanden, saa der er Afstandene delt i 12 lige store Dele. Der kræves kun et Blik paa Kurverne for at finde det største positive og negative Moment i en Bjælke, for hvilken Forholdet  $q/g$  er kendt, og hele den paagældende Kurve kan hurtigt tegnes ud, hvis man vil bruge den til Fastlæggelse af Armeringen i en Jærnbetonbjælke. Der kræves ogsaa kun et Blik paa Kurverne for at finde, hvor langt den øvre Armering i Bjælken skal strække sig. Det viser sig, at for  $q = 7g$  vil de negative Momenter netop naa ud til Bjælkens frie Ende, og deler man Afstanden fra dette Punkt til Skæringspunktet mellem Grundlinien og Kurven  $q = g$  i 7 lige store Dele, faar man Endepunkterne af de negative Momentkurver svarende til  $q = 6g, 5g, 4g, 3g$  og  $2g$ ; disse Endepunkter er markerede ved en Pil med Paaskrift.

I Analogi med Fig. 325 giver Fig. 326, 327 og 328 Momentkurverne for Bjælker over 3, 4 og uendelig mange Aabninger.

For alle fire Figurer gælder, at Momentet faas ved at multiplicere Kurvernes Ordinator med  $ql^2$ .

Om Sikkerhed overfor Variationer af  $p : g$  se § 345.

Ved Dimensionering skønner man  $g$ , aflæser paa Figuren største positive og negative Moment, bestemmer Bjælkens Tværsnit paa Grundlag af disse, korrigerer Egenvægten og udtegener sluttelig de rigtige Kurver til Brug ved Jærnets Fastlæggelse.

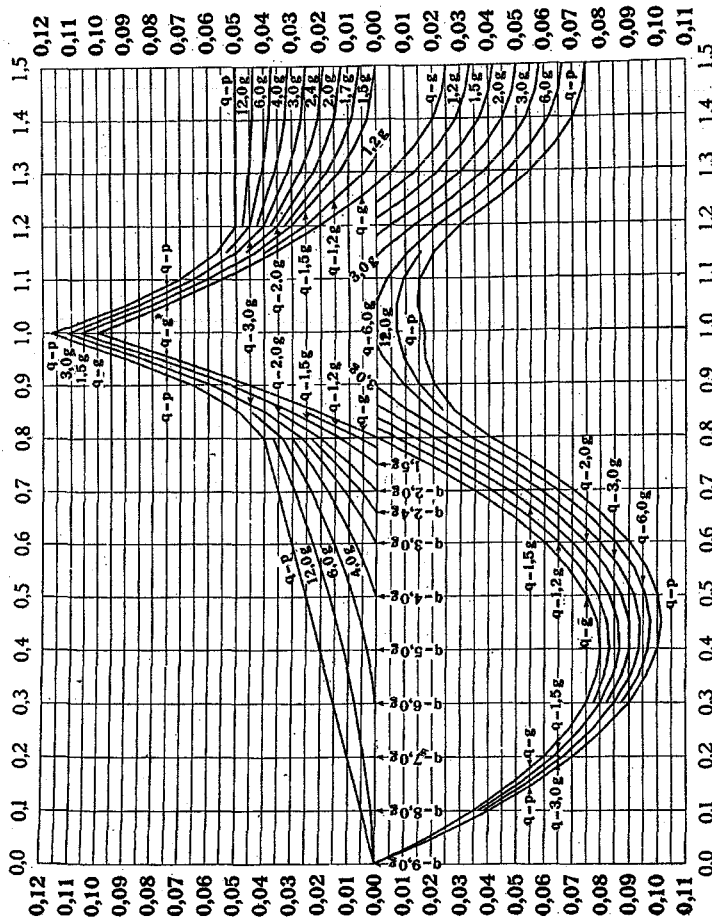


Fig. 326. Momentkurver for 3 Fag.

En Førelse af Højden ved Mellemlererne fører de negative Momenter over disse og formindsker de positive Momenter i Fagene, men dette ser man gerne bort fra og benytter de for konstant Tværsnit udledede Momentkurver.

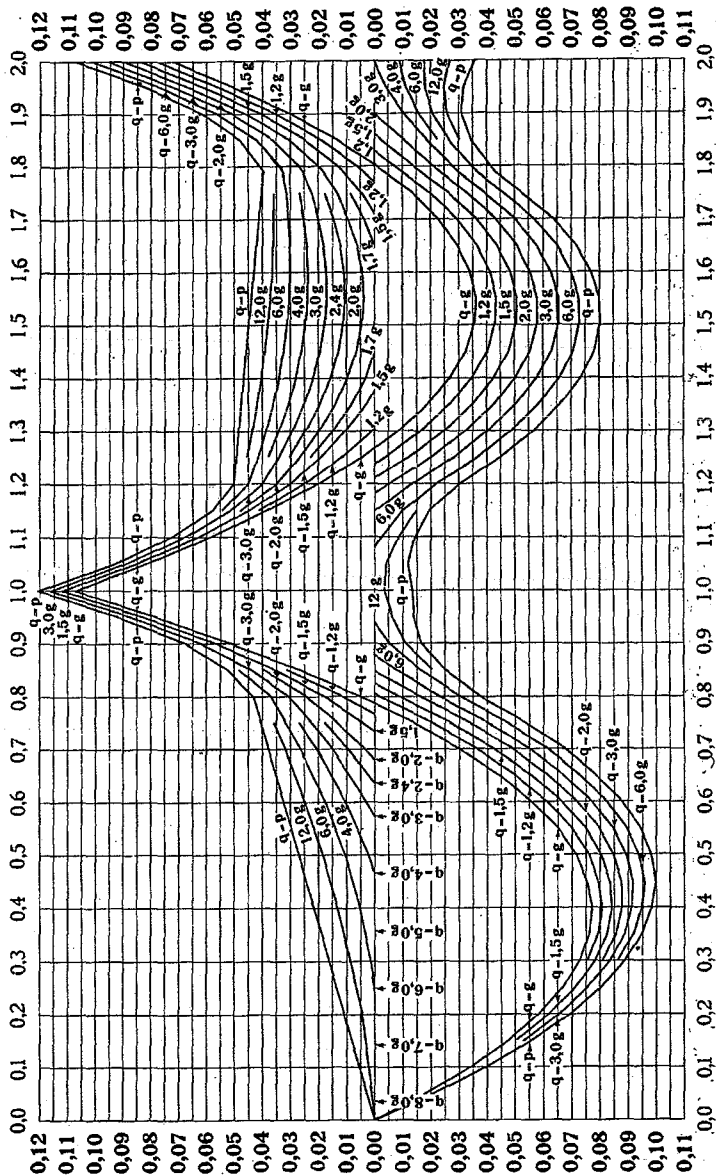


Fig. 327. Momentkurver for 4 Fag.

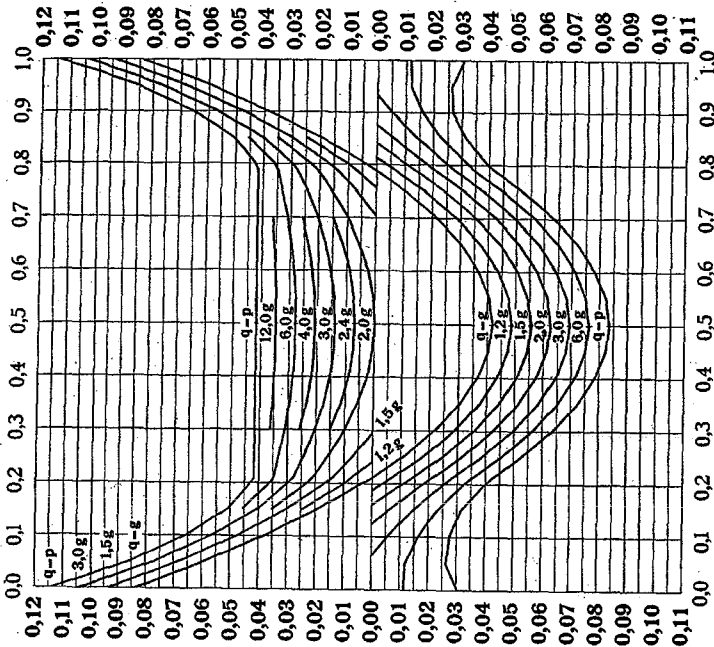


Fig. 328. Momentkurver for uendeligt mange Fag.

Lejetrykkes største og mindste Værdier er de samme, som naar Lasten er jævnt fordelt indenfor hvert enkelt Fag; de findes i § 337.

ζ. Uendelig mange Fag. Konstant Tværsnit og Faglængde. Lastsymmetri om Fagmidterne.

340. Vilkaarlig symmetrisk Lastfordeling. Er samtlige Fag ens belastede, forholder Bjælkerne sig som Indspændte, og Formlerne i § 321 for symmetrisk Lastfordeling har da Gylldighed. Er *abcd* (Fig. 329) den simple Momentflade, skal Slutlinien *ef* altsaa trækkes i en saadan Afstand *y* fra Grundlinjen, at det skraverede Areal over Slutlinien er lig Summen af de skraverede Arealer under Slutlinien. Er hvert andet Fag ens belastet, de mellemliggende ube-

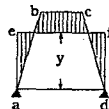


Fig. 329.

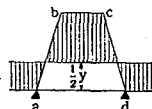


Fig. 330.

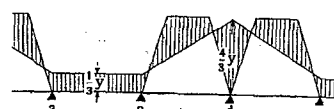


Fig. 331.

lastede og vægtløse, skal Slutlinien sænkes til halv Højde (Fig. 330); ved denne Lastfordeling naar Momentet i Fagmidterne sine to Ydergrænser. Veksler to belastede Fag med eet ubelastet og vægtløst (Fig. 331), bliver de negative Lejemomenter i *a* og *d* henholdsvis  $1/2 y$  og  $1/2 y$ , hvorved Slutlinien er bestemt; det ved denne Lastfordeling fundne Lejemoment  $1/2 y$  kan nøjagtigt nok betragtes som det maksimale.

341. Er Lasten jævnt fordelt indenfor hvert enkelt Fag, optræder det største og mindste positive Moment midt i Fagene og ved den paa Fig. 332 viste Last:



Fig. 332.

$$M_{\text{maks}} = (1/12 q - 1/24 g) \cdot l^2, \quad M_{\text{min}} = (1/12 q - 1/24 g) \cdot l^2.$$

Samtidig Lejemoment:  $M = -1/24 (q + g) \cdot l^2.$



Fig. 333.

$$M_{maks} = \left(-\frac{1}{8,8}q + \frac{1}{33}g\right)l^2, \quad R_{maks} = (1,183q - 0,183g) \cdot l$$



Fig. 334.

$$M_{min} = \left(-\frac{1}{8,8}g + \frac{1}{33}q\right)l^2, \quad R_{min} = (1,183g - 0,183q) \cdot l$$

Om variabel Faglængde se § 344.

Er der Trekantslast eller Enkeltkræfter paa Bjælkerne, som nedenfor angivet, vil største og mindste Moment i Fagmidterne optræde, naar Fagene skiftevis er stærkt og svagt belastede analogt med Fig. 332:



Fig. 335.

$$M_{maks} = \frac{l}{96} \cdot (11Q - 5G), \quad M_{min} = \frac{l}{96} \cdot (11G - 5Q)$$

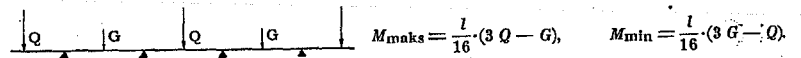


Fig. 336.

$$M_{maks} = \frac{l}{16} \cdot (3Q - G), \quad M_{min} = \frac{l}{16} \cdot (3G - Q)$$

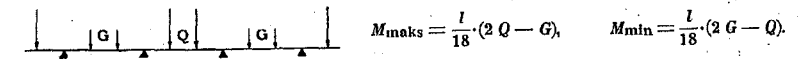


Fig. 337.

$$M_{maks} = \frac{l}{18} \cdot (2Q - G), \quad M_{min} = \frac{l}{18} \cdot (2G - Q)$$

Lejemomenterne bliver størst ved en Last analog med Fig. 333<sup>1)</sup>, men de bliver næsten lige saa store, naar to belastede Fag veksler med et ubelastet. I dette Tilfælde faas:



Fig. 338.

$$M = -\frac{l^2}{36} \cdot (4q - g)$$



Fig. 339.

$$M = -\frac{l}{144} \cdot (20Q - 5G)$$

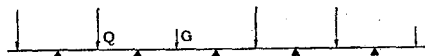


Fig. 340.

$$M = -\frac{l}{24} \cdot (4Q - G)$$



Fig. 341.

$$M = -\frac{l}{27} \cdot (4Q - G)$$

η. 2-4 Fag. Konstant Tværsnit og variabel Faglængde.

342. Naar Fagene har forskellig Spændvidde, maa man som Regel løse Clapeyron's Ligninger (§ 325) for at finde Lejemomenterne. I det i § 338 nævnte Værk af Winkler findes dog Momenttabeller for Bjælker med 3 og 4 Fag, af hvilke Yderfagene har samme Længde *l*, mens Midterfaget eller Midterfagene er henholdsvis 1,1, 1,2 og 1,3 *l*. I Griots Tabeller (§ 332) har man et godt Hjælpemiddel til Optegning af Influenslinier for Momenter og Tværkræfter. Kan man vælge Faglængderne, er det mest økonomisk at gøre Yderfagene Længde *l* og 0,8 Gange Mellemfagene. Naar alle Fagene har forskellig Spændvidde, kan man for Bjælker med 2 og 3 Fag

<sup>1)</sup> Se Ing. 1913, S. 353, hvor Ing. Emil Mogensen har udregnet Momenttabeller for indtil 9 Fag med saavel jævnt fordelt Last som en Enkeltkraft midt i Faget. I sidstnævnte Tilfælde bliver største Lejemoment, naar Fagene Antal er uendeligt stort:  $M_{maks} = -\frac{l}{24} \cdot (4,1Q - 1,1G)$ .

bruge Landmanns Tabeller<sup>1)</sup>. Disse giver Lejemomenterne m. m. under Forudsætning af, at Lasten er jævnt fordelt indenfor hvert enkelt Fag, hvorefter man let kan bestemme Momenternes Variation ved Maaling paa en optegnet anden Grads Parabel.

343. For Bjælker over 2, 3 og 4 Fag faas ved Løsning af Clapeyron's Ligninger følgende Udtryk for Lejemomenterne; tilsvarende Udtryk for 5 og flere Fag kan opstilles som vist i B. u. E. 1930, S. 348 (Kann).

2 Fag: 
$$M_1 = -\frac{a_1}{2 \cdot (l_1 + l_2)}$$

3 Fag: 
$$M_1 = -\frac{2 \cdot (l_2 + l_3) \cdot a_1 - l_2 \cdot a_2}{4 \cdot (l_1 + l_2) \cdot (l_2 + l_3) - l_2^2}, \quad M_2 = -\frac{2 \cdot (l_1 + l_2) \cdot a_2 - l_2 \cdot a_1}{4 \cdot (l_1 + l_2) \cdot (l_2 + l_3) - l_2^2}$$

4 Fag: 
$$M_1 \cdot N = -[4 \cdot (l_2 + l_3) \cdot (l_3 + l_4) - l_3^2] \cdot a_1 + 2 \cdot l_2 \cdot (l_3 + l_4) \cdot a_2 - l_2 \cdot l_3 \cdot a_3$$
  

$$M_2 \cdot N = 2 \cdot l_2 \cdot (l_3 + l_4) \cdot a_1 - 4 \cdot (l_1 + l_2) \cdot (l_3 + l_4) \cdot a_2 + 2 \cdot (l_1 + l_2) \cdot l_3 \cdot a_3$$
  

$$M_3 \cdot N = -l_2 \cdot l_3 \cdot a_1 + 2 \cdot (l_1 + l_2) \cdot l_3 \cdot a_2 - [4 \cdot (l_1 + l_2) \cdot (l_3 + l_4) - l_3^2] \cdot a_3$$

I disse Ligninger betyder:

$$a_1 = h_1 \cdot P_1 \cdot l_1^2 + v_2 \cdot P_2 \cdot l_2^2, \quad a_2 = h_2 \cdot P_2 \cdot l_2^2 + v_3 \cdot P_3 \cdot l_3^2, \quad a_3 = h_3 \cdot P_3 \cdot l_3^2 + v_4 \cdot P_4 \cdot l_4^2$$

$$N = 8 \cdot (l_1 + l_2) \cdot (l_2 + l_3) \cdot (l_3 + l_4) - 2 \cdot l_2^2 \cdot (l_3 + l_4) - 2 \cdot l_3^2 \cdot (l_1 + l_2)$$

Værdierne af *h* og *v* varierer med Lastens Art som angivet i § 327-329.

344. Jævnt fordelt Last indenfor hvert enkelt Fag giver:

$$a_1 = \frac{1}{2} \cdot (q_1 \cdot l_1^3 + q_2 \cdot l_2^3), \quad a_2 = \frac{1}{2} \cdot (q_2 \cdot l_2^3 + q_3 \cdot l_3^3), \quad a_3 = \frac{1}{2} \cdot (q_3 \cdot l_3^3 + q_4 \cdot l_4^3)$$

Er Fagene's Antal uendeligt, og Fagvidderne skiftevis *l*<sub>1</sub> belastet med *q*<sub>1</sub> og *l*<sub>2</sub> belastet med *q*<sub>2</sub> (Fig. 332), bliver alle Lejemomenterne ens:

$$M = -\frac{1}{12} \cdot (q_1 \cdot l_1^3 + q_2 \cdot l_2^3) \cdot (l_1 + l_2)$$

Er Fagene's Antal uendeligt, og Fagvidderne skiftevis *l*<sub>1</sub> og *l*<sub>2</sub>, bliver Lejemomenterne størst, naar hvert 3' Fag er belastet med *g*, de øvrige med *g* + *p* (Fig. 338). Dette største Lejemoment er:

$$M = -\frac{1}{12} \cdot (g \cdot (l_1^3 + l_2^3) \cdot (l_1 + l_2) + p \cdot l_2^3 \cdot \beta)$$

hvor β har følgende Værdier:

<i>l</i> <sub>1</sub> : <i>l</i> <sub>2</sub>	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
β	1,33	1,21	1,11	1,03	0,97	0,93	0,92	0,92	0,93	0,96	1,0

Pletvis fordelt Last eller Enkeltkræfter (Fig. 342-343) giver:

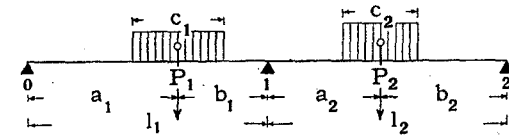


Fig. 342.

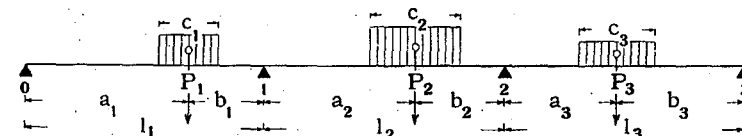


Fig. 343.

<sup>1)</sup> Tabellen zur Berechnung von kontinuierlichen Balken im Eisenbeton und doppelt armerter Konstruktionen, Wiesbaden 1911. Tabellerne maa bruges med Kritik, da de er stærkt belastede med Trykfejl. Ogsaa Elwitz har beregnet Tabeller (B. u. E. 1908, S. 395, 1909, S. 42). Se ogsaa Herndl: Formelsammlung und Anleitung für die Berechnung von Massivkonstruktionen, München 1914; Kleinogel: Der durchlaufende Träger, Berlin 1929.

$$a_1 = P_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} \cdot (l_1^2 - a_1^2 - \frac{1}{3} \cdot c_1^2) + P_2 \cdot \frac{b_2}{l_2} \cdot (l_2^2 - b_2^2 - \frac{1}{3} \cdot c_2^2)$$

$$a_2 = P_2 \cdot \frac{a_2}{l_2} \cdot (l_2^2 - a_2^2 - \frac{1}{3} \cdot c_2^2) + P_3 \cdot \frac{b_3}{l_3} \cdot (l_3^2 - b_3^2 - \frac{1}{3} \cdot c_3^2)$$

$$a_3 = P_3 \cdot \frac{a_3}{l_3} \cdot (l_3^2 - a_3^2 - \frac{1}{3} \cdot c_3^2) + P_4 \cdot \frac{b_4}{l_4} \cdot (l_4^2 - b_4^2 - \frac{1}{3} \cdot c_4^2)$$

**Eksempel.** I Fig. 342 forudsættes  $P_1$  at være en Enkelkraft og  $P_2 = 0$ . Hvor skal  $P_1$  da staa for at gøre  $M_1$  til Maksimum? Man har  $M_1 = -P_1 \cdot \frac{a_1}{l_1} \cdot (l_1^2 - a_1^2) : 2 \cdot (l_1 + l_2)$ ; ved at differentiere og sætte  $dM_1 : d a_1 = 0$  faas  $a_1 = l_1 : \sqrt{3} = 0,5774 l_1$ , og  $P_1$  skal altsaa staa i denne Afstand fra 0. Momentet bliver da  $M_1 = -0,1926 \cdot P_1 \cdot l_1^2 : (l_1 + l_2)$ .

### 9. Sikkerhed overfor Variationer af $p : g$ .

**345.** Medens Spændingerne i en simpelt understøttet Bjælke er proportionale med Lasten  $p + g$  uden Hensyn til Værdien af  $p : g$ , gælder dette ikke for kontinuerlige Bjælker. Disse Momentnulpunkter flytter sig, naar  $p : g$  varierer, og derved ændres Længden af de Strækninger, paa hvilke der optræder saavel positive som negative Momenter. Dette spiller en særlig Rolle for Jærnbetonbjælker, thi hvis disse kun er armerede i Oversiden paa de nævnte Strækninger, kan de ikke optage negative Momenter udenfor disse, og optræder der alligevel saadanne, kan Bjælken revne. Da nu  $p$  er en skønnet Værdi, som kan tænkes undtagelsesvis at overskrides, bør man paa een eller anden Maade sikre sig mod Følgerne af en Overskridelse<sup>1)</sup>. I Buer, Rammer og lignende Konstruktioner er Forholdene tilsvarende, og for disse Konstruktioner kræver de danske Jærnbetonnormer eftervist, at  $p$  kan forøges med 50 %, uden at Spændingerne noget Sted overstiger det dobbelte af den tilladelige Værdi. For almindelige Husbygningskonstruktioner kræves denne Eftervisning ikke, dels fordi Bjælkerne kun undtagelsesvis er kontinuerlige i den Forstand, at Lejerne ingen Modstand gør mod en Vinkeldrejning af Bjælken, dels fordi Bjælkens Overside som Regel er sammenstøbt med en Jærnbetonplade, som muliggør Optagelsen af mindre negative Momenter, selv om Bjælken ikke er armeret for disse.

Man kan imidlertid skaffe sig den ønskede Sikkerhed paa en lettere Maade end den ovenfor angivne og uden nævneværdig Fordyrelse af Konstruktionen, saa der er ingen Grund til at undlade det, og i alt Fald bør det gøres ved virkelig kontinuerlige Bjælker, naar disse har rektangulært Tværsnit. Momentnulpunktets Beliggenhed afhænger kun af Forholdet  $p : g$  og bliver derfor ens, enten Ekstraundersøgelsen foretages med  $1,5 p$  og  $g$  eller med  $p$  og  $\frac{3}{2} g$ , idet Forholdet i bægge Tilfælde forøges med 50 %. Kombinationen  $p$  og  $\frac{3}{2} g$  er at foretrække, da den ikke forøger de positive Momenter og kun forøger de negative Momenter paa de Strækninger, hvor det ønskes, nemlig i Nærheden af Fagmidterne, saaledes at det ikke er nødvendigt at indføre nye tilladelige Spændinger.

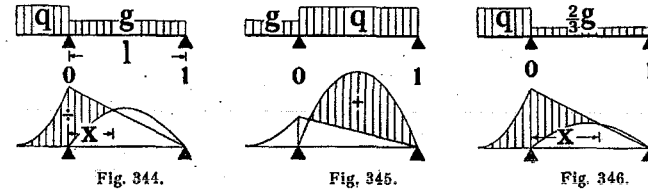
Men Undersøgelsen kan yderligere forenkles ved kun at regne med  $\frac{3}{2} g$  ved Optegningen af det ubelastede Fags simple Momentkurve, ikke ved Beregning af Fagets Lejemomenter. Derved hæves Slutlinien, og man er altsaa paa den sikre Side. Fremgangsmaaden bliver da den, at man beregner Lejemomenter og Slutlinier paa vanlig Vis under Forudsætning af, at Lasten kan veksle

mellem  $p + g$  og  $g$ , medens de simple Momentkurver optegnes for  $p + g$  og  $\frac{3}{2} g$ . Denne Fremgangsmaade kræver intet Merarbejde, ændrer ikke de positive Momenter, heller ikke de negative Momenter nærmest Lejerne, kun de negative Momenter nærmest Fagmidterne.

Kurverne i § 339 kan bruges uændrede undtagen i Nærheden af Nulpunkterne for de negative Momenter, og der er ingen Fordel ved at regne med  $\frac{2}{3} g$  fremfor  $1,5 p$ . Er  $(p + g) : g = \alpha$  og  $(1,5p + g) : g = \beta$ , kan man bruge den til  $g : g = \beta$  svarende Kurve for negative Momenter fra dens Nulpunkt og indtil Nulpunktet for Kurven  $g : g = \alpha$ . I dette Punkt trækkes en Tangent til  $\beta$ -Kurven, og denne Tangent bruges som Overgangskurve til  $\alpha$ -Kurven.

### d. Overrørende Bjælkeender.

**346.** Hvis en simpelt understøttet Bjælke har en overrørende Ende<sup>1)</sup>, bliver der de i Fig. 344 og 345 viste Belastningstilstande at tage Hensyn til, og de



største negative og positive Momenter fremstilles da ved de skraverede Momentflader; paa Grundlag af disse skal Bjælken dimensioneres. Desuden maa man sikre sig, at Bjælken ikke vipper, selv om  $q : g$  i Fig. 344 skulde blive noget større end forudsat; man kan passende kræve, at  $q : g$  skal kunne vokse med 50 %, altsaa  $q$  vokse til  $\frac{3}{2} q$  eller  $g$  aftage til  $\frac{2}{3} g$ .

Hvis  $q$  vokser, vil de negative Momenter vokse, men derfor skal Bjælken ikke forstærkes; den tænkte Forøgelse af  $q$  kan sidestilles med en Prøvebelastning. Derimod bør der tages Hensyn til, at  $x$  vokser, thi hvis den øvre Armering ikke føres tilsvarende langt ind i Faget, kan Bjælken revne, hvorved Stabiliteten ophæves.

Er  $M_0$  Momentet over venstre Leje (Fig. 344), havs  $x = 2 \cdot M_0 : gl$  og da  $M_0$  er proportional med  $q$ , er  $x$  proportional med  $q : g$ . Enten der regnes med  $\frac{3}{2} q$  og  $g$  eller med  $q$  og  $\frac{3}{2} g$  (Fig. 346), faas altsaa samme  $x$ , og i sidste Tilfælde er det kun nærmest Momentnulpunktet, at de negative Momenter forøges. Denne Fremgangsmaade er derfor at foretrække. Naar Bjælken dimensioneres for de i Fig. 345 og 346 viste Belastningstilstande, bliver samtlige Stykke- og Stabilitetsfordringer tilfredsstillede.

Er det en kontinuerlig Bjælkerække, der ender med en overrørende Ende, kan det være ret besværligt at bestemme dennes Indflydelse paa Momenterne i de forskellige Fag. For blot at tage det første Fag 0—1, saa skal man kende det største og mindste negative Moment, der kan optræde over Leje 1, for at kunne trække de Slutlinier, der giver de største negative og de største positive Momenter i Faget. For de positive Momenter er man paa den sikre Side ved at sætte  $M_1 = 0$  (Fig. 345), men ikke for de negative Momenter.

Hvis man blot vil sikre sig mod, at den overrørende Ende styrter ned, og ikke bekymre sig om dens Indflydelse paa Momenterne over Leje 1 og længere borte, kan man dimensionere for den negative Momentkurve, som fremkommer, naar man tænker sig Bjælken overskaaret i en saadan Afstand  $x$

<sup>1)</sup> Hvorledes dette kan ske er drøftet i Ing. 1912, S. 486 og 1927, S. 15 o. f.

<sup>2)</sup> Om Kragbjælker indspændte i Mur se T. F. T. 1907, S. 66.

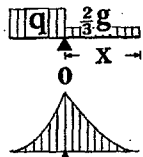


Fig. 347.

fra 0, at  $\frac{2}{3}$  af den hvilende Last paa denne Strækning afbalancerer den totalt belastede Bjælkeende (Fig. 347). Ved Altaner og lign. er denne Undersøgelse i alt Fald tilstrækkelig. Ligevægtsbetingelsen bliver:

$$\frac{2}{3} \cdot q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = M_0 \quad \text{eller:} \quad x = \sqrt{\frac{3 \cdot M_0}{q}} \quad (174)$$

Eksempler findes i § 373 (Pladeende) og § 573 (Bjælkeende).

### e. Tværmomenter i Plader.

347. Naar en Plade er paavirket til Bøjning, vil Trykzonens Tværudvidelse og Trækzonens Tværsammentrækning medføre en lille Ændring af Tværsnittets Form. Opskæres Pladen i smalle Længdelameller, vil disse hver især antage et Tværsnit som Fig. 348a, og samler man dem atter tvangfrit, bliver Tværsnittets Form som Fig. 348b. Skal denne Krumning undgaas, maa der i Pladens Længdesnit optræde Normal-

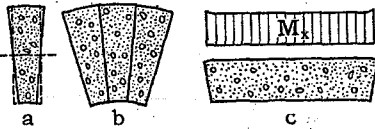


Fig. 348.

spændinger af en saadan Størrelse, at Tværdeformationerne hindres. Er disse 1 : m af Længdedeformationerne, og er Betonen urevnet med ret Arbejdslinie, maa ogsaa Tværspændingerne være 1 : m af Længdespændingerne, og følgelig maa der pr. Længdeenhed af Pladens Længdesnit virke et positivt Moment  $M_y$  af Størrelse  $M_y = M_x : m$ , hvor  $M_x$  er Momentet pr. Længdeenhed af Tværsnittet. Er Pladen simpelt understøttet, og Lasten jævnt fordelt, vil  $M_y$  variere efter en Parabel fra Nul ved Lejet til  $\frac{1}{4} \cdot q \cdot l^2 : m$  midtvejs. Det er blevet foreslaaet at dimensionere Pladens Fordelingsjern efter dette Moment.

Betingelsen for at  $M_y$  bliver lig  $M_x : m$  er, at Pladetværsnittets lodrette Linier forbliver lodrette (cylindrisk Bøjning), og denne Tilstand har man i en uendelig bred Plade, hvis Last er jævnt fordelt i Bredderetningen. Er Pladens Bredde  $b$  begrænset, vil  $M_y$  være Nul i de begrænsende Snit og vokse ind mod Midtersnittet til en Maksimalværdi, hvis Størrelse aftager med Forholdet  $b : l$ . Pladen vil da krumme sig noget i Overensstemmelse med Fig. 348b. Da Tværdeformationerne ikke er hindrede langs Pladens Sideflader, vil Længdedeformationerne her blive større end længere inde, og det samme gælder da Længdespændingerne, hvilket er ensbetydende med, at Momentet  $M_x$  ikke fordeler sig helt jævnt over Snittet, men i Overensstemmelse med Fig. 348c.

### f. Elasticitetsteoriens Gyldighed for Jærnbeton.

348. De efter Elasticitetsteorien beregnede Momenter og Lejetryk er kun rigtige under visse Forudsætninger, som kun delvis stemmer med Virkeligheden. Man kan skelne mellem ydre Betingelser som fuldkommen Indspænding o. lign., der alene afhænger af Bjælkens Omgivelser, og som vil blive drøftede i § 349-51, og indre Betingelser, der alene afhænger af Bjælken selv, og som skal omtales her.

Formlerne forudsætter, at Bjælken har samme Inertimoment i alle Tværsnit. Hvis f. Eks. en indspændt Bjælkes Højde ikke er konstant, men voksende hen imod Lejerne, vil Indspændingsmomentet hidrørende fra en jævnt fordelt

Last blive større end  $q \cdot l^2 : 12$  og Midtermomentet mindre end  $q \cdot l^2 : 24$ , og Virkningen vil være den samme, hvis man holder Bjælkehøjden konstant, men armerer Bjælkens Overside særlig stærkt paa Indspændingsstederne. Da der nu som Regel er Forskel paa de forskellige Tværsnits Armering, altsaa paa deres Inertimoment, kan man strengt taget ikke anvende de almindelige, for konstant  $I$  udledede Formler for indspændte og kontinuerlige Bjælker paa Jærnbetonbjælker. Imidlertid er  $I$  omtrent uafhængig af  $\varphi$ , saalænge Betonen ikke er revnet, og samtidig er Afgivelserne fra Hooke's Lov uvæsentlige, saa ved smaa Spændinger er Overensstemmelsen tilstrækkelig god, selv om man ser bort fra Jærnet og alene regner med Betontværsnittet; er dette konstant, gælder Formlerne altsaa umiddelbart, er det variabelt, maa Formlerne ændres tilsvarende. Ved større Spændinger revner Betonen, hvorved Jærnets Indflydelse paa Inertimomentet vokser, saaledes at man ikke paa Forhaand kan gaa ud fra, at Elasticitetsteoriens Resultater er gyldige paa dette Stadium. Imidlertid har Mörsch paavist<sup>1)</sup>, at naar man regner med det fulde, uarmerede Betontværsnit ved Momentbestemmelsen og armerer Bjælken efter den saaledes fundne Momentkurve, vil de virkelige Momenter stemme tilstrækkelig godt med de forudsatte; selv om Spændingerne stiger ca. 100 % udover de Spændinger, der almindeligvis tillades, vil den faktiske Momentkurve forblive lig den teoretiske. For god Beton og normal (altsaa svag) Armering, tør man derefter formentlig forudsætte, at Momentkurven holder sig uforandret, indtil Jærnspejlingen har naaet Flydegrænsen. Om Forholdene efter at Flydningen er indtraadt se § 356.

## 5. Momentbestemmelse ved delvis Indspænding.

### a. Delvis Indspænding i Almindelighed.

#### α. Indspændingsgrader.

349. Fuldkommen Indspænding. En Bjælke, der er simpelt understøttet ved Enderne og paavirket af en jævnt fordelt Totallast  $q$  pr. Længdeenhed, vil være farligst paavirket i Midten, hvor Momentet er  $\frac{1}{4} q l^2$  (Fig. 349). Er Bjælken indspændt ved Enderne, bliver Midtermomentet kun  $\frac{1}{8} q l^2$ , medens Lejetværsnittene er farligst paavirkede, nemlig af Momentet  $-\frac{1}{2} q l^2$  (Fig. 350). Er Bjælken indspændt ved den ene Ende og simpelt understøttet ved den anden, vil Indspændingsmomentet blive  $-\frac{1}{4} q l^2$ , medens største positive Moment er  $q l^2 : 14,22$  og optræder  $\frac{3}{8} l$  fra den fri Ende (Fig. 351).

De to sidste Bjælker er statisk ubestemt, og Momenterne er udledede under den Forudsætning, at Inertimomentet er

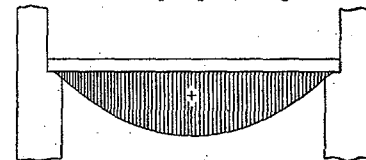


Fig. 349.

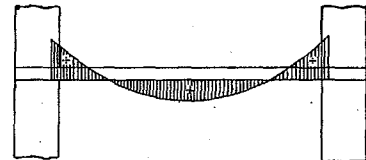


Fig. 350.

<sup>1)</sup> D. A. f. E. Heft 18.



ens overalt, at det ene Leje ikke kan synke i Forhold til det andet, og at den indspændte Ende aldeles ikke kan dreje sig. Kun naar disse tre Betingelser er opfyldte, er de fundne Udtryk rigtige.

Angaaende Inertimomentets Variation henvises til § 348, mens vi her vil undersøge, om de ydre Betingelser for en Indspænding kan virkeliggøres i Praxis.

Er Bjælken statisk bestemt, lader en Indspænding sig let realisere. En Bjælke, der er indspændt i den ene Ende og slet ikke understøttet i den anden (Fig. 352), faar ganske de samme Paavirkninger, hvad enten den indspændte Ende drejer sig eller ej. Tager man nogle Sten ud af en Mur og stikker en Bjælke ind i Hullet, vil Bjælken dreje sig (Fig. 353), indtil den kommer i Ligevægt  $\sigma$ : indtil Muren udøver et tilstrækkeligt stort Indspændingsmoment paa den, og man kan dimensionere Bjælken uden at bekymre sig om Drejningens Størrelse.

Havde Bjælkens frie Ende derimod været simpelt understøttet (Fig. 354), vilde Bjælken slet ikke kunne udføre den til Frembringelse af Indspændingsmomentet nødvendige Drejning, og den maatte beregnes som simpelt understøttet i bægge Ender. Tænker man sig nu Muraabningens Højde formindsket lidt efter lidt, vil Bjælken fra at være simpelt understøttet blive delvis indspændt og ende med at være saa fuldkommen indspændt, som Forholdene tillader. Strængt taget kan man nemlig ikke frembringe fuldkommen Indspænding ved Hjælp af en Mur, thi de elastiske Deformationer

af Muren og Bjælken, som fremkalder Indspændingsmomentet, medfører samtidig en lille Drejning af Bjælkeenden. En fuldkommen Indspænding er meget vanskelig at opnaa. Den er f. Eks. tilstede i en ensformig belastet, kontinuerlig Bjælke med uendelig mange, ligestore Fag; Støtterne er da ens belastede og sammentrykkes derfor ligemeget, og Tangenten over dem maa paa Grund af Symmetrien holde sig vandret. Hvor ringe en Vinkeldrejning, der skal til for at gøre Indspændingen illusorisk, kan ses paa følgende Maade. Enderne af en simpelt understøttet Bjælke vil under de sædvanlige Forudsætninger (Hooks

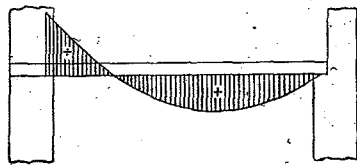


Fig. 351.

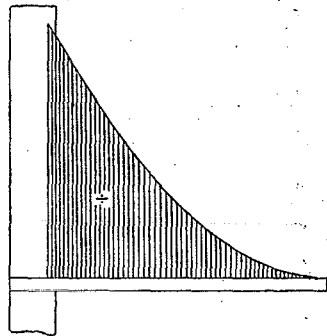


Fig. 352.

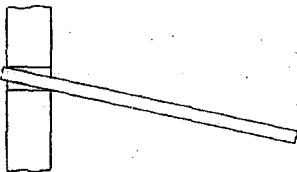


Fig. 353.

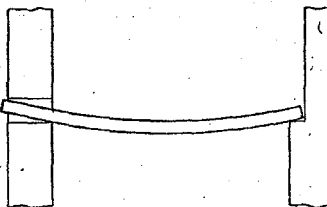


Fig. 354.

Lov, plane Tværsnit) dreje sig Vinklen  $\nu = ql^3 : 24EI$ . For en Jærnbetonplade af 1<sup>m</sup> Bredde, 2<sup>m</sup> Spændvidde, 11<sup>cm</sup> Tykkelse og belastet med 1000 <sup>kg</sup>/<sub>m<sup>2</sup></sub> bliver Inertimomentet, naar der ses bort fra Jærnindlægget:  $I = \frac{1}{12} 100 \cdot 11^3 = 11\ 100\ \text{cm}^4$ , altsaa:  $\nu = 1000 \cdot 200^3 : (24 \cdot 140\ 000 \cdot 11\ 100) = 1 : 466$ , svarende til:  $\frac{1}{466} \cdot \frac{180}{\pi} = 0,123^\circ$ . Hvis Pladen kan dreje sig denne lille Vinkel, maa den altsaa beregnes som simpelt understøttet. Disse Betragtninger viser, hvor varsom man skal være med at regne en statisk ubestemt Plade eller Bjælke indspændt.

**350. Kontinuerlige Bjælker.** Formlerne for disse er ogsaa udledede af Forudsætninger, der kun undtagelsesvis stemmer med Virkeligheden. I et Jærnbetondæk, hvis Plader er sammenstøbt med Bjælkerne, er Pladerne ikke kontinuerlige i elasticitetsteoretisk Forstand, da den forudsatte Vinkeldrejning over Bjælkerne hæmmes af disse. I Nærheden af en indmuret Bjælkeende vil Pladerne være i høj Grad indspændte, fordi Bjælkeenden ikke kan dreje sig; i Nærheden af Bjælkemidten nærmer Forholdene sig mere til de for kontinuerlige Bjælker forudsatte, navnlig naar Bjælken er lang og spinkel, altsaa let drejelig.

Hvis een af de understøttende Bjælker bøjer sig mer eller mindre end Nabobjælkerne, ændres de tilstødende Pladers Momenter, og Ændringen varierer fra et Maksimum, dér hvor Nedbøjningsforskellen er størst, til Nul ved Bjælkeenderne.

**351. Indspændingsgradens Definition.** Sammenfatter man ovenstaaende Betragtninger, bliver Resultatet, at de simple Forudsætninger, der ligger til Grund for Formlerne, kun sjældent er opfyldte i Praxis. Som Regel staar man overfor en Mellemting mellem fuldkommen Indspænding og simpel Understøtning, og man betegner Tilstanden som en delvis Indspænding og definerer Indspændingsgraden som Forholdet mellem det virkelige Indspændingsmoment og det teoretiske Indspændingsmoment, som vilde optræde, hvis Bjælken var fuldkommen indspændt; er det virkelige Moment halvt saa stort som det teoretiske, er Indspændingsgraden  $\frac{1}{2}$ .

Er Lejemomenterne  $M_1$  og  $M_2$  med Middelværdien  $M' = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)$ , og er  $M$  det positive Moment midt i Faget, har man for en Bjælke med jævnt fordelt Last (Fig. 355):

$$M + M' = \frac{1}{8} q \cdot l^2.$$

Man faar altsaa følgende sammenhørende Værdier:

$\frac{M}{q \cdot l^2} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{24}$
$\frac{M'}{q \cdot l^2} = 0$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{12}$

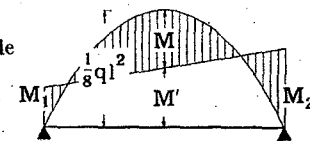


Fig. 355.

Et Eksempel paa delvis Indspænding haves i en tohængslet Rammes vandrette Bjælke (Fig. 356). Er dennes Last jævnt fordelt, faar Hjørnemomentet Størrelsen:

$$M_1 = -\frac{q \cdot l^2}{12} \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \frac{h}{l} \frac{I}{I_s}}$$

naar  $I$  og  $I_s$  betegner Bjælkens og Søjle's Inerti-moment. Er Søjlen saa stiv, at den slet ikke deformerer sig ( $\therefore I_s = \infty$  eller  $h = 0$ ), findes  $M_1 = -\frac{1}{12} q \cdot l^2$ , saa at Bjælken forholder sig som fuldkommen indspændt; er Søjlen saa bøjelig, at den slet ingen Modstand gør mod Bjælkeendens Drejning ( $\therefore I_s = 0$  eller  $h = \infty$ ), findes  $M_1 = 0$ , saa at Bjælken forholder sig som simpelt understøttet. Er Rammen indspændt forned, ændres Faktoren  $\frac{2}{3}$  i Formlen til  $\frac{1}{2}$  (se § 645).

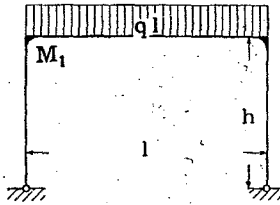


Fig. 356.

### β. Skønnede Indspændingsmomenter.

352. Kun sjældent er Forholdene saa simple, at man kan beregne Indspændingsmomenterne som i Fig. 356. Hyppigst maa man skønne dem, hvor-efter Slutlinien kan trækkes i Overensstemmelse med Fig. 355. Da Skønnet er usikkert, plejer man at trække to Slutlinier og lade den øverste være bestemmende for de negative Momenter, den nederste for de positive. Det kunde synes fornuftigt at trække disse Slutlinier f. Eks. 15 % højere og lavere end den skønnede, men da et stærkt Lejetværsnit er uden Værdi, hvis man har overvurderet Indspændingsgraden, medens et stærkt Midtvevsnit gør Nytte under alle Forhold, maa man hellere lægge Slutlinierne for lavt end for højt, og de danske Jærnbetonnormers § 11 giver derfor følgende Regler for Beregningen (Fig. 357). Man bestemmer den simple Momentkurve for Totallast, skønner Indspændingsmomenterne  $M_1$  og  $M_2$  og dimensionerer Bjælken for de til Slutlinien

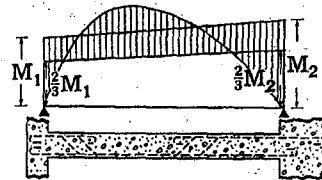


Fig. 357.

$M_1$   $M_2$  svarende negative Momenter og de til Slutlinien  $\frac{2}{3} M_1$   $\frac{2}{3} M_2$  svarende positive Momenter.

Er der Lastsymmetri om Fagmidten (Fig. 358), optræder det simple Maksimalmoment  $M_0$  midt i Faget, og det resulterende positive Moment i Fagmidten bliver da:

$$M = M_0 - \frac{1}{3} \cdot (M_1 + M_2). \quad (175)$$

Er Lasten jævnt fordelt, kan dette Moment nøjagtigt nok betragtes som Maksimalmomentet.

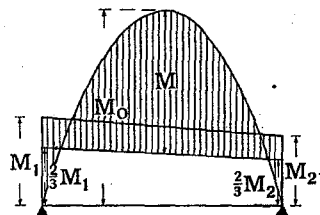


Fig. 358.

### γ. Grænser for Indspændingsmomenterne.

353.  $M_1$  og  $M_2$  maa aldrig skønnes større end svarende til fuld Indspænding. En Minimumsværdi er kun foreskrevet for kontinuerlige Plader og Bjælker; disse skal ved Mellemlererne dimensioneres for et Indspændingsmoment, som er mindst  $\frac{1}{7} M_0$ , hvor  $M_0$  er det største simple Moment i de to tilstø-

dende Fag. Derimod er der ingen Minimumsværdi foreskrevet for Plader og Bjælker over eet Fag, selv om de er sammenstøbt med Vægge eller Søjler.

De Indspændingsmomenter  $M_1$  og  $M_2$ , man har regnet med, skal naturligvis kunne optages af de Konstruktionsdele, fra hvilke de stammer. Stammer de fra Vægge eller Søjler, skal disse følgelig dimensioneres for de paagældende Momenter i Forbindelse med den lodrette Last. Stammer de fra Naboplader eller Nabobjælker, hvis Last kan variere fra  $g$  til  $g + p$ , skulde disse Nabodeler strengt taget kunne optage det paagældende Indspændingsmoment, selv om deres Last kun er  $g$ , men Normerne fordrer blot, at det kan optages sammen med Lasten  $g + 0,6 p$ . Det Tilfælde, at et Fag er totalt belastet og Nabofagene totalt ubelastede, er nemlig sjældent forekommende, og desuden vil de Bjælker eller Mure, der adskiller Fagene, som Regel yde nogen Modstand mod en Vinkeldrejning.

Plader og Bjælker med Endeunderstøtning paa en Mur betragtes som simpelt understøttede paa denne, med mindre de er frit udkragede fra Muren som Konsoller; i saa Fald maa Stabiliteten eftervises.

354. Reglerne for delvis Indspænding bruges i Praksis ikke blot i saadanne Tilfælde, hvor man er henvist til at skønne over Momentfordelingen, fordi en fornuftig Beregning ikke kan opstilles, men ogsaa i Tilfælde hvor en saadan Beregning kan opstilles, men fører til større Lejemomenter end ønskeligt; man vælger da Lejemomentet efter Behag, med de ovenfor nævnte Indskrænkninger, og følger iøvrigt Reglerne. Sikkerhedsgraden for en saadan Konstruktion omtales i § 356.

I Brobænkonstruktioner beregnes Plader og sekundære Længdebjælker i Mellemfagene for lige store positive og negative Momenter, henholdsvis midt i Aabningen og over Mellemlerestøtningerne, lig  $\frac{1}{6}$  af det positive Maksimummoment ved simpel Understøtning. I Yderfag, hvis ene Ende er simpelt understøttet, regnes det positive Moment midt i Faget lig  $\frac{1}{10}$  af det positive Maksimummoment ved simpel Understøtning. I Bjælkerne bør en øvre Armering føres igennem over hele Længden.

### δ. Spændvidder og Lejetryk.

355. Spændvidden for delvis indspændte Plader og Bjælker kan regnes lig Afstanden mellem de nødvendige Lejefladers Midter, og som Regel afviger denne Afstand kun uvæsentligt fra Lysvidden; ofte regnes dog med Midten af de virkelige Lejeflader.

Lejetrykkene ved delvis Indspænding bestemmes gerne under Forudsætning af simpel Understøtning. Er Momenterne derimod beregnede efter Elasticitetsteorien, er denne Lettelse kun tilladt, saafremt Faglængderne ikke er meget forskellige, og saafremt Fagernes Antal overstiger 2<sup>1)</sup>.

### ε. Sikkerhedsgraden ved delvis Indspænding.

356. Sikkerhedsgraden overfor Brud, som det jo er Dimensioneringens Hovedformaal at holde konstant, er sandsynligvis ret uafhængig af, om der regnes med en lavere liggende Momentslutlinie end den, der svarer til Be- gyndelsestilstanden. Hvis en prismatisk, fuldkommen indspændt Bjælke med jævnt fordelt Last dimensioneres efter Elasticitetsteorien, altsaa for  $M = \frac{1}{4} \cdot q \cdot l^2$  og  $M_1 = -\frac{1}{12} \cdot q \cdot l^2$ , vil Jærnets Flydespænding naas samtidig i Midter-

<sup>1)</sup> I Tyskland kan Lejetrykkene under alle Forhold beregnes under Forudsætning af simpel Understøtning.

og Lejetværsnit, og Bruddet derfor ske samtidig bægge Steder. Dimensioneres Bjælken for en lavere liggende Slutlinie f. Eks. for  $M = \frac{1}{2} \cdot q \cdot l^2$  og  $M_1 = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot l^2$ , vil Sikkerhedsgraden efter Elasticitetsteorien være reduceret til Halvdelen af den første Bjælkes, men sandsynligvis ikke i Virkeligheden, thi Flydningen ved Lejerne vil straks standse af sig selv, da Jærnet midt i Bjælken ved den paagældende Last er langt fra Flydegrænsen. Bjælken kan altsaa belastes yderligere, indtil dette Jærn flyder, og i denne Periode er Jærnspændingen ved Lejerne konstant og lig Flydespændingen. Bjælken forholder sig altsaa som en simpelt understøttet Bjælke, der i Enderne er paavirket af et Moment, hvis Størrelse netop svarer til Jærnindlægget, og i Brudøjeblikket faar man derfor baade Lejetværsnittets og Midtærtværsnittets Jærn fuldt udnyttede. Der er saaledes efter al Sandsynlighed normal Sikkerhed overfor Brud, selv om man vilde undlade at indføre den ekstra Sikkerhedsfaktor, som Normerne kræver.

Man kunde befrygte, at saadanne Bjælker vilde faa gabende Revner i Lejetværsnittene paa et tidligt Tidspunkt, men der har ingen Ulemper af denne Art vist sig, skønt Metoden har været brugt i mange Aar; Forklaringen er sandsynligvis den, at de fine Revner, som danner sig i Bjælkens Overside paa Strækningen nærmest Lejet, og de blivende Deformationer, som den stærkt paavirkede Beton i Bjælkens Underside paa denne Strækning faar, er tilstrækkelige til at sænke Slutlinien.

Alene den Omstændighed, at Lejetværsnittet i det nævnte Eksempel kun er halvt saa stærkt armeret som Midtærtværsnittet, giver en ikke ubetydelig Sænkning af Slutlinien, naar man ser bort fra den strakte Betons Medvirken. Er Inertimomentet paa de midterste  $\frac{1}{2}$  af Længden  $l_1$  og paa de yderste Femtedele  $l_2$ , bliver Lejemomentet for en indspændt Bjælke:

$$M = -\frac{1}{12} q \cdot l^2 \cdot \frac{0,5 + 0,104(I_1 : I_2 - 1)}{0,5 + 0,2(I_1 : I_2 - 1)}, \quad \text{der for } I_1 = 2 I_2 \quad \text{giver } M = -\frac{1}{13,9} q \cdot l^2.$$

## b. Delvis indspændte Plader.

### a. Fordele ved at regne med delvis Indspænding.

357. I den almindelige Husbygningspraksis regnes Pladerne som Regel delvis indspændte, fordi man derved bliver i Stand til at opstille simple og almengyldige Regler for Armeringen, hvilket simplificerer Arbejdet og værnér mod Udførelsesfejl. At bruge de elasticitetsteoretiske Formler for kontinuerlige Bjælker er forbundet med Ulemper af forskellig Art: (1) Et stort Regnearbejde, naar Last og Spændvidde ikke er ens i alle Fag. (2) Et stort Tegnearbejde, da hver enkelt Plade maa tegnes. (3) Upraktiske Udførelsesformer, dels fordi der ofte kræves gennemgaaende øvre Jærn, der let trædes ned under Støbnin-gen; dels fordi disse Jærns nødvendige Tværsnit ofte er saa ringe, at det maa forøges betydeligt, naar Akseafstanden ikke skal blive for stor eller Diameteren for lille; dels fordi Overholdelsen af de beregnede Jærnmængder i saavel Lejetværsnittets Overside som Midtærtværsnittets Over- og Underside ikke kan forenes med en jævn Fordeling i Pladens Bredderetning uden en væsentlig Forøgelse af Jærnmængden.

### β. Hvert andet Jærn opbøjes.

358. **Momenter.** I den almindelige Husbygningspraksis plejer man ved Mellemler at bøje hvertandet af de nedre Jærn op i Pladens Overside (Fig. 1

og 359). Naar Pladetykkelsen holdes konstant, vil Momentarmen meget nær være ens i de to Tværsnit, saaledes at de Momenter, der kan optages, er proportionale med Jærntværsnittene, og i Lejetværsnittet kan der da optages et negativt Moment, der er halvt saa stort som det positive Moment, Pladen kan optage midt i Faget, og ønsker man at udnytte Jærnet fuldt i bægge Tværsnit, maa man følgelig skønne Indspændingsmomentet i Overenstemmelse hermed.

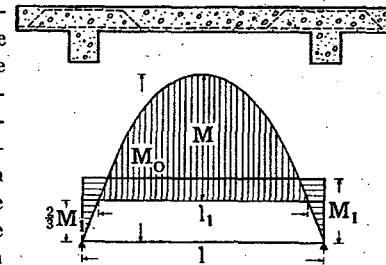


Fig. 359.

For et Mellemfag (Fig. 359) skal man da regne  $M_1 = M_2 = \frac{1}{2} M$ , for et Yderfag:  $M_1 = \frac{1}{2} M$ ,  $M_2 = 0$ .

Er Lasten jævnt fordelt, altsaa  $M_0 = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2$ , giver (175):

$$\begin{array}{ll} \text{Mellemfag:} & M = \frac{3}{32} \cdot q \cdot l^2 & M_1 = M_2 = \frac{3}{32} \cdot q \cdot l^2 \\ \text{Yderfag:} & M = \frac{3}{28} \cdot q \cdot l^2 & M_1 = \frac{3}{28} \cdot q \cdot l^2 \end{array}$$

Ved denne Beregningsmaade bliver de positive Momenter de samme som i en simpelt understøttet Plade, hvis Spændvidde  $l_1$  er mindre end den virkelige Plades. For et Mellemfag gives:

$$\frac{1}{8} \cdot q \cdot l_1^2 = \frac{3}{32} \cdot q \cdot l^2 \quad \text{eller} \quad l_1 = 0,866 l$$

For et Yderfag:

$$\frac{1}{8} \cdot q \cdot l_1^2 = \frac{3}{28} \cdot q \cdot l^2 \quad \text{eller} \quad l_1 = 0,926 l$$

Er Lasten vilkaarlig fordelt, giver (175):

$$\begin{array}{ll} \text{Mellemfag:} & M = \frac{2}{3} \cdot M_0 & M_1 = M_2 = \frac{2}{3} \cdot M_0 \end{array}$$

Er Lastfordelingen een af de i Fig. 301 viste, kan man gøre Brug af dette Diagram, idet Slutlinien for de positive Momenter trækkes i Højden  $\frac{1}{2} \cdot M_0$ , Slutlinien for de negative Momenter i Højden  $\frac{2}{3} \cdot M_0$ .

For Yderfag kan tilsvarende Formler kun opstilles for det Tilfælde, at saavel  $M_0$  som  $M$  optræder i Fagmidten; (175) giver da:  $M = \frac{2}{3} \cdot M_0$ ,  $M_1 = \frac{2}{3} \cdot M_0$ .

Bærer Pladen fra Mur til Mur uden at fortsætte sig gennem disse, bør den beregnes som simpelt understøttet, og det samme bør man som Regel gøre, naar Pladen blot er sammenstøbt med Bjælkerne uden at fortsætte sig ud over disse.

Et gennemregnet Eksempel findes i § 444.

359. **Opbøjningspunkter.** I en simpelt understøttet Bjælke med Spændvidde  $l_1$  og jævnt fordelt Last optræder Momentet  $M_x$  i Afstanden:

$$x_1 = \frac{l_1}{2} \cdot (1 - \sqrt{1 - M_x : \frac{1}{8} q l_1^2})$$

fra nærmeste Leje; dette udledes af (166) i § 320. For  $M_x = \frac{1}{2} \cdot M_{maks}$  findes  $x_1 = 0,1464 \cdot l_1$ , og i dette Punkt kan følgelig det halve Antal Jærn bøjes op. Er Pladen delvis indspændt, betyder  $l_1$  Afstanden mellem Momentnulpunkterne, saaledes at Opbøjningspunktets Afstand fra Lejet bliver:

$$\text{Mellemfag: } x = x_1 + \frac{1}{2} \cdot (l - l_1) = 0,194 l \quad \text{Yderfag: } x = x_1 + l - l_1 = 0,210 l$$

Det halve Antal Jærn kan derfor opbøjes i Afstanden  $0,2 \cdot l$  fra Lejet. I Fig. 359 er der regnet med Bjælkeakseafstanden som Spændvidde, men da det er tilladt

at regne med Lysvidden, kan Opbøjningspunktet i bægge Tilfælde lægges i Afstanden  $\frac{1}{6}$  af Lysvidden fra Bjælkesiden (Fig. 364).

Vil man bøje op i to Gange, kan  $\frac{1}{4}$  af Jærnene i Yderfag bøjes op 0,31 fra Lejet, i Mellemfag 0,284 l ∞ 0,31 fra Lejet.

Man kan ogsaa bøje  $\frac{1}{3}$  af Jærnene op ad Gangen, saaledes at Lejetværsnittets Jærneareal bliver  $\frac{2}{3}$  af Midtertværsnittets, men det fører til en mindre jævn Jærnfordeling.

**360. Nabopladernes øvre Armering.** Tilbage staar at undersøge om Nabopladerne kan taale de paagældende Indspændingsmomenter, naar de er belastede med  $g + 0,6p$ , altsaa om Momentnulpunktet falder indenfor den Strækning, der har øvre Armering, et Krav som Jærnbetonnormerne af 1930 har indført. Nabofagene kan enten være Yderfag eller Mellemfag; deres Spændvidde kaldes  $l_n$ .

I et Yderfag, der er belastet med  $g + 0,6p$  og Lejemomenterne Nul og  $M_1$ , er Momentnulpunktets Afstand fra Indspændingslejet:

$$x = \frac{2 \cdot M_1}{(g + 0,6p) \cdot l_n} \quad (A)$$

I et Mellemfag, der ved bægge Ender paavirkes af  $M_1$ , er:

$$x = \frac{l_n}{2} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_1}{\frac{1}{8} \cdot (g + 0,6p) \cdot l_n^2}} \right) \quad (B)$$

Skal  $x$  have en given Værdi, kræves derfor:

$$\text{Yderfag: } M_1 = \frac{1}{8} \cdot (g + 0,6p) \cdot x \cdot l_n \quad \text{Mellemfag: } M_1 = \frac{1}{8} \cdot (g + 0,6p) \cdot x \cdot (l_n - x) \quad (C)$$

Vedtages  $x = 0,2 \cdot l_n$ , faas:

$$\text{Yderfag: } M_1 = 0,1 \cdot (g + 0,6p) \cdot l_n^2 \quad \text{Mellemfag: } M_1 = 0,08 \cdot (g + 0,6p) \cdot l_n^2 \quad (D)$$

Disse Værdier skal altsaa bruges ved Hovedfagets Dimensionering, saafremt de er mindre end  $\frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot l^2$  (henholdsvis  $\frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot l^2$ ).

Er Faglængderne ens for de tre eller to Fag, der i denne Forbindelse har Betydning, viser det sig, at man for alle Værdier af  $p : g$  kan dimensionere paa almindelig Maade uden at bekymre sig om Nabofagenes øvre Armering.

Der er kun een Undtagelse, nemlig at Hovedfaget er et Yderfag, der støder op til et Mellemfag, thi i dette Tilfælde giver den sidste af Formlerne (D) et Moment, der er mindre end  $\frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot l^2$ , saafremt  $p \geq 4,7 \cdot g$ , og Yderfaget burde da dimensioneres for et positivt Moment:

$$M = \frac{1}{8} \cdot (g + p) \cdot l^2 - \frac{1}{8} \cdot 0,08 \cdot (g + 0,6p) \cdot l^2 = (0,0983g + 0,109p) \cdot l^2$$

men selv for  $p = 10g$  afviger dette Moment ikke 1% fra  $\frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot l^2$ , saa ogsaa i dette Tilfælde kan man dimensionere paa almindelig Vis.

Er Fagene ulige lange, bliver deres Momenter ulige store, og skal Jærnearealet tilpasses efter Momenterne, kan man ikke bruge gennemgaaende Jærn, men maa støde ved Melleflejerne, og der er da ingen Vanskelighed ved at lade de opbøjede Jærn løbe saa langt ind i Nabofaget, som de negative Momenter kræver, men Ordningen maa vises paa en Tegning. Momentnulpunktets Beliggenhed i Nabofagene er givet ved Formlerne (A) og (B). Vil man spare Tegningen og nøjes med de almindelige Opbøjningsregler, skal der ved hvert enkelt Fags Dimensionering regnes med de Lejemomenter, der er udtrykt ved Formlerne (D), saafremt disse er mindre end  $\frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot l^2$  (henholdsvis  $\frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot l^2$ ), idet  $l$  er Hovedfagets Spændvidde.

**Eksempel.** Er der 4 Fag med Spændvidder 1, 2, 3, 4 m, findes for det lange Yderfag:

$$M_0 = \frac{1}{8} \cdot (g + p) \cdot 4^2 \quad \text{og enten} \quad M_1 = \frac{1}{8} \cdot (g + p) \cdot 4^2 \quad \text{eller} \quad M_1 = 0,08 \cdot (g + 0,6p) \cdot 3^2$$

Man vælger den mindste af disse to Værdier, dimensionerer for  $M = M_0 - \frac{1}{8} \cdot M_1$  og bøjer hvert andet Jærn op i Afstanden  $0,2 \cdot l = 0,2 \cdot 4 \text{ m}$  fra Melleflejet. For Nabofaget faas:

$$M_0 = \frac{1}{8} \cdot (g + p) \cdot 3^2 \quad M_1 = \begin{cases} \text{enten: } \frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot 3^2 \\ \text{eller: } 0,08 \cdot (g + 0,6p) \cdot 2^2 \end{cases} \quad M_2 = \begin{cases} \text{enten: } \frac{3}{8} \cdot (g + p) \cdot 3^2 \\ \text{eller: } 0,1 \cdot (g + 0,6p) \cdot 4^2 \end{cases}$$

Man vælger den mindste Værdi af  $M_1$  og  $M_2$ , dimensionerer for  $M = M_0 - \frac{1}{8} \cdot (M_1 + M_2)$  og bøjer hvert andet Jærn op i Afstanden  $0,2 \cdot 3 \text{ m}$  fra Lejerne. Paa tilsvarende Maade dimensioneres de øvrige Fag.

Naar Fagene er ulige store, kan det være en Fordel at bøje  $\frac{1}{4}$  af Jærnene op i Afstanden  $0,31$  fra Lejet og  $\frac{1}{4}$  i Afstanden  $0,2l$ , hvorved Talværdierne i Formlerne (D) forøges fra  $0,1$  til  $0,15$  og fra  $0,08$  til  $0,105$ .

**γ. Mindste Pladetykkelse.**

**361.** Naar man følger ovenstaaende Regler, bestemmes Pladetykkelsen af det positive Moment  $M$ , da dette er dobbelt saa stort som det negative Moment  $M_1$ . Ønskes en ringere Pladetykkelse, kan man armere Lejetværsnittet stærkere og derved aflaste Midtertværsnittet, og den mindste Pladetykkelse faar man ved at vælge  $M_1 = M$ . Af (175) findes da for Mellemfag:  $M = M_1 = M_2 = \frac{1}{8} \cdot M_0$  og for Yderfag saafremt  $M$  og  $M_0$  optræder i Fagmidten:  $M = M_1 = \frac{1}{4} \cdot M_0$ . For  $M_0 = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2$  faas:

$$\text{Mellemfag: } M = \frac{1}{13,33} \cdot q \cdot l^2 \quad \text{Yderfag: } M = \frac{3}{32} \cdot q \cdot l^2$$

Under disse Forhold skal Lejetværsnittet have samme Armering i Oversiden som Midtertværsnittet i Undersiden, hvilket man f. Eks. kan opnaa ved at støde de opbøjede Jærn over Lejet (Fig. 364). Disse store Indspændingsmomenter vil dog som Regel ikke kunne optages af Nabopladerne, med mindre disse forsynes med en gennemgaaende øvre Armering.

**δ. Momentbestemmelse under Forudsætning af givne Momentnulpunkter.**

**362.** Som nævnt i § 357 er der forskellige praktiske Ulemper ved at dimensionere efter Reglerne for kontinuertlige Bjælker. Man kan undgaa en af disse, nemlig den gennemgaaende øvre Armering, ved at betragte Pladerne som Cantileverkonstruktioner, men Fremgangsmaaden fører til dyrere Konstruktioner end den almindelige. Man begynder da med at dimensionere Lejetværsnittet efter det Moment, som Teorien for kontinuertlige Bjælker giver, altsaa for en Last som i Fig. 312, 317 eller en af de analoge, og man bestemmer for denne Last Momentnulpunktets Afstand fra Lejet (1:4 à 1:5) og fastslaar den øvre Armering og de Punkter, hvor Jærnene kan bøjes ned mod Undersiden. Derefter bestemmes de positive Momenter (Fig. 360). Da man ikke regner med Betonens Trækstyrke, maa et ubelastet Fag, der støder op til et belastet, have et Momentnulpunkt der, hvor den øvre Armering holder op, altsaa i Afstanden  $x$  fra Lejet. Her virker den ophængte Plades halve Egenvægt  $G = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (l - 2x)$ , og Momentet over Lejet bliver derfor  $M_1 = -(Gx + \frac{1}{2} q x^2)$ . Momentet midt i det belastede Fag bliver da  $\frac{1}{8} q l^2 - M_1$  eller  $\frac{1}{8} q l^2 - \frac{1}{2} M_1$ , eftersom det er et Mellemfag eller et Endefag, og dette Moment er i hosstaaende Tabel<sup>1)</sup> beregnet for forskellige Værdier af  $q : g$ , dels under Forudsætningen  $x = \frac{1}{4} l$ , dels under Forudsætningen  $x = \frac{1}{5} l$ . At Endefagets største Moment er lidt større end det beregnede Midtpunktsmoment kan man som Regel se bort fra.



Fig. 360.

q	M : q l <sup>2</sup> naar l = 4x		M : q l <sup>2</sup> naar l = 5x	
	Mellemfag	Endefag	Mellemfag	Endefag
1	0,0313 = 1 : 32 <sup>2)</sup>	0,0781 = 1 : 12,8	0,045 = 1 : 22,2	0,085 = 1 : 11,75
2	0,0781 = 1 : 12,8	0,1015 = 1 : 9,84	0,085 = 1 : 11,75	0,105 = 1 : 9,52
3	0,0937 = 1 : 10,7	0,1093 = 1 : 9,15	0,098 = 1 : 10,15	0,112 = 1 : 8,95
4	0,1016 = 1 : 9,85	0,1133 = 1 : 8,83	0,105 = 1 : 9,52	0,115 = 1 : 8,7

Da Lejemomenterne er større end Midtermomenterne, vil disse altid kunne optages med den valgte Pladetykkelse, man har kun at bestemme det nødvendige Jærnindlæg,

<sup>1)</sup> Tabellen er taget fra *Faber and Bowie: Reinforced Concrete Design* S. 191.  
<sup>2)</sup> Denne Værdi kan ikke bruges, thi for  $q = g$  vil der i Afstanden  $x$  fra Lejet virke et positivt Moment, og Momentet midt i Faget bliver  $\frac{1}{24} q l^2$ .

som er mindre end det over Lejet, og derpaa at finde en simpel Armeringsmaade. Ved at stode Jærnene over Lejet kan man f. Eks. faa samme Antal Jærn der midt i Faget (Fig. 364 tilhøjre). Ved at bøje  $\frac{1}{2}$  af de nedre Jærn op kan man over Lejet faa  $\frac{1}{2}$  Gange saa mange Jærn som midt i Pladen. Man kan ogsaa over Lejet indlægge korte Ekstrajærn, f. Eks. 1 eller 2 i hvert Melletrum eller 1 i hvert andet Melletrum.

## 6. Plader armerede i een Retning.

### a. Tykkelse og Armering.

**363. Pladetykkelsen** fastsættes som et helt Antal Centimeter og ikke gerne under 8 cm. Hvis Loftet over et Rum dannes af Bjælker og mellem-liggende Plader, bør disse have ens Tykkelse af Hensyn til Udseendet.

**Lejedybden**, man regner sig til paa Grundlag af det tilladelige Tryk paa Murværket, er som Regel saa lille, at det er nøjagtigt nok at regne Momenterne ud paa Grundlag af Lysvidden, men Pladen føres alligevel  $\frac{1}{2}$  Sten (11—12 cm) ind i de bærende Mure (Fig. 361). Ogsaa ved Pladens Ender gør man dette for at tætte mod Vand, Luft og Lyd.



Fig. 361.

**364. Bærejærn.** En Plade, der bærer fra Mur til Mur (Fig. 361) eller hviler paa Jærnbjælkens Underflanger (Fig. 362), beregnes som simpelt understøttet og armeres kun i Undersiden, idet man lader alle Jærn være gennemgaaende fra Leje til Leje.



Fig. 362.

**Jærndiameteren** vælges saaledes, at AdhæSSIONsspændingen ikke bliver for stor (§ 516), og at der kommer 5—12 (bedst 8—9) Stkr. pr. lb. m. Følges denne Regel, bliver den maksimale Jærnaftand 20 cm; kan der komme store Enkeltkræfter paa Pladen, er der Grund til yderligere at begrænse Afstanden til 2a, hvor a'er Pladetykkelsen, et Krav, der motiveres ved Faren for Gennemlokning. Ovennævnte Regler gælder for det Tværnsnit, der er stærkest armeret, hvilket som Regel er det Tværnsnit, i hvilket det positive Maksimalmoment optræder. I kontinuerlige Pladers Lejetværnsnit bør der i Oversiden være mindst 3 Jærn pr. m. Mest brugt er 7, 8, 10 og 12 mm Rj.; bruges sværere Jærn, bør de kroges i Enden, medens dette ikke er nødvendigt for de nævnte Dimensioner, med mindre man har overskredet den tilladelige AdhæSSIONsspænding. Man bør som Regel ikke bruge spinklere Jærn end 7 mm, da de har for ringe Modstandskraft overfor de Paavirkninger, de faar inden Indstøbningen, f. Eks. ved Færdsel hen over Armeringen. Man bør ikke uden Grund bruge Jærn med omtrent ens Diameter f. Eks. 7 og 8 mm i samme Bygværk, da de let forveksles. Det er uden økonomisk Betydning, om Jærnmængden i en Plade bliver lidt større end Beregningen giver, og der er derfor ingen Grund til at skifte Jærndiameter fra Plade til Plade for derved at opnaa en bedre Tilpasning, man bør tværtimod holde sig til en enkelt Jærndimension, saalænge man ikke derved kommer til for tæt eller for spredt liggende Jærn. Har man mange forskellige Plader i samme Bygværk, er det praktisk paa Forhaand at fastslaa, hvilke Jærndimensioner man vil gøre Brug af, f. Eks. Rækken 5, 7, 10, 14 og 20 mm, der har den Fordel, at hvert Jærn har et dobbelt saa stort Tværnsnit, som det nærmest foregaaende.

Det dækkende Betonlags Tykkelse er omtalt i § 34 og 49.

**365. Opbøjede Jærn.** Er Pladerne indspændte eller kontinuerlige, som naar de støbes sammenhængende ovenpaa Jærnbjælker (Fig. 363), eller i et



Fig. 363.

med Jærnbetonbjælker (Fig. 364), vil der opstaa Trækspændinger i Pladernes Overside over Mellemløjene, og der maa da ind-

lægges Jærn over disse (Fig. 363). Dette Jærn savner imidlertid ganske Støtte, og det er derfor bedre at bøje en større eller mindre Del af de nedre Jærn op i Oversiden (Fig. 364).

Undertiden bøjes alle Jærnene op, hvorved Pladens Underside nærmest Lejet blottes for

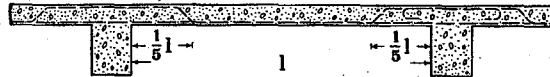


Fig. 364.

Jærn og er udsat for at revne. Af Hensyn til Svindspændingerne kan der næppe indvendes noget herimod, thi naar Pladens Midtertværnsnit er eensidigt armeret, kan Lejetværnsnittet ogsaa være det. Snarere kan man befrygte Revnedannelse, hvis een af Bjælkerne bøjer sig stærkere end Nabobjælkerne.

Er Faglængden ringe, bruges gennemgaaende Jærn af indtil 10 m Længde (Fig. 364 tilvenstre); er Faglængden stor, støder man gerne Jærnene over Bjælken, i alt Fald de opbøjede Jærn (Fig. 364 tilhøjre), hvorved Jærnarealet til Optagelse af det negative Moment forøges. Hyppigst bøjer man hvert andet Jærn op og lægger Opbøjningspunkterne som Fig. 364 viser; Afvigelser fra denne Regel omtaltes i § 360. Sjældnere bestemmer man Momentkurven efter Reglerne for kontinuerlige Bjælker og indretter Opbøjningerne derefter.

**366. Fordelingsjærn** indlægges vinkelret paa Bærejærnene og indenfor disse, til hvilke de fastbindes i hvert eller hvertandet Krydsningspunkt (Fig. 365), saaledes at Bærejærnene ikke kan forskyde sig under Støbningen. Desuden hæmmer Fordelingsjærnene Fremkomsten af grove Svindrevner vinkelret paa dem og virker med til at fordele en Enkeltkraft over flere Bærejærn. Almindelige Dimensioneringsregler er: Tværnsnit mindst 20% af Bærejærnenes, Antal mindst 3 pr. m, Diameter mindst 7 mm. I Etageadskillelser, paa hvilke der ikke virker store Enkeltkræfter, plejer man uden Hensyn til Bærejærnenes Tværnsnit at indlægge 4 Rj. 7 mm pr. m; de Fordelingsjærn, der fastbindes paa Undersiden af de opbøjede Jærn, tages fra det nedre Jærnnæt, saaledes at det samlede Antal Fordelingsjærn kommer til at svare til det opgivne (Fig. 875-6 i § 733). Er der Dragere tværs paa Bjælkeretningen, bør Halvdelen af Fordelingsjærnene bøjes op ved disse i en Afstand fra Dragersiden af f. Eks. 3 Gange Pladetykkelsen. Se dog ogsaa § 451.

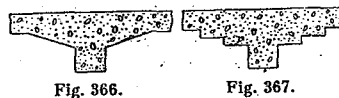


Fig. 365.

**Pladegitter (Strækmetal)** (se Byggematerialer I, 1920, § 415) bruges undertiden som Armering, hvorved man sparer Udgifterne til Fordelingsjærn og Nættets Binding og faar en udmærket Forbindelse mellem Betonen og Jærnet. Det egner sig navnlig til Arbejder, hvor der anvendes uvædede Folk, medens dets høje Pris har forhindret en mere almen Benyttelse af det her i Landet. Der er desuden den Ulempe ved det, at det ofte er vindskævt, saa at man ikke kan faa det til at ligge nøjagtig, hvor det skal. Det maa altid indlægges saadan, at Trækket virker vinkelret paa Maskbredden; denne tages gerne lig 75 mm. Tabeller over Bæreevnen af Plader armerede med Pladegitter findes i A/S Sophus Berendsens Profilalbum.

**Ribbet Lathing** (s. s. S.) og det tilsvarende belgiske Produkt Farco-Metal kan paa een Gang virke som Armering og som Støbeform.

**367. Skraaninger.** Af Hensyn til det negative Moment over Bjælkerne og for at styrke Overgangen mellem Bjælke og Plade overfor vandrette Forskydnings-spændinger (§ 498) anbringes undertiden Skraaninger (Fig. 366), der for Udseendets Skyld helst maa have samme Hældning som Dragernes eventuelle Skraaninger, hvis ikke vigtigere Hensyn gør sig gældende. Andre Overgangsformer, som Fig. 367 bruges sjældent.



**368. Stødning af Jærnene** sker oftest over en Bjælke (Fig. 364). For Trykjærn findes Reglerne i § 168 under Søjler; i det følgende omtales kun Trækjærn.

Er  $d \geq 12$  mm sparer man undertiden Endekrogene, ikke blot ved Lejerne, men ogsaa ved de eventuelle Stød, og stoler alene paa Adhæsionen; der er dog intet urimeligt i at bruge Kroge, Hensynet til Brandsikkerheden er tilstrækkeligt til at motivere dette.

Er  $d > 12$  mm kræver de danske Normer Endekroge.

Ved Stød uden Endekroge skal Stødlængden tilfredsstille følgende to Betingelser:

$$l \geq 50 d \quad l \geq 2,5 \cdot \frac{\sigma_j}{s_b^{bc}} \cdot d,$$

af hvilke den sidste er ensbetydende med  $t_{bj} \geq 0,1 \cdot s_b^{bc}$  og som Regel bliver bestemmende. Med  $\sigma_j = 1200$  og  $s_b^{bc} = 50$ , faas f. Eks.  $l = 60 d$ .  $\sigma_j$  er den paa Stødstedet værende Spænding, men ofte indføres  $s_j$ .

Ved Stød med Endekroge kræver Normerne:

$$l \geq 10 + 30 d$$

men tillader dog ogsaa (§ 257):

$$l \geq \frac{Q}{a \cdot 0,1 \cdot s_b^{bc}} \quad (176)$$

Faren for Trykbrud paa Stødlængden eller i Krogene plejer man ikke at bekymre sig om, men der bør indlægges rigeligt Fordelingsjærn.

Hvis Pladen er tynd i Forhold til Jærnkrafternes Størrelse, maa man, enten der bruges Kroge eller ej, ved Hjælp af Formel (176) sikre sig mod, at Betonens Forskydningspænding bliver for stor.

**b. Plader uden Trykarmring.**

**a. Spændingsbestemmelse.**

**369.** Ved Plader udregner man gerne det bøjende Moment pr. lb. m Pladebredde samt Jærnprocenten  $\varphi = 100 \cdot f : bh$ , hvorefter Nulliniens Beliggenhed findes af (125 a) i § 276 eller af Tabellen Side 204 og  $m$ ,  $\sigma_j$  og  $\sigma_b$  af (127) —(129).

**370. Brug af Modstandsmomenttabeller.** Da Jærnbetonplader bruges i stor Udstrækning, og da deres Tykkelse og Armering ligger indenfor nogenlunde snævre Grænser, kan man med Fordel beregne deres Modstandsmomenter en Gang for alle (§ 282). Dette er gjort i hosstaaende Tabeller<sup>1)</sup>, der

<sup>1)</sup> Tidligere offentliggjorte i Ing. 1912, S. 294.

Arme- ring	5 cm Plade			6 cm Plade			7 cm Plade			Arme- ring		
	5 mm	7 mm	10 mm	5 mm	7 mm	10 mm	5 mm	7 mm	10 mm			
1 Stk.	102	113	122	129	142	165	179	192	215	246	264	298
2 Stk.	133	170	210	253	351	218	271	329	457	333	404	564
3 Stk.	108	137	149	159	168	201	220	238	253	274	303	327
4 Stk.	138	260	332	410	494	334	427	530	642	407	523	651
5 Stk.	128	161	178	184	194	186	237	257	277	250	325	354
6 Stk.	207	385	490	603	725	264	493	630	783	319	605	774
7 Stk.	144	179	192	204	213	209	264	286	307	283	362	397
8 Stk.	272	508	644	792	950	347	650	830	1033	421	798	1022
9 Stk.	157	194	208	218	228	230	288	311	332	311	395	430
10 Stk.	337	626	794	977	118	432	604	103	127	523	987	125
11 Stk.	168	206	221	232	241	247	308	332	352	335	432	458
12 Stk.	402	745	944	115	139	515	950	122	151	625	118	150
13 Stk.	179	218	234	242	251	262	325	349	370	356	447	484
14 Stk.	466	860	109	134	161	596	111	142	175	725	135	174
15 Stk.	188	227	241	252	262	276	339	365	385	376	470	506
16 Stk.	530	978	124	152	170	677	125	161	198	626	155	197
17 Stk.	196	236	250	260	269	289	353	378	399	393	489	526
18 Stk.	592	109	138	170	170	759	141	179	221	925	173	221
19 Stk.	204	244	258	265	270	299	366	391	411	410	506	546
20 Stk.	656	121	153	153	153	839	155	198	244	102	191	244
21 Stk.	211	250	265	265	266	920	170	215	266	424	523	560
22 Stk.	719	132	167	167	167	920	170	215	266	112	209	267
23 Stk.	217	257	267	267	267	320	388	412	422	498	537	576
24 Stk.	780	143	143	143	143	100	188	235	289	122	227	289
25 Stk.	223	263	263	263	263	330	397	422	422	450	551	590
26 Stk.	840	154	154	154	154	108	200	253	253	131	245	312
27 Stk.	229	268	268	268	268	338	406	430	430	464	564	604
28 Stk.	903	165	165	165	165	116	214	271	271	141	263	337
29 Stk.	234	273	273	273	273	347	414	438	438	475	578	615
30 Stk.	964	175	175	175	175	123	228	289	289	151	280	357

**Jærnbetonpladers**

**Modstandsmomenter.**

Pladebredde: 100 cm.

1 cm Mørtel under

Jærnene.

$$n = \frac{E_j}{E_b} = 15.$$

9 mm Rj. bør ikke bruges.

Arme- ring	8 cm Plade						9 cm Plade						10 cm Plade						11 cm Plade						Arme- ring	
	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm		
1 Stk.					344 4,81	392 6,74					480 5,56	493 7,80					601 8,90						721 10,0			
2 Stk.		354 4,83	391 6,22	427 7,74	459 9,42	514 13,1		442 5,59	490 7,20	534 8,95	579 11,0	650 15,2			592 8,15	650 10,2	702 12,4	798 17,4		705 9,12	774 11,4	840 13,9	958 19,6			
3 Stk.		419 7,15	462 9,18	500 11,4	536 13,9	595 19,3		525 8,26	580 10,6	629 13,2	674 16,1	756 22,5		633 9,35	705 12,1	765 15,1	828 18,3	932 25,7		752 10,5	839 13,5	914 16,9	988 20,6	1120 29,0		
4 Stk.	365 4,98	471 9,46	516 12,2	557 15,0	594 18,3	658 25,3	453 5,75	590 10,9	650 14,1	702 17,5	753 21,2	835 29,6		717 12,4	790 15,9	860 19,9	923 24,2	1030 33,8		853 13,9	942 17,8	1025 22,3	1103 27,2	1244 38,0		
5 Stk.	401 6,19	516 11,7	563 15,0	608 18,6	644 22,6	706 31,3	499 7,16	645 13,6	708 17,4	765 21,6	814 26,2	902 36,5		603 8,10	784 15,4	860 19,7	936 24,6	1000 29,9	1116 41,8		715 9,05	932 17,2	1032 22,2	1120 27,6	1200 33,6	1342 47,0
6 Stk.	431 7,37	550 13,9	600 17,8	647 22,2	684 26,8	749 37,2	537 8,54	692 16,2	759 20,7	816 25,7	869 31,2	956 43,3		653 9,66	844 18,3	925 23,6	999 29,2	1070 35,6	1183 49,6		770 10,8	1002 20,5	1102 26,4	1193 32,8	1283 40,0	1430 55,9
7 Stk.	459 8,56	583 16,2	636 20,7	680 25,6	720 31,0	782 42,9	573 9,91	734 18,7	803 24,0	860 29,8	917 36,1	1001 50,2		694 11,2	894 21,2	978 27,2	1057 33,9	1130 41,2	1244 57,3		824 12,5	1070 23,8	1170 30,6	1264 38,1	1356 46,3	1502 64,6
8 Stk.	486 9,77	614 22,7	665 29,0	711 35,2	750 48,7	815 60,0	606 11,3	770 21,3	840 27,2	903 33,8	955 40,9	1041 56,9		733 12,7	943 24,2	1030 31,0	1106 38,5	1180 46,8	1297 65,0		876 14,3	1122 27,1	1230 34,8	1330 43,3	1420 52,5	1570 73,4
9 Stk.	508 10,9	640 20,6	692 26,2	740 32,6	778 39,3	837 54,4	635 12,6	805 23,8	875 30,4	940 37,8	993 45,7	1079 63,5		772 14,3	982 27,0	1068 34,5	1153 43,1	1225 52,2	1342 72,6		916 16,0	1175 30,3	1288 38,9	1380 48,3	1475 58,8	1625 82,0
10 Stk.	530 12,1	664 22,7	717 29,0	764 35,9	803 43,4		663 14,0	835 26,3	908 33,7	971 41,7	1025 50,5	1112 70,0		805 15,8	1020 29,8	1110 38,2	1195 47,6	1265 57,7	1384 80,1		957 17,7	1220 33,5	1340 43,0	1435 53,4	1525 64,9	1678 90,4
11 Stk.	549 13,2	686 24,9	740 31,7	787 39,2	826 47,4		689 15,3	865 28,8	938 36,8	1000 45,7	1055 55,4		835 17,3	1060 32,8	1148 41,9	1230 52,0	1303 63,1	1420 87,8		997 19,4	1264 36,6	1380 47,0	1490 58,6	1574 71,0	1720 98,8	
12 Stk.	567 14,4	706 27,0	762 34,4	808 42,6	848 51,5		713 16,7	892 31,3	963 39,9	1029 49,6	1085 60,0		864 18,9	1090 35,6	1185 45,5	1264 56,4	1340 68,3	1456 95,2		1030 21,1	1308 39,4	1420 51,0	1525 63,5	1620 77,0	1768 107	
13 Stk.	583 15,5	725 29,1	780 37,1	828 46,0	866 55,5		735 18,0	917 33,8	990 43,1	1053 53,4	1108 64,5		893 20,4	1123 38,4	1217 49,1	1300 60,9	1370 73,8		1060 22,8	1342 43,0	1460 55,0	1564 68,4	1660 83,2	1809 116		
14 Stk.	600 16,6	742 31,1	798 39,8	846 49,2			755 19,3	940 36,2	1010 46,2	1078 57,2	1131 69,3		918 21,9	1150 41,0	1247 52,6	1330 65,3	1400 79,2		1092 24,5	1376 46,0	1500 59,2	1600 73,4	1694 89,0			
15 Stk.	617 17,8	759 33,2	816 42,5				775 20,7	960 38,6	1035 49,4	1101 61,2	1152 74,0		943 23,4	1176 43,9	1270 56,1	1360 69,7	1430 84,5		1125 26,2	1410 49,1	1530 63,0	1640 78,4	1730 95,0			

262

Arme- ring	12 cm Plade						13 cm Plade						14 cm Plade						15 cm Plade						Arme- ring	
	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm		
1 Stk.					844 11,1																					
2 Stk.				907 12,6	987 15,8	1125 21,8				1048 13,9	1132 16,9	1303 23,9					1195 15,2	1294 18,5	1485 26,1					1462 20,0	1680 28,3	
3 Stk.		879 11,6	982 15,0	1070 18,7	1160 22,8	1320 32,2			1132 16,5	1245 20,6	1340 25,1	1530 35,3				1287 17,9	1419 22,5	1532 27,4	1747 38,5		1448 19,4	1593 24,2	1730 32,0	1980 39,1	2220 55,1	
4 Stk.		999 15,4	1110 19,8	1205 24,7	1301 30,2	1468 42,3		1147 16,8	1280 21,8	1396 27,2	1500 33,0	1705 46,5			1312 18,4	1455 23,7	1592 29,7	1715 36,0	1952 50,7		1478 19,9	1643 25,6	1800 32,0	1950 39,1	2220 55,1	
5 Stk.		1090 19,0	1214 24,6	1315 30,6	1412 37,4	1594 52,4		1260 20,9	1397 27,0	1524 33,2	1640 40,9	1850 57,5			1439 22,8	1590 29,4	1740 36,8	1870 44,7	2126 63,0		1625 24,6	1800 31,8	1965 38,5	2125 48,5	2408 68,3	
6 Stk.	900 11,9	1174 22,8	1298 29,2	1412 36,4	1515 44,5	1692 62,3	1042 13,1	1353 25,0	1500 32,2	1635 40,3	1750 48,8	1970 68,4			1550 27,2	1710 35,0	1870 43,7	2005 53,2	2260 74,8		1745 29,4	1938 37,9	2120 47,3	2275 57,8	2572 81,2	
7 Stk.	965 13,8	1250 26,4	1380 34,0	1490 42,3	1600 51,5	1785 72,1	1109 15,2	1443 29,0	1593 37,4	1730 46,7	1860 56,6	2075 79,1		1255 16,5	1650 31,6	1823 40,6	1983 50,8	2124 61,7	2385 86,5		1860 34,2	2060 43,9	2240 54,9	2413 66,9	2720 94,0	
8 Stk.	1017 15,8	1315 30,0	1450 38,5	1566 48,0	1675 58,5	1863 81,7	1174 17,3	1525 33,0	1680 42,4	1825 52,9	1943 64,2	2168 89,9		1332 18,9	1740 36,0	1913 46,1	2080 57,6	2232 70,2	2495 98,3		1498 20,4	1960 38,8	2170 50,0	2360 62,3	2845 76,0	3245 107
9 Stk.	1072 17,7	1378 33,6	1513 43,2	1634 53,7	1745 65,4	1938 91,4	1235 19,4	1595 37,0	1755 47,4	1909 59,3	2025 71,7	2253 100		1403 21,1	1828 40,3	2002 51,6	2179 64,5	2325 78,3	2592 110		1576 22,8	2060 43,6	2266 56,0	2465 69,9	2640 85,0	2961 119
10 Stk.	1118 19,6	1455 37,2	1575 47,7	1692 59,4	1810 72,3	1995 101	1290 21,5	1660 40,9	1821 52,4	1973 65,5	2100 79,3	2338 111		1471 23,4	1899 44,5	2080 57,2	2260 71,3	2410 86,5	2687 121		1650 25,3	2149 48,1	2357 61,8	2560 77,3	2740 94,0	3060 132
11 Stk.	1162 21,5	1490 40,7	1630 52,2	1750 65,0	1869 79,0	2050 110	1342 23,6	1722 44,8	1886 57,5	2040 71,7	2165 86,8	2400 121		1528 25,6	1970 48,8	2155 62,6	2340 78,0	2488 94,8	2760 135		1720 27,8	2226 52,7	2445 67,7	2650 84,5	2840 103	3150 144
12 Stk.	1202 23,4	1540 44,2	1680 56,8	1803 70,6	1920 85,8	2105 120	1390 25,6	1782 48,6	1950 62,5	2105 78,0	2230 94,4	2460 132		1580 27,9	2039 53,0	2228 68,0	2412 84,8	2565 103	2830 144		1780 30,2	2302 57,3	2521 73,6	2735 92,0	2920 112	3240 157
13 Stk.	1245 25,3	1585 47,8	1726 61,3	1850 76,0	1968 92,4	2155 129	1435 27,8	1838 52,5	2003 67,4	2160 84,0	2290 102	2520 142		1630 30,2	2100 57,3	2290 73,4	2480 91,6	2629 111	2900 155		1840 32,6	2374 61,9	2600 79,5	2810 99,0	3000 121	3320 169
14 Stk.	1280 27,1	1625 51,2	1770 65,7	1895 81,7	2008 99,0	2200 138	1478 29,7	1885 56,3	2055 72,4	2215 92,2	2340 109	2575 152		1685 32,4	2155 61,5	2352 78,9	2540 98,1	2700 119	2970 166		1895 35,0	2440 66,5	2665 85,3	2880 106	3068 129	3390 181
15 Stk.	1310 28,9	1665 54,7	1810 70,1	1935 87,0	2057 106	2240 148	1518 31,8	1932 60,2	2109 77,1	2260 96,1	2390 116	2615 182		1730 34,5	2208 65,7	2406 84,1	2600 105	2760 127	3020 177		1949 37,4	2500 71,0	2728 91,1	2950 114	3135 138	3460 193

263

indeholder Modstandsmomenterne for 1<sup>m</sup> brede Plader, hvis Tykkelse varierer fra 5 til 15<sup>cm</sup> i Spring paa 1<sup>cm</sup>, og som er armerede med Rundjærn af de mest benyttede Dimensioner, nemlig 5, 7, 8, 9<sup>1</sup>), 10 og 12<sup>mm</sup>, i et Antal af 1 til 15 pr. løbende m. Værdierne er dog kun udregnede for de Tværnsnit, hvis Jærnprocent ligger mellem 0,1 og 1,667; for disse varierer Spændingsforholdet  $\sigma_j : \sigma_b$  mellem 79,5 og 15,0; sammen med Jærnspændingen 1200<sup>at</sup> kan der derfor kun optræde Betonspændinger af Størrelse 15,1—80,0<sup>at</sup>.  $n$  er regnet lig 15. Afstanden mellem Jærnets og Pladens Underside er fastsat til 1<sup>cm</sup>. Tabellerne indeholder baade  $W_b$  og  $W_j$ ;  $W_j$  staar underst og er trykt med fede Typer.

**Eksempel 1.** En 10<sup>cm</sup> tyk Plade er armeret med 8 Rj. 9<sup>mm</sup> pr. m<sup>1</sup>) og paavirket af Momentet 40 000 kg<sup>cm</sup> pr. løbende m. Spændingerne søges.

I Tabellen ses, at den paagældende Plade har  $W_b = 1106 \text{ cm}^3$  og  $W_j = 38,5 \text{ cm}^3$ , altsaa  $\sigma_b = 40\,000 : 1106 = 36,2 \text{ at}$ ,  $\sigma_j = 40\,000 : 38,5 = 1040 \text{ at}$ .

**Eksempel 2.** Hvor stort er Forholdet mellem Randspændingerne i en 12<sup>cm</sup> tyk Plade armeret med 8 Rj. 8<sup>mm</sup> pr. m? Forholdet er lig  $W_b : W_j$ , altsaa  $\gamma = 1450 : 38,5 = 37,7$ .

**Eksempel 3.** Hvor stor er den foregaaende Plades Jærnprocent, og hvor ligger Nullinien?

$$\text{Jærnprocenten er: } \varphi = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma + n} = \frac{50}{37,7} \cdot \frac{15}{37,7 + 15} = 0,378.$$

Nulliniens Beliggenhed findes af Tabellen Side 205. Til  $\varphi = 0,378$  svarer  $\beta = 0,285$  altsaa  $x = 0,285 \cdot h = 0,285 \cdot (12 - 1,4) = 0,285 \cdot 10,6 = 3,02 \text{ cm}$ .

## β. Dimensionering.

**371.** Man skønner Pladens Egenvægt, og den maa hellere skønnes for stor end for lille, da en enkelt Omregning saa plejer at være tilstrækkelig. Er flere Plader sammenhørende paa en saadan Maade, at man vil give dem samme Tykkelse, begyndes med den Plade, hvis Moment er størst. I Almindelighed dimensionerer man ved Hjælp af (138 a) i § 278, der giver de til de tilladelige Spændinger svarende Værdier af  $h$  og  $f_{100}$ . Man bør regne om, indtil der er Overensstemmelse mellem den skønnede og den virkelige Egenvægt, thi regnes der med en for stor Værdi, fordyres ikke blot den paagældende Plade, men ogsaa de Bjælker og Søjler, der bærer den.

**Eksempel.** En simpelt understøttet Plade med 2<sup>m</sup> Spændvidde skal bære 60 kg/m<sup>2</sup> Slidlag og 700 kg/m<sup>2</sup> bevægelig Last. Pladetykkelsen skønnes at blive 10<sup>cm</sup>, Egenvægten altsaa 240 kg/m<sup>2</sup>. Den totale Last er da 1000 kg/m<sup>2</sup>, og Momentet pr. lb. m af Pladens Bredde:

$$M_{100} = \frac{1}{8} qL^2 = \frac{1}{8} \cdot 1000 \cdot 2^2 = 500 \text{ kgm}.$$

Er de tilladte Spændinger 1000 og 40 faas:

$$h = 0,390 \sqrt{500} = 8,73 \text{ cm}$$

$$f_{100} = 0,293 \sqrt{500} = 6,55 \text{ cm}^2 \quad \text{eller:} \quad f_{100} = \frac{3}{4} \cdot 8,73 = 6,55 \text{ cm}^2.$$

Er den tilladelige AdhæSSIONsspænding 4<sup>at</sup>, viser en senere udviklet Formel (278) i § 507, at Jærndiameteren ikke maa overstige 8<sup>mm</sup>, med mindre Jærn-

<sup>1</sup>) De nye danske Jærnbetonnormer fraraader Brugen af 9<sup>mm</sup> Rj.

enderne kroges. Vi tvinges da til at bruge 13 Rj. 8<sup>mm</sup> pr. m, der har Arealet  $13 \cdot 0,502 = 6,54 \text{ cm}^2$ , men da Jærnene derved kommer til at ligge tættere end ønskeligt (§ 364), foretrækker vi at kroge, og Jærndiameteren kan da fordobles. Vi vælger 9 Rj. 10<sup>mm</sup> pr. m (7,07 cm<sup>2</sup>). Til den fundne Højde maa lægges Jærnets Radius 0,5<sup>cm</sup> og 1<sup>cm</sup> Beton til Dækning (indendørs § 34), saa den totale Højde bliver:  $8,73 + 0,5 + 1,0 = 10,23 \approx 10 \text{ cm}$ . Højden er afrundet nedefter, men det er saa ubetydeligt, at det ingen Rolle spiller. En Overskridelse af de tilladelige Spændinger med indtil 5<sup>o</sup>/<sub>10</sub> kan man roligt tolerere.

En delvis indspændt Plade er behandlet i § 444.

**372.** Umiddelbar Dimensionering. Den Omregning, som følger med et forkert Skøn over Egenvægten, kan undgaaes ved Brug af følgende Formler<sup>1)</sup>:

$$h = \sqrt{\frac{M_p + M_g \cdot h^t}{\mu \cdot s_b \cdot b} + \left(\frac{M_g}{2 \cdot \mu \cdot s_b \cdot b}\right)^2} + \frac{M_g}{2 \cdot \mu \cdot s_b \cdot b} \quad f = \frac{M_p + M_g \cdot a}{m \cdot s_j}$$

hvor  $M_p$  = Nyttelastens Moment i kgcm;  $M_g$  = Egenvægstens Moment, naar Pladetykkelsen er 1<sup>cm</sup>;  $h^t$  = Jærnaksens Afstand fra Træksiden;  $s_b = s_b^{bc}$ ;  $a = h + h^t$ . Formlerne er eksakte, bortset fra at  $h^t$  maa skønnes.

Fremfor at bruge disse Formler er det dog simplere at skønne Egenvægten og regne om. Derimod kan en umiddelbar Dimensionering paa Grundlag af Nyttelasten let foretages ved Hjælp af Flugtlinietavler<sup>2)</sup>.

**373.** Brug af Modstandsmomenttabeller ved Dimensionering er vist i efterfølgende Eksempler 1 og 2, men Fremgangsmaaden er lidet overskuelig, og man udsætter sig for at bruge Tværnsnit med en uøkonomisk stor Jærnprocent. Derimod kan den, der stadig arbejder med samme tilladelige Spændinger, af Modstandsmomenttabellen med Fordel udregne en ny Tabel, der direkte giver det Moment, som Pladen kan optage. En saadan Tabel gældende for Spændingerne 50 og 1200 findes Side 266. De fedt trykte Værdier svarer til  $s_b^{bc} \geq 50$ ,  $s_j = 1200$ , de øvrige til  $s_b^{bc} = 50$ ,  $s_j < 1200$ . Hvis bægge de tilladelige Spændinger multipliceres med  $\alpha$ , multipliceres de tilladelige Momenter med samme Størrelse. Ved Hjælp af denne Tabel er Dimensioneringen i Eksempel 3 udført.

**Eksempel 1.** En 1<sup>m</sup> bred Plade skal optage Momentet 30 000 kgcm, uden at Spændingerne overskrider 40 og 1000. Dimensionerne søges.

Modstandsmomenterne maa være større end henholdsvis  $W_b = 30\,000 : 40 = 750$  og  $W_j = 30\,000 : 1000 = 30$ . Tabellerne Side 262 viser, at  $W_b$  først naar Værdien 750, naar Pladetykkelsen er 8<sup>cm</sup> eller derover. Ønsker man at bruge 10<sup>mm</sup> Rundjærn, løber man de paagældende lodrette Spalter igennem fra oven nedad, indtil man naar en Værdi af  $W_j$ , der er større end 30; hvis den tilhørende Værdi af  $W_b$  er større end 750, er Tværnsnittet brugbart, er den for lille, gaar man over til den følgende Pladetykkelse. Man kunde naturligvis gaa videre i Spalten, til man finder et  $W_b$ , der er stort nok, men det svarer til at reducere  $\sigma_b$  ved Hjælp af et forøget Jærnindlæg, hvilket er uøkonomisk (§ 376). I det foreliggende Tilfælde er Pladetykkelsen 8<sup>cm</sup> derfor uøkonomisk, men man kan bruge en 9<sup>cm</sup> Plade med 6 Rj. 10<sup>mm</sup>. Skal Pladetykkelsen af en eller anden Grund være 11<sup>cm</sup>, bliver Jærnindlægget 5 Rj. 10<sup>mm</sup>, der dog hellere maa erstattes med 7 Rj. 8 eller 9 Rj. 7. Vil man have den billigste Plade, opsøger man mellem de 9<sup>cm</sup> tykke Plader den, hvis  $W_j$  i ringest Grad overskrider 30, og finder da, at 9 Rj. 8<sup>mm</sup> vil være den mest økonomiske Armering.

**Eksempel 2.** En 30<sup>cm</sup> bred Plade skal optage Momentet 14 400 kgcm, de tilladelige Spændinger er 30 og 1200, Dimensionerne søges.

Den søgte Plade skal, hvis dens Bredde forøges til 100<sup>cm</sup>, kunne optage Momentet  $14\,400 : 0,3 = 48\,000 \text{ kgcm}$  og følgelig have  $W_b = 48\,000 : 30 = 1600$  og  $W_j = 48\,000 : 1200 = 40$ . En 13<sup>cm</sup> tyk Plade med 10 Stk. 7<sup>mm</sup> Rj. har  $W_b = 1660$  og  $W_j = 40,9$ , følgelig skal den søgte Plade være 13<sup>cm</sup> tyk og armeres med  $10 \cdot 0,3 = 3 \text{ Rj. } 7 \text{ mm}$ .

<sup>1</sup>) Uddledede af Fischer i B. u. E. 1916, S. 153 sammen med Formler for T-Tværnsnit.

<sup>2</sup>) Angivne af Jacki og Trosche (Der Bauingenieur 1926, S. 244 og 1928, S. 955).



		7 cm Plade						Arme-ring
		5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	Arme-ring
<b>Jærnbetonpladers tilladelige Momenter</b> i kgm for 100 <sup>cm</sup> Bredde $s_b^{bc} = 50$ at $s_j = 1200$ at 1 cm Mørtel under Jærnene. $n = \frac{E_j}{E_b} = 15$ . 9 mm Rj. bør ikke bruges.		50,5	95,8	122	151	184	248	4 Stk.
		62,8	118	151	188	227	265	5 Stk.
		75,0	142	180	223	258	281	6 Stk.
		87,0	163	209	258	272	294	7 Stk.
		99,1	186	236	270	284		8 Stk.
		111	208	263	280	293		9 Stk.
		122	229	273	289	302		10 Stk.
134	251	280	296	310		11 Stk.		
146	269	288	304			12 Stk.		
157	276	295	310			13 Stk.		
169	282	302	318			14 Stk.		
181	289	308				15 Stk.		

		5 cm Plade						8 cm Plade						Arme-ring
		5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	Arme-ring
4 Stk.	32,6	61,0	77,3	95,0	100	114	59,8	114	146	180	220	304	4 Stk.	
5 Stk.	40,4	75,1	95,3	109	114	121	74,3	140	180	223	271	353	5 Stk.	
6 Stk.	48,2	89,4	111	116	121		88,4	167	214	266	322	375	6 Stk.	
7 Stk.	55,9	103	117	121	126		103	194	248	307	360	391	7 Stk.	
8 Stk.	63,5	114	121	126			117	221	277	349	375	408	8 Stk.	
9 Stk.	71,0	118	125	130			130	247	314	370	389	419	9 Stk.	
10 Stk.	78,7	122	129				145	272	348	382	402		10 Stk.	
11 Stk.	86,3	125	133				158	299	370	394	413		11 Stk.	
12 Stk.	93,6	129					173	324	381	404	424		12 Stk.	
13 Stk.	101	132					186	349	390	414	433		13 Stk.	
14 Stk.	108	134					199	371	399	423			14 Stk.	
15 Stk.	116	137					214	380	408				15 Stk.	

		6 cm Plade						9 cm Plade						Arme-ring
		5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	Arme-ring
4 Stk.	41,6	78,0	99,6	124	149	175	69,0	131	169	210	254	355	4 Stk.	
5 Stk.	51,8	96,5	124	152	175	188	85,9	163	209	259	314	438	5 Stk.	
6 Stk.	61,8	115	146	176	185	197	102	194	248	308	374	478	6 Stk.	
7 Stk.	71,5	133	170	185	194		119	224	288	358	433	501	7 Stk.	
8 Stk.	81,2	151	183	193	201		136	256	326	406	478	521	8 Stk.	
9 Stk.	91,1	169	189	200	208		151	286	365	454	497	540	9 Stk.	
10 Stk.	101	183	196	206			168	316	404	486	513	556	10 Stk.	
11 Stk.	110	189	201	211			184	346	442	500	528		11 Stk.	
12 Stk.	120	194	206				200	376	479	515	543		12 Stk.	
13 Stk.	130	199	211				216	406	495	527	554		13 Stk.	
14 Stk.	139	203	215				232	434	505	539	566		14 Stk.	
15 Stk.	148	207	219				248	463	518	551	576		15 Stk.	

		10 cm Plade						13 cm Plade						Arme-ring
		5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	Arme-ring
4 Stk.		149	191	239	290	406		202	262	326	396	558	4 Stk.	
5 Stk.	97,2	185	236	295	359	507		251	324	404	491	690	5 Stk.	
6 Stk.	116	220	283	350	427	592	157	300	386	484	586	821	6 Stk.	
7 Stk.	134	254	326	407	494	622	182	348	449	560	679	949	7 Stk.	
8 Stk.	152	290	372	462	562	649	208	396	509	635	770	1079	8 Stk.	
9 Stk.	172	324	414	517	613	671	233	444	569	712	860	1127	9 Stk.	
10 Stk.	190	358	458	571	633	692	258	491	629	786	952	1169	10 Stk.	
11 Stk.	208	394	503	615	652	710	283	538	690	860	1042	1200	11 Stk.	
12 Stk.	227	427	546	632	670	728	307	583	750	936	1115	1230	12 Stk.	
13 Stk.	245	461	589	650	685		334	630	809	1008	1145	1260	13 Stk.	
14 Stk.	263	492	624	665	700		356	676	869	1082	1170	1288	14 Stk.	
15 Stk.	281	527	635	680	715		382	722	925	1130	1195	1308	15 Stk.	

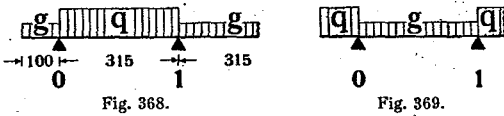
  

		11 cm Plade						14 cm Plade						Arme-ring
		5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	Arme-ring
4 Stk.		167	214	268	326	456		221	284	356	432	608	4 Stk.	
5 Stk.	109	206	266	331	403	564		274	353	442	536	756	5 Stk.	
6 Stk.	130	246	317	394	480	671	198	326	420	524	638	898	6 Stk.	
7 Stk.	150	286	367	457	556	751	227	379	487	610	740	1038	7 Stk.	
8 Stk.	172	325	418	520	630	785	253	432	553	691	842	1180	8 Stk.	
9 Stk.	192	364	467	580	706	813	281	484	619	774	940	1296	9 Stk.	
10 Stk.	212	402	516	641	763	839	307	534	686	856	1038	1344	10 Stk.	
11 Stk.	233	439	564	703	787	860	335	586	751	936	1138	1380	11 Stk.	
12 Stk.	253	473	612	763	810	884	362	636	816	1018	1236	1415	12 Stk.	
13 Stk.	274	516	660	782	830	905	389	688	881	1099	1315	1450	13 Stk.	
14 Stk.	294	552	710	800	847		414	738	947	1177	1350	1485	14 Stk.	
15 Stk.	314	589	756	820	865		441	788	1009	1260	1380	1510	15 Stk.	

		12 cm Plade						15 cm Plade						Arme-ring
		5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	Arme-ring
4 Stk.		185	237	296	362	508		239	307	384	469	661	4 Stk.	
5 Stk.		228	295	367	449	629		295	382	478	582	820	5 Stk.	
6 Stk.	143	274	350	437	534	748	198	353	455	568	694	974	6 Stk.	
7 Stk.	166	317	406	508	618	865	227	410	527	659	803	1128	7 Stk.	
8 Stk.	190	360	462	576	702	931	245	466	606	748	912	1284	8 Stk.	
9 Stk.	212	403	518	644	785	969	274	523	672	839	1020	1428	9 Stk.	
10 Stk.	235	446	571	713	868	998	304	577	742	928	1128	1530	10 Stk.	
11 Stk.	258	488	626	780	935	1025	334	632	812	1014	1236	1575	11 Stk.	
12 Stk.	281	530	682	847	960	1053	362	688	883	1104	1344	1620	12 Stk.	
13 Stk.	304	574	736	912	984	1078	391	743	954	1188	1452	1660	13 Stk.	
14 Stk.	325	614	788	948	1004	1100	420	798	1024	1272	1534	1695	14 Stk.	
15 Stk.	347	656	841	968	1029	1120	449	852	1093	1368	1568	1730	15 Stk.	

**Eksempel 3.** For Pladerne i Fig. 368 er den bevægelige Last  $500 \text{ kg/m}^2$  og Slidlagets Vægt  $20 \text{ kg/m}^2$ . Den overrørende Ende er  $1 \text{ m}$  lang, og de følgende Pladers Spændvidde  $3,15 \text{ m}$ . Et Rækværk vejende  $50 \text{ kg/m}$  staar  $10 \text{ cm}$  fra Kanten. De tilladelige Spændinger er 50 og 1200.



En foreløbig Gennemregning viser, at Pladetykkelsen  $a = 12 \text{ cm}$  er tilstrækkelig. Man har da:

$$p = 500 \text{ kg/m}^2 \quad g = 20 + 288 = 308 \text{ kg/m}^2 \quad q = 808 \text{ kg/m}^2$$

Pladen 0—1 faar sine største positive Momenter under den i Fig. 368 viste Last. Den forudsættes delvis indspændt ved Leje 1 og simpelt understøttet ved Leje 0, hvilket sidste fører til noget for store Momenter. Man faar:

$$M_{100} = \frac{3}{28} \cdot 808 \cdot 3,15^2 = 859 \text{ kg}$$

der i Henhold til Tabellen Side 267 han optages af en  $12 \text{ cm}$  tyk Plade med 10 Rj.  $10 \text{ mm}$  pr. m. Da Kurven for de positive Momenter er en Parabel med Grundlinie (se § 358):

$$l_1 = 0,926 \cdot l = 0,926 \cdot 3,15 = 2,92 \text{ m}$$

kan det halve Antal Jærnbøjes op i Afstanden:  $0,146 \cdot l_1 = 0,43 \text{ m}$  fra Leje 0 og  $0,43 + (3,15 - 2,92) = 0,66 \text{ m}$  fra Leje 1.

De negative Momenter bliver størst under Lasten i Fig. 369. Momentet over Leje 0 er:

$$M_{100} = 50 \cdot 0,9 + 808 \cdot 0,5 = 449 \text{ kg}$$

der i Henhold til Tabellen Side 267 netop kan optages, hvis den  $12 \text{ cm}$  tykke Plade armeres med 5 Rj.  $10 \text{ mm}$  pr. m. Disse Jærn føres alle helt ud til den frie Pladeende, da man ikke kan halvere Antallet, uden at Jærnafstanden bliver for stor. I Faget 0-1 er det simple Egenvægtsmoment:

$$M_{100} = \frac{1}{8} \cdot 308 \cdot 3,15^2 = 383 \text{ kg}$$

og Slutlinien har Ordinaterne  $449 \text{ kg}$  over 0 og  $\frac{2}{3} \cdot 808 \cdot 3,15^2 = 376 \text{ kg}$  over 1, saafremt. Faget 1-2 er et Inderfag. Slutlinien ligger da højere end Parabelen, og en gennemgaaende øvre Armering er nødvendig.

Fig. 370 viser Armeringstegningen. De 5 Rj.  $10 \text{ mm}$  i Oversiden er ført saa langt ind mellem de øvre Jærn ved Leje 1, at Overdækningslængden bliver lig den nødvendige Stødlængde. De opbøjede Jærn ved Leje 0 tjener kun som Støtte for de øvre, gennemgaaende Jærn.

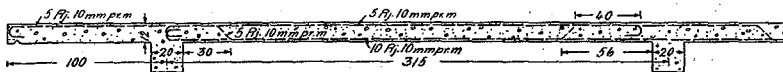


Fig. 370.

**374. Forøgelse af Pladetykkelsen.** Vil man af en eller anden Grund gøre Pladen tykkere end nødvendigt, kan man til Gengæld spare noget Jærn, og ved at benytte andre Værdier af  $c_1$  og  $c_2$ , svarende til lavere Værdier af  $\alpha$ , faar man en Række sammenhørende Værdier af  $h$  og  $f_{100}$ , af hvilke man

kan vælge de mest passende. Ofte letter man sig Arbejdet ved at formindske Jærnarealet i samme Forhold, som Højden forøges; af Fig. 242 i § 276 følger, naar de nye Dimensioner kaldes  $f'$  og  $m'$ :

$$M = f \cdot s_j \cdot m^2 = f' \cdot s_j' \cdot m'^2$$

hvoraf: 
$$\frac{f'}{f} = \frac{m}{m'} = \frac{h - \frac{1}{8}x}{h' - \frac{1}{8}x'} = \frac{h}{h'} \cdot \frac{1 - \frac{1}{8}\beta}{1 - \frac{1}{8}\beta'}$$

Da  $\beta$  aftager med  $\varphi$ , er  $\beta' < \beta$ , og man er følgelig paa den sikre Side ved at sætte:

$$f' = f \cdot \frac{h}{h'} \quad (177)$$

og er Højdeforøgelsen moderat, vindes der lidet ved en korrekt Beregning.

**Eksempel 1.** For Pladen i Eksemplet i § 371 bestemmes det nødvendige Jærnareal, naar Pladetykkelsen forøges til  $12 \text{ cm}$ . Med  $10 \text{ mm}$  Rj. faas Nyttehøjden  $12 - 1,5 = 10,5 \text{ cm}$ , saa det nye Jærnareal bliver:

$$f_{100} = 6,55 \cdot \frac{8,73}{10,5} = 5,44 \text{ cm}^2$$

Man kan følgelig nøjes med 7 Rj.  $10 \text{ mm}$  pr. m =  $5,50 \text{ cm}^2$ .

**Eksempel 2.** For en simpelt understøttet Plade med Spændvidde  $1,79 \text{ m}$  er den bevægelige Last  $200 \text{ kg/m}^2$  og Slidlagets Vægt  $50 \text{ kg/m}^2$ . Pladetykkelsen skønnes til  $10 \text{ cm}$ , altsaa Egenvægt  $240 \text{ kg/m}^2$ . Med de tilladelige Spændinger 50 og 1200 faas:

$$M_{100} = \frac{1}{8} \cdot 490 \cdot 1,79^2 = 196 \text{ kgm}, \quad h = 0,345 \cdot \sqrt{196} = 4,82 \text{ cm}$$

$$f_{100} = 0,277 \cdot \sqrt{196} = 3,88 \text{ cm}^2 \approx 8 \text{ Rj. } 8 \text{ mm pr. m.}$$

Pladetykkelsen bliver:  $4,82 + 0,4 + 1 = 6,22 \approx 7 \text{ cm}$ . Da Egenvægten bliver mindre end forudsat, gøres Beregningen om, og vi vil denne Gang nedskrive den i en let overskuelig Form, saaledes som den bør foreligge, hvis en fremmed skal godkende den. Vi vil imidlertid ikke gøre Pladen tyndere end  $8 \text{ cm}$  (§ 363).

$L = 1,79 \text{ m}$	Bevægelig Last:	$200 \text{ kg/m}^2$
	Slidlag:	$50 \text{ kg/m}^2$
	Egenvægt: $2400 \cdot 0,08 =$	$192 \text{ kg/m}^2$
		$442 \text{ kg/m}^2$

$$M_{100} = \frac{1}{8} \cdot 442 \cdot 1,79^2 = 177 \text{ kgm} \quad h = 4,59 \text{ cm} \quad f_{100} = 3,68 \text{ cm}^2$$

$$6,65 \quad 2,54$$

$$a = 8 \text{ cm} \quad f = 7 \text{ Rj. } 7 \text{ mm pr. m.}$$

(Af den først fundne Værdi for Jærndlæggelse  $3,68 \text{ cm}^2$  sluttet, at  $7 \text{ mm}$  Rj. vil være passende. Nyttehøjden bliver da  $8,00 - 0,35 - 1 = 6,65 \text{ cm}$ , hvortil

$$\text{svarer } f_{100} = 3,68 \cdot \frac{4,59}{6,65} = 2,54 \text{ cm}^2).$$

**375.** Undertiden foreligger den Opgave at bestemme  $h$ , naar  $m$ ,  $f$  og  $b$  er givne. Løsningen, der udledes af (125) og (127), er:

$$h = m + a \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{m}{a}} \right) \quad \alpha = \frac{n \cdot f}{4,5 \cdot b} \quad (178)$$

**376. Forringelse af Pladetykkelsen.** Den Nyttehøjde, man finder paa Grundlag af de tilladelige Spændinger, er det meget uøkonomisk at forringe. Gøres Højden mindre, bliver Momentarmen mindre og følgelig Træk- og Tryk-

kraften større. Skal de tilladelige Spændinger alligevel ikke overskrides, maa derfor baade Træk- og Trykarealet forøges. Trækarealet forøges let ved Indlæg af mere Jærn, men Trykarealet kan kun forøges ved Sænkning af Nullinien, og en mærkbar Sænkning kræver uforholdsmæssig meget Jærn. Fig. 371 viser Spændingsdiagrammet for en Plade med

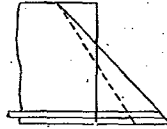


Fig. 371.

$\sigma_b = 40$  og  $\sigma_j = 1000$ ; for at forøge Bæreevnen vil vi forøge Jærnarealet saa meget, at  $\sigma_j$  synker til  $500^{at}$ , hvorved det punkterede Spændingsdiagram fremkommer. Man vil se, at Trykspændingernes Sum kun er blevet i ringe Grad forøget, og samtidig er Momentarmen bleven mindre.

Hvis  $M_{100}$  er  $10000^{kg}$  og de tilladelige Spændinger 40 og 1000, skulde Pladen normalt have  $h = 39,0^{cm}$  og  $f = 29,3^{cm^2}$ . Formindskes  $\sigma_j$  til  $500^{at}$ , kan den i Følge Tabellen Side 200 nøjes med  $h = 33,5$ , men Jærnarealet bliver da  $73,1^{cm^2}$ . For at reducere Højden  $14,1\%$  maa Jærnmængden altsaa forøges med  $150\%$ .

Denne Fremgangsmaade er derfor meget kostbar; man kommer langt billigere til Maalet ved at bruge en stærkere Beton og en tilsvarende højere tilladelig Spænding eller ved at armere den trykkede Side af Pladen, hvilket Forhold senere vil blive omtalt (§ 379).

Fremgangsmaaden kan dog være at foretrække, hvis en enkelt Plades Tykkelse skal forringes noget. Man beregner da  $\mu = M/s_b^{bc}bh^2$  og finder den tilsvarende Værdi af  $\varphi$  i Tabellen Side 204. Man maa vel vogte sig for at bruge Formel (177) i dette Tilfælde.

γ. Revnespændinger for Plader.

377. Naar en Plade udsættes for stigende Last, vil Betonspændingen i Pladens Trækside paa et eller andet Tidspunkt naa Brudværdien, saaledes at Betonen revner, og ofte er Revnelasten mindre eller kun lidet større end den tilladelige Last (§ 295 og 298). I et Længdesnit gennem et Fordelingsjærn virker dette svækkende ved at formindske Betonens Trækareal, og en Plade med Fordelingsjærn revner derfor ved en mindre Last end en Plade uden<sup>1)</sup>. Forskellen kan være meget betydelig; Udeladelse af Fordelingsjærnene kan forøge Revnelasten med indtil  $39\%$ <sup>2)</sup>.

Beregnes Revnespændingen  $\sigma_b^t$  efter Formlerne i § 288 med  $n = 10$  eller 15, findes den ofte væsentlig ringere end Bøjningsstyrken af uarmerede Bjælker, som omtalt i § 295; derimod er den uafhængig af Jærnenes Haardhed og Overfladebeskaffenhed og kun lidet afhængig af Betonens Tærningestykke<sup>3)</sup> og Alder.

Revnespændingen er afhængig af Betonens Svindspændinger og kan derfor ligge ved Nul, men for omhyggeligt plejede Forsøgsbjælker af normal Beton ligger den gerne mellem 25 og  $35^{at}$ , naar der regnes med  $n = 15$ , og den paavirkes kun i ringe Grad af Jærnprocent og Bjælkehøjde, naar Forholdene

<sup>1)</sup> Ing. 1916, S. 538. <sup>2)</sup> D. A. f. E. Heft 44, S. 26.

<sup>3)</sup> For Bjælker med  $\varphi = 0,8\%$  støbte af Beton med Tærningestykke 183 og  $460^{at}$  fandt jeg  $\sigma_b^t$  lig  $30,7$  og  $36,1^{at}$ , naar der regnedes med  $n = 15$ . For uarmerede Bjælker af den stærke Beton var Bøjningsstyrken  $54^{at}$  (Ing. 1927, S. 238).

i øvrigt er ens<sup>1)</sup>. En given Plades Revnesikkerhed kan derfor tilnærmelsesvis bedømmes, naar man af de nævnte Formler beregner den Værdi af  $\sigma_b^t$ , som det tilladelige Moment fremkalder.

Som paavist nedenfor kan denne Beregning spares, saafremt  $\varphi > ca. 0,5\%$ . Hvis Momentet  $M$  giver Trykspændingen  $\sigma_b$ , naar der regnes med  $n = 15$  og revnet Beton, vil samme Moment give Trækspændingen  $\sigma_b^t = ca. 0,6 \cdot \sigma_b$ , naar der regnes med  $n = 15$  og urevnet Beton, selv om  $\varphi$  varierer fra  $0,5$  til  $2,5\%$ . Da Revneværdien af  $\sigma_b^t$  gennemsnitlig er  $30^{at}$ , vil Pladen revne ved  $\sigma_b = 30 : 0,6 = 50^{at}$ .

378. Fig. 372 viser, hvorledes Forholdet  $\sigma_b^t : \sigma_b$  varierer med  $n \cdot \varphi$  under Forudsætningen  $h = 0,9 \cdot a$  (se § 288). Vil man have stor Sikkerhed mod fine Revner, maa  $\sigma_b^t$  holdes lav, og man skal altsaa bruge smaa Værdier af  $\varphi$  og  $s_b^{bc}$ ; derved opnaaes nemlig et stort Betontværsnit. Da en Forringelse af  $\varphi$  øger Faren for grove Revner, har man kun den dyre Udvej at forringe  $s_b^{bc}$ , hvormed følger en Forringelse af  $\sigma_j$ .

Til det indeirklede Maksimumpunkt paa Fig. 372 svarer et af hosstaaende Værdisæt.

$n = 10$	$\varphi = 1,83\%$	$\gamma = 12,28$	$\sigma_b^t = 0,65 s_b^{bc}$
$n = 15$	$\varphi = 1,22$	$\gamma = 18,41$	$\sigma_b^t = 0,65 s_b^{bc}$

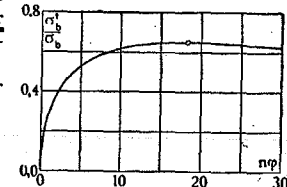


Fig. 372.

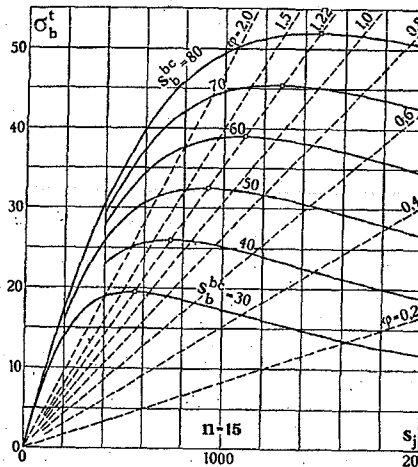


Fig. 373.

Disse Værdier af  $\varphi$  giver altsaa mindre Revnesikkerhed end alle andre, naar  $h = 0,9 \cdot a$ .

Hvorledes den absolutte Værdi af  $\sigma_b^t$  varierer med de tilladelige Spændinger viser Fig. 373 for  $n = 15$ . Holdes  $s_j$  konstant, vokser  $\sigma_b^t$  stærkt med  $s_b^{bc}$ . Holdes  $s_b^{bc}$  konstant, vokser  $\sigma_b^t$  med  $s_j$  til ovennævnte Maksimum er naaet, derefter aftager den. Er  $s_b^{bc} = 50$ , bliver  $\sigma_b^t$  størst for  $s_j = 920$ , større Værdier af  $s_j$  giver større Revnesikkerhed. Af Hensyn til Revnesikkerheden er der derfor ingen Grund til at begrænse den tilladte Jærnsplængning, for denne er kun Brudikkerheden og Faren for grove Revner bestemmende. Jo større  $s_j$  er, des større  $s_j$  medfører det tilladelige Moment og des grovere bliver Revnerne.

c. Trykarmerede Plader.

α. Almindelige Bemærkninger.

379. En Plades Trykzone kan forstærkes ved en Længdearmring, hvilket man benytter sig af, naar Konstruktionshøjden er saa kneben, at man ikke paa anden Maade kan overholde den tilladelige Betonsplængning. Det trykkede Jærn faar en Spænding, der er  $n$  Gange Betonsplængningen det paagældende Sted; ligger det lige i Pladens Overflade, og er  $s_b^{bc} = 50$ ,  $n = 15$ , bliver Jærn-

<sup>1)</sup> Ved mange tyske Forsøg med fugtigt lagrede Bjælker af Beton 1:2:3 med varierende Bjælkehøjde og Jærnprocent fandtes Revnesplængningen at være ca.  $24^{at}$ , naar der regnes med  $n = 15$ , og ca.  $30^{at}$ , naar der regnes med  $n = 10$ .

spændingen  $\sigma_j^c = 15 \cdot 50 = 750^{at}$ , og da Jærnet ligger en Del dybere, udnyttes det kun daarligt. Forholdet er det samme som ved Søjler: Det er billigere at forøge Pladens Højde eller at bruge en bedre Beton fremfor at indlægge en Trykarmring. Jo mindre  $s_b^{hc}$  og  $x$  er, des mere uøkonomisk er Brugen af Trykarmring. Naar man ikke desto mindre ofte anvender en saadan i Stedet for at bruge en bedre Beton, er det med Henblik paa de Ulemper, der er knyttet til at skifte Blandingsforhold for en enkelt Konstruktionsdel; det kan let blive glemt, og der kræves særlige Maalekar. Undertiden har man erstattet Pladens øverste Del med et Rulskifte af Klinkermurværk, for hvilket den tilladelige Spænding kan sættes væsentlig højere end for almindelig Beton.

**380. Brudsikkerhed.** Fig. 374 viser Resultaterne af Forsøg med Bjælker fremstillede af svag Beton ( $S^c = 109^{at}$ ) og med en meget kraftig Trækarmring ( $\varphi = ca. 7\frac{1}{2} \%$ ). Kun Trykarmringen varierede, og den øvre Kurve viser denne Variations Indflydelse paa Bjælkens Brudlast, mens den nedre Kurve viser Tærningestykken<sup>1)</sup>.

Man ser, at Brudlasten stiger stærkt med voksende Trykarmring uden Hensyn til, om Jærnene fastholdes med Bøjler eller ej<sup>2)</sup>. Den sidste Bjælke har langt mere end de tre foregaaende, fordi dens øvre Armering var fremstillet af Staal med meget høj Flydegrænse. Det er nemlig her, som ved Søjler, Flydegrænsen, der bestemmer Jærnets Virkning.

Trykarmringen vil kun forøge Brudmomentet, saafremt den samme Plade uden Trykarmring vilde være overarmeret, saaledes at den vilde brydes som Følge af Betonens Knusning uden Flydning af Trækjærnet. Med de smaa Jærnprocenter, der bruges i Praksis, skal Betonen være meget svag for at være overarmeret, og ved Forsøg med normal Beton og normal Jærnprocent finder man derfor samme Brudmoment enten der er Trykarmring eller ej; man maa gaa til ekstreme Forhold som i Fig. 374 for at faa Virkningen frem. Er Betonens Bjælkestyrke f. Eks.  $228^{at}$ , altsaa den tilladelige Spænding  $50^{at}$ , vil to Plader med ens Tykkelse og dimensionerede, den ene med  $50^{at}$  og Trykjærn, den anden med  $60^{at}$  uden Trykjærn, have samme Brudmoment, saaledes at det for en umiddelbar Betragtning kan synes urimeligt at kræve Trykjærn anvendt. Men de to Pladers Sikkerhedsgrad overfor Trykbrud er

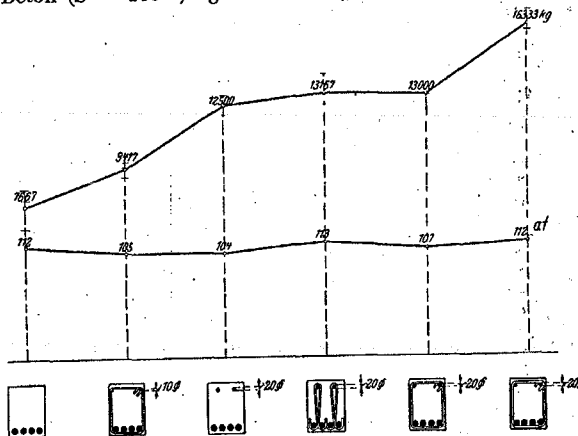


Fig. 374. Trykarmringens Virkning.

<sup>1)</sup> Mitt. u. F., Heft 90—91, S. 49 (Bach & Graf).

<sup>2)</sup> Bøjleafstanden var 15 cm. I overarmerede Plader med Trykarmring synker Nullinien med voksende Last ligesom i overarmerede Plader uden Trykarmring.

forskellig, da Trykzonerne er ulige stærke, og hvis Betonstyrken ved et Uheld synker til en Brøkdæl af den forudsatte, faar denne Forskel reel Betydning.

**381. Bøjler.** Ved Brug af Tryk-Armering bør man til Trods for Forsøgene i Fig. 374 altid indlægge Bøjler ikke blot af Monteringshensyn, men ogsaa fordi Krumninger paa Jærnene kan forekomme, og hvis Jærnene krummer udefter, kan de sprænge Betonen og bøje sig ud. Bøjlerne kan formes og indlægges, som Fig. 103 og 375 viser, eller man kan samle Jærnene 4 og 4 med Ringbaand (Fig. 105), hvilket giver et stivere Skelet. Bøjleafstanden maa ikke overstige 15 Gange Rundjærnets Diameter.



Fig. 375.

Man kan hindre Jærnene i at glide ved enten at bruge spinkelt Jærn eller kroge Enderne (§ 508). Ved Arbejdets Udførelse er faa og svære Jærn at foretrække for det modsatte.

### β. Spændingsbestemmelse.

**382. Uden Betontrækspænding.** Formler til Spændingsbestemmelse udledes paa ganske samme Maade som i § 276. De til (114), (117) og (118) svarende Formler bliver, naar det trykkede Jærnareal  $f^c$  ligger i Afstanden  $h^c$  fra Overfladen, og Spændingen i det kaldes  $\sigma_j^c$  (Fig. 376):

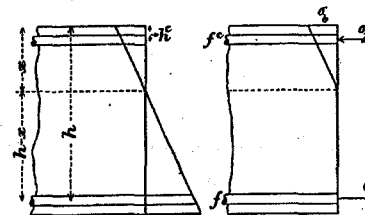


Fig. 376.

$$\frac{x}{h-x} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \quad \frac{x}{x-h^c} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j^c} \quad (179)$$

$$\frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b + f^c \cdot \sigma_j^c = f \cdot \sigma_j \quad (180)$$

$$M = \frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b \cdot (h - \frac{1}{2}x) + f^c \cdot \sigma_j^c \cdot (h - h^c). \quad (181)$$

Af (179) faas:

$$\sigma_j = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h-x}{x} \quad \sigma_j^c = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{x-h^c}{x} \quad (182)$$

der indsat i (180) giver:

$$x = n \frac{f + f^c}{b} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2b(hf + h^c f^c)}{n(f + f^c)^2}} \right). \quad (183)$$

Dermed er Nullinien bestemt; da den er sammenfaldende med det nyttige Tværnsnits Tyngdepunktslinie, kan den ogsaa findes uden Brug af Spændingsformlerne som i § 273. (181) giver derefter:

$$\sigma_b = \frac{6M \cdot x}{bx^2(3h-x) + 6nf^c(x-h^c)(h-h^c)} \quad (184)$$

Med disse Formler kan et givet Tværnsnit undersøges;  $n$  sættes lig  $15^3$ . Formlerne (183) og (184) falder sammen med de for kun Trækarmring fundne, naar  $f^c$  sættes lig Nul.

<sup>1)</sup> Til Ligningens venstre Side skulde egentlig føjes Leddet  $-f^c \cdot \sigma_j^c : n$ , saa at Udtrykket blev  $\frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b + f^c \cdot \sigma_j^c \cdot (n-1) : n$ , men da Værdien af  $n$  er saa usikker, er der ingen Grund til at indføre denne Komplikation (se B. u. E. 1907, S. 291).

<sup>2)</sup> Hvis man ved Hjælp af de udledede Formler beregner Brudspændingerne ved de foran omtalte Forsøg (Fig. 374), maa man sætte  $n = 20$  à  $25$  for at finde samme Brudværdi af  $\sigma_b$  for den kun trækarmerede og de trykarmerede Bjælker, men dette skyldes uden Tvivl den unormalt svage Beton. For mere normal Beton fandt Saliger  $n = 15$  (Deutsche Bauzeitung 1912).

I en kontinuerlig Plades Lejetværsnit vil Undersidens Jærn virke som Trykarmring overfor de negative Momenter, uden at denne Trykarmring er paakrævet. I saadanne og lignende Tilfælde er man paa den sikre Side ved at se bort fra den, da den formindsker baade  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ .

**383. Med Betontrækspændinger.** Naar Stadium I (§ 290) lægges til Grund, er det nyttige Tværsnit  $b \cdot a + n \cdot (f + f^c)$ , og da dettes statiske Moment m. H. t. Tværsnittets øvre Rand skal være lig med Summen af Betonværsnittets og det  $n$ -dobbelte Jærntværsnittets Momenter, findes:

$$x = \frac{1/2 b \cdot a^2 + n \cdot f \cdot h + n \cdot f^c \cdot h^c}{b \cdot a + n \cdot (f + f^c)} \quad \sigma_b = \frac{M \cdot x}{1/2 b \cdot [x^2 + (a-x)^2] + n \cdot f \cdot (h-x)^2 + n \cdot f^c \cdot (x-h)^2}$$

idet Nævneren i den sidste Brøk er lig  $I_b$ . Endvidere:

$$\sigma_j = n \cdot \frac{h-x}{x} \cdot \sigma_b \quad \sigma_j^c = n \cdot \frac{x-h^c}{x} \cdot \sigma_b \quad \sigma_b^c = \frac{a-x}{x} \cdot \sigma_b$$

**γ. Dimensionering.**

**384.** Trykarmring bruges som Regel kun, naar det ikke kan undgaas, altsaa naar Konstruktionshøjden er givet. Man kan da paa Forhaand skønne Nyttehøjden  $h$ , og beregne Størrelsen af det Moment, som en Plade uden Trykarmring kan optage, naar Spændingerne er de tilladelige, nemlig (§ 282):

$$M' = s_b^{bc} \cdot W_b = s_b^{bc} \cdot \mu \cdot b \cdot h^2, \quad (185)$$

hvor  $\mu$  bestemmes af Tabellen Side 204, idet man kender  $\gamma = s_j \cdot s_b^{bc}$ . Er det givne Moment  $M$ , bliver der et Restmoment tilbage:

$$\Delta M = M - M',$$

der skal optages af det trykkede Jærn  $f^c$  i Forbindelse med en Forøgelse  $\Delta f$  af det strakte Jærn. Vi vil bestemme disse to Jærnarealer saaledes, at Nullinien beholder sin Plads, thi kun i dette Tilfælde bliver Trækjærnet og Betonen fuldt udnyttede. Betingelserne herfor er:

$$f^c \cdot \sigma_j^c = \Delta f \cdot \sigma_j \quad \text{eller} \quad \Delta f = f^c \cdot \frac{\sigma_j^c}{\sigma_j} \quad (186)$$

$$\text{og:} \quad f^c \cdot \sigma_j^c \cdot (h - h^c) = M - M' \quad \text{eller} \quad f^c = \frac{M - M'}{\sigma_j^c \cdot (h - h^c)} \quad (187)$$

$h^c$  kan skønnes ligesaavel som  $h$ , og da

$$\sigma_j^c = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{x - h^c}{x} = n \cdot \sigma_b \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta} \cdot \frac{h^c}{h}\right), \quad (188)$$

hvor  $\beta$  tages af Tabellen, har man tilstrækkeligt til at bestemme  $f^c$  og  $\Delta f$ .

Med  $n = 15$  og  $h^c = \frac{1}{15} h$ , hvilket i mange Tilfælde er en tilstrækkelig god Tilnærmelse, ændres (188) til:

$$\sigma_j^c = 14 \cdot \sigma_b - \frac{1}{15} \cdot \sigma_j \quad (188 a)$$

Konstanterne i (185) og (188) har følgende Værdier, naar  $n = 15$ :

	40	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$\frac{s_b^{bc}}{s_j} = \frac{40}{1000}$	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
$s_b^{bc} \cdot \mu = 6,56$	8,38	9,68	11,02	12,39	13,80	15,22	16,66	18,13	19,62	
$n \cdot \sigma_b = 600$	750	825	900	975	1050	1125	1200	1275	1350	
$\beta = 0,375$	0,385	0,407	0,429	0,448	0,467	0,484	0,500	0,515	0,529	

I T. F. T., A. f. J. 1916, S. 12 har Ing. Møllmann offentliggjort en Dimensioneringstabel, beregnet under Forudsætningen  $h^c = 0,1 h$ .

Hvis det trykkede Jærnareal udgør over 1,5 % af Betonarealet, tør man ikke regne at faa fuld Nytte af det. Udgør det  $\varphi$  % af det totale Betonareal ( $b \cdot a$ ), foreskriver de danske Normer, at man for  $\varphi > 1,5$  kun maa regne  $1,5 + 1/8(\varphi - 1,5)$  % nyttig.

**Eksempel.** En 35 cm høj og 100 cm bred Plade skal optage Momentet 10 000 kgm, uden at Spændingerne overskrider 40 og 1000. Det strakte Jærn skønnes at komme 28 cm og det trykkede 2 cm fra Betonens Yderflader, altsaa  $h = 32,2$ ,  $h^c = 2$  cm. Af (185)-(188) findes:

$$M' = 6,56 \cdot 100 \cdot 32,2^2 = 680\ 000 \quad \sigma_j^c = 600 \cdot \left(1 - \frac{2}{0,375 \cdot 32,2}\right) = 500$$

$$f^c = \frac{1\ 000\ 000 - 680\ 000}{500 \cdot (32,2 - 2)} = 21,2 \approx 7 \text{ Rj. } 20 \text{ mm} \quad \Delta f = \frac{500 \cdot 21,2}{1000} = 10,6$$

Da  $f^c < 1,5$  % af Tværsnittet, er det rigtig, at hele  $f^c$  er regnet nyttig.

$$f' = \frac{0,75}{100} \cdot 100 \cdot 32,2 = 24,15 \text{ cm}^2, \quad f = f' + \Delta f = 34,75 \text{ cm}^2 \approx 8 \text{ Rj. } 24 \text{ mm.}$$

Det samlede Jærnindlæg bliver altsaa  $f + f^c = 55,95 \text{ cm}^2$ , medens man uden Trykarmring finder et langt større Jærnareal (§ 376).

**385. Andre Fremgangsmaader.** Man kommer til meget nær rigtige Værdier ved først at forudsætte  $f^c = 0$  og betragte  $b$  som en ubekendt Størrelse  $b_s$ , der, sammen med  $f$ , bestemmes saaledes, at de tilladelige Spændinger netop naas. Naar man derefter indfører  $b_s$  i (252b) i § 461 sammen med den kendte Værdi af  $x$ , faas  $f^c$ . Baade  $f$  og  $f^c$  findes paa denne Maade lidt for store, saafremt  $h^c \approx \frac{1}{3} x$ .

En Gennemregning af Eksemplet ovenfor bekræfter dette:

$$6,56 \cdot b_s \cdot h^2 = 1\ 000\ 000 \quad b_s = \frac{1\ 000\ 000}{6,56 \cdot 32,2^2} = 147 \quad f = 0,0075 \cdot b_s \cdot h = 35,4$$

$$x = 0,375 \cdot h = 12,08 \quad f^c = \frac{147 - 100}{30} \cdot \frac{12,08^2}{12,08 - 2} = 22,65$$

**Brug af Modstandsmomenter.** Ved i (187) og (186) at indføre:

$$\Delta M = M - M' = s_b^{bc} \cdot (W_b - W_b') = s_b^{bc} \cdot \Delta W_b$$

faas:

$$f^c = \frac{s_b^{bc} \cdot \Delta W_b}{n \cdot s_b^{bc} \cdot \left(1 - \frac{h^c}{x}\right) \cdot (h - h^c)} = \frac{\Delta W_b}{n \cdot (h - h^c)} \cdot \frac{x}{x - h^c} \quad \Delta f = \frac{f^c \cdot \sigma_j^c}{s_j} = \frac{s_b^{bc} \cdot \Delta W_b}{(h - h^c) \cdot s_j} = \frac{\Delta W_b}{\gamma \cdot (h - h^c)}$$

**386. Økonomisk Armering.** Den angivne Dimensioneringsmaade, ved hvilken Jærnarealerne bestemmes saaledes, at Nullinien beholder sin Plads, stammer fra Bogens første Udgave i 1907 og fremførtes i den Formening, at den gav det mest økonomiske Jærnareal. En nærmere Undersøgelse viser imidlertid, at man ved unormalt høje Værdier af  $\gamma$  eller unormalt tynde Plader kommer til en mindre Værdi af  $f + f^c$  ved ikke at udnytte  $f$  fuldt, idet man derved sænker Nullinien og faar  $f^c$  bedre udnyttet<sup>1)</sup>. Betingelsen, for at man skal dimensionere som først angivet, er (se § 630):

$$h^c : h \approx 4,13 \cdot (\mu - 0,1425),$$

hvor  $\mu$  er den til  $\gamma = s_j \cdot s_b^{bc}$  svarende Værdi, der findes i Tabellen Side 204. Betingelsen er f. Eks. opfyldt ved følgende sammenhørende Værdier:

$\gamma$	1260	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
$h^c : h \approx$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
	0,23	0,066	0,104	0,138	0,170	0,199	0,225	0,249	0,272	0,293	0,312

Er Betingelsen ikke opfyldt, findes det mest økonomiske Jærnindlæg som angivet i § 630.

<sup>1)</sup> Se Ing. 1919, S. 368 (Chr. Nøkkentved).

#### d. Plader armerede med Profiljærn.

387. En Plade som Fig. 377 kunde man tænke sig beregnet som tryk- armeret, men det vilde ikke være forsvarligt, da man ikke kan gøre Regning paa en Samvirken af de spredt liggende store Profiljærn og Betonen. Dels er Trykkrafterne i Jærnet meget store i Forhold til Adhæsiionsfladen, dels vil Betonen sætte sig, saa der bliver tomt under Flangen, og endelig skiller Jær- nene Betonen i Strimler, der kan svinde hver for sig og trække sig løs fra Jærnene. Paa den anden Side er Betonen heller ikke virkningsløs, noget Tryk overføres utvivlsomt til den, og navnlig vil den hindre Jærnets øvre Flange i at bøje sig ud ved Flydegrænsen. Man tager undertiden Hensyn til disse Forhold ved at dimensionere Profiljærnene som fritliggende og forøge den tilladelige Spænding med 10%.



Fig. 377.

De danske Statsbaner har udført en Del Jærnbanebroer efter dette Princip med valsedede Bjælker i 0,8-1 m Afstand og Betonkapper (1:2/4:4) med hvælvet Underside. For at Broen ikke skal ryste i Stykker i Tidens Løb forbindes Bjælkekroppene foroven og forned med Tverbolte, af hvilke de nedre mindst maa være saa stærke, at de kan optage Horizontaltrykket fra Hvelvingerne. En saadan Bro er nem at udføre under en i Drift værende Bane, idet den midlertidige Stilladsbro bygges saaledes, at Bjælkerne kan oplægges, og Betonen støbes ud fra oven. Kon- struktionen er imidlertid kostbar, navnlig ved store Spændvidder, og det er derfor uøkonomisk at bruge den, hvor de nævnte Forhold ikke er tilstede. Se Ing. R. Hiorth-Lorenzens Artikler i Ing. 1908, S. 2; 1909, S. 142; 1910, S. 209; 1911, S. 403; 1915, S. 361; 1917, S. 225 og Ing. A. M. Poulsens i T. F. T. A. f. J. 1912, S. 30.

#### e. Plader belastede med Enkeltkræfter.

388. Plader, der bærer Enkeltkræfter, maa undersøges for Gennemlokning og Bøjning.

Gennemlokning. Man kan gaa ud fra, at Trykket forplanter sig ned under en Vinkel af 45° fra Grænserne af det belastede Areal (Fig. 378); er dette ikke rekt- angulært, erstattes det med det omskrevne Rektangel.

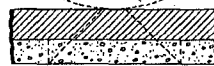


Fig. 378.

Er Enkeltkraften et Hjultryk, og er Følgbredden  $b$  lig eller mindre end 15 cm, regnes det belastede Areal lig  $b^2$ . Er  $b > 15$  cm, regnes med et Rektangel af Størrelse  $15b$ . Kendes Følg- bredden ikke, kan den sættes til 10 cm.

Overføres Kraften gennem en Skinne, Svelle, Plade eller lign., kan man regne Kraften jævnt fordelt over et saa stort Areal af dette Mellemed, som det er muligt, uden at Materialsplændingerne overstiger de tilladelige Værdier.

Er f. Eks.  $T$  i Fig. 379 et Stykke Tømmer, der i Snit  $A-A$  kan optage Momentet  $M$  og Tværkraften  $Q$ , tænker man sig Tømmeret overskaaret i Afstanden  $x$  fra Stolpen, hvorved det jævnt fordelte Tryk bliver  $p = P : (2x + a)$ . Man har da Betingelserne:

$$M = px \cdot \frac{1}{2} x \quad Q = px$$

der giver to forskellige Værdier af  $x$ :

$$x = 2 \cdot \frac{M}{P} \cdot \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{a}{2 \cdot \frac{M}{P}}} \right)$$

$$x = \frac{a}{Q} - 2$$

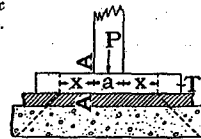


Fig. 379.

af hvilke man vælger den mindste, forudsat den ikke er mindre end den, man vilde faa ved at fordele under 45°.

Naar man paa en af ovennævnte Maader har faaet bestemt det Rektangel  $a_1 \cdot b_1$  paa Pladens Underside, indenfor hvilket Kraften kan regnes jævnt for- delt, skal de til dette Rektangel svarende 4 lodrette Snit (Fig. 378) tilsammen

kunne optage den forskydende Kraft ganske som ved Søjlefødder (Fig. 137 i § 169). Forskydningsberegningen vil blive omtalt i § 489.

389. Bøjning. I Omegnen af Enkeltkraften vil Pladen antage Skaalform. Er  $I_1$  og  $I_2$  Inertiomomenterne pr. lb. m for Bøjning i Hovedretningen (Spænd- vidde  $l$ ) og i Tværretningen, vil Skaalens Brede i Tværretningen vokse med  $I_2 : I_1$ . Er dette Forhold uendeligt stort, vil Pladen antage Cylinderform, og Momentet følgelig fordele sig jævnt over hele Pladebredden; er Forholdet mindre, vil Momentet blive størst under Enkeltkraften og aftage til bægge Sider, og man fordeler da Momentet jævnt over en vis nyttig Brede  $b_n$ , der vælges saaledes, at man faar fornøden Brudsikkerhed.  $b_n$  vokser med Skaal- bredden, altsaa med  $I_2 : I_1$ , og ses der bort fra Betonens Trækstyrke, haves i Henhold til Formel (122) i § 273, naar  $m$  og  $h - x$  regnes at være ens i de to Snit:  $I_2 : I_1 = \varphi_2 : \varphi_1$ , hvor  $\varphi_1$  og  $\varphi_2$  er Jærnprocenterne.  $b_n$  vil altsaa vokse med Forholdet  $\alpha = \varphi_2 : \varphi_1$ .

Efter de danske Normer skal man tænke sig den Del af Pladen (Fig. 380), der ligger udenfor Linierne  $AB$  og  $CD$  bortskaaret, saaledes at den trapezfor- mede Bjælke  $ABCD$  er alene om at optage Momenterne fra Enkelt- kraften, idet Momentet i hvert enkelt Snit til Gengæld regnes jævnt fordelt. Da det løsskaarne Plade- stykke i Virkeligheden antager Skaalform, vil Hjørnerne løfte sig fra Lejerne, saaledes at Lejetryk- kene koncentrerer sig i Pladens midterste Del. Derfor foreskriver Normerne, at Tværkræfterne skal regnes jævnt fordelte over den Del af Pladen, der ligger mellem Linierne  $EF$  og  $GH$ .  $b_n$  skal altid ligge symmetrisk om Aksens gennem  $P$  vinkelret paa Lejerne. Hvis derfor  $P$  staar saa nær ved Pladeranden, at nogen Del af de to Trapezer skæres bort, skal den sym- metrisk liggende Del ogsaa tænkes borte.  $\alpha$  maa højest regnes lig 1.

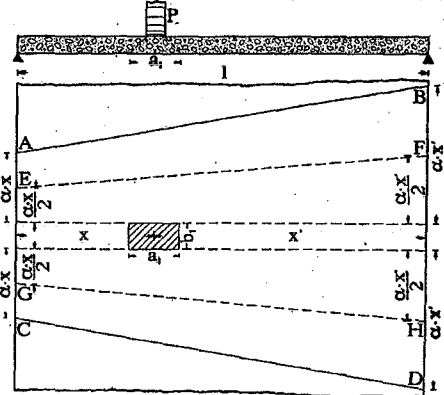


Fig. 380.

Ved den beskrevne Fremgangsmaade ses der helt bort fra, at en Plade uden Fordelingsjærn har en betydelig fordelende Evne, men da denne forsvinder, hvis der opstaar Svindrevner mellem Bærejærnene, er det forsigtigst at se bort fra dette.

Paa Grundlag af en elasticitetsteoretisk Undersøgelse af Momenter og Lejetryk har Dr. N. J. Nielsen opstillet forenkede Formler<sup>1)</sup>, der giver større Nyttebredder end Normerne og stemmer godt med Forsøgsresultaterne<sup>2)</sup>. Der er derved, ligesom ovenfor, regnet med revnet Beton ( $I_2 : I_1 = \varphi_2 : \varphi_1$ ), men i Modsætning til ovenfor forudsat, at Tværkræfter kan overføres gennem de revnede Tværnsnit, selv om Fordelingsjærn mangler.

<sup>1)</sup> Ing. 1921, S. 721. <sup>2)</sup> D. A. f. E. Heft 44 (Bach & Graf).

f. Huller i Plader.

390. Ved Udsparing af Huller i Plader (Fig. 381) bør Bærejærene ikke overskæres, men skydes tilside; man svækker da ikke Trækzonen, kun Trykzonen. Om dennes Svækkelse er tilladelig, kan afgøres paa følgende Maade.

En Pladestrimmel af Bredder  $b$  langs Hullernes Rand vil virke som en tænkt Bjælke, der foruden den normale Last, paa Bredden  $b$  bærer den gennemhullede Strimmels halve Last; dækkes Hullet af en Lem, der kan blive belastet, maa denne Last medregnes. Bredden  $b$  kan bestemmes efter Reglerne for T-formede Randbjælker (§ 418), og Strimmelen kan derefter dimensioneres. Findes den nødvendige Højde at blive større end den normale Pladetykkelse, maa der trykarmes eller indlægges en virkelig Bjælke.

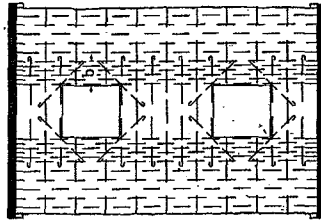


Fig. 381.

I Fig. 381 er der ikke skelnet mellem den Bredde, der danner Trykzonen i den tænkte Bjælke, og den Bredde, paa hvilken Ekstrajærnet indlægges. Dette bør lægges saa tæt ved Hullerne som muligt, naar de i § 421 under (2) givne Afstande skal overholdes. Af (209) kan man da beregne den tænkte Bjælkekrops Bredder  $b_0$ , hvorefter Fig. 410 giver Hovedets Bredder.

Ogsaa Fordelingsjærene maa helst føres igennem uden Afbrydelse, og da de mellem Hullerne optræder som Bærejærn, kan det blive nødvendigt at forøge deres Antal her.

Da Pladens Svindrevner fortrinsvis vil danne sig i de af Huller svækkede Snit, er det et godt Princip at erstatte den bortskaarne Beton med enten en Betonkarm omkring Hullet (§ 55, Stykke 6) eller saa meget Jærn langs Hullets Sider, at dette Jærns Flydelast bliver lig med den bortskaarne Betons Revnelast. Da Revnerne ofte udgaar diagonalt fra Hullets Hjørner, kan en Del af Jærnene med Fordel indlægges som diagonale Hjørnejærn. Se ogsaa § 248.

Om Huller i krydsarmerede Plader se § 410.

g. Varmespændinger i cylindriske Vægge<sup>1)</sup>.

391. Naar en Hulecylinder opvarmes paa en saadan Maade, at Temperaturstigningen er ens overalt, vil den udvide sig, uden at der derved opstaar Spændinger i den, naar alle Cylindersens Dele har samme Varmeudvidelsestet. Hvis Temperaturstigningen derimod aftager retliniet fra  $t_0$  indvendig til  $t_1$  udvendig (Fig. 382), vil der opstaar Spændinger i Væggen, fordi de indre Dele udvider sig stærkere end de ydre. Disse Spændinger kan deles i Ringspændinger og aksiale Spændinger.

**Ringspændinger.** Den viste Temperaturtilstand kan tænkes frembragt ved først at opvarme hele Cylindren til  $\frac{1}{2}(t_0 + t_1)$  og derefter sænke Yderfladens og hæve Inderfladens Temperatur  $\frac{1}{2}\Delta t$ , hvor  $\Delta t = t_0 - t_1$ . Da den ensartede Opvarmning ingen Spændinger fremkalder, behøver vi kun at beskæftige os med  $\Delta t$ , hvis Virkning vil være, at Inderfladen faar en Udvidelse, der pr. Længdeenhed er:  $\epsilon = \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \alpha$ , hvor  $\alpha$  er Varmeudvidelsestallet (§ 43), og at Yderfladen sammentrækker sig lige saa meget. Da et radiært Snit vedbliver at være plant og radiært, efter at Temperaturforskellen er opstaet, vil de nævnte Bevægelser slet ikke foregaa, der vil opstaar Ringspændinger af en saadan Størrelse, at de netop hindres, og Randspændingernes numeriske Værdi bliver:

$$\sigma = E \cdot \epsilon = E \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \alpha^2 \quad (189)$$

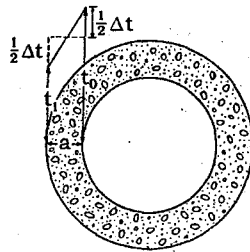


Fig. 382.

<sup>1)</sup> Se Löser: Wärmespannung in Eisenbetonbehältern (B. u. E. 1922, S. 9 og 91) samt B. u. E. 1925, S. 220 og E. Suenson: Ringformede Jærnbeton-Tværsnit (Ing. 1927, Nr. 40).

<sup>2)</sup> Formlen er kun korrekt for en plan Væg, der af ydre Kræfter er hindret i at krumme sig. I en cylindrisk Væg vil Temperaturfaldet  $t_0 - t_1$  nemlig ikke ske efter en ret Linie, men en opadhal Kurve, hvilket fører til, at Brøken  $\frac{1}{2}$  skal erstattes med  $\frac{1}{2} \pm \alpha \cdot 6r_m$ , hvor  $r_m$  er Cylindersens Middellradius, og hvor Plustegnet giver Indersidens Spænding, Minustegnet Ydersidens.

Da Temperaturdeformationen varierer retliniet fra  $-\frac{1}{2}\Delta t \cdot \alpha$  i Yderfladen til  $+\frac{1}{2}\Delta t \cdot \alpha$  i Inderfladen, maa Spændingerne variere tilsvarende, hvilket er ensbetydende med, at et radiært Snit i Væggen er paavirket af et bøjende Moment uden Normalkraft og af Størrelse:

$$M = \sigma \cdot W = E \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \alpha \cdot W = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot I}{a} \quad (190)$$

hvor  $E$  er Materialets Elasticitetstal,  $\alpha$  dets Varmeudvidelsestet,  $a$  Vægtykkelsen og  $I$  Længdesnitets Inertimoment.

Regnes for en homogen Betonvæg:  $E \cdot \alpha = 2$ , giver (189) Randspændingerne:

$$\sigma_b = \sigma_b^t = \Delta t$$

svarende til, at Betonen revner, naar Talværdien af  $\Delta t$  overskrider Betonens Bøjningsstyrke. Randspændingerne er altsaa uafhængige af Vægtykkelsen, naar  $\Delta t$  er givet, men i næsten alle Tilfælde vil  $\Delta t$  vokse med Vægtykkelsen, og Spændingerne følgelig ogsaa. Indføres  $I = \frac{1}{12} \cdot a^3$  ændres (190) til:

$$M = \frac{1}{12} \cdot E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot a^3 \quad (190a)$$

Er Væggen armeret, kan man for at faa simple Formler se bort fra Armeringens Indflydelse paa Varmemomentet, ligesom man ser bort fra dens Indflydelse paa andre statisk ubestemmelige Størrelser. Man beregner da  $M$  af (190a) og bestemmer Spændingerne eller Jærnindlægget som ved andre Momenter.

En anden Fremgangsmaade er at indføre det armerede Tværsnit  $I$  i (190), hvilket for urevnet Beton giver (Fig. 383):

$$\sigma_b = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot I}{a \cdot I \cdot x} = E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{x}{a} = 2 \cdot \Delta t \cdot \frac{x}{a}$$

$$\sigma_b^t = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot I}{a \cdot I \cdot (a-x)} = E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{a-x}{a} = 2 \cdot \Delta t \cdot \frac{a-x}{a}$$

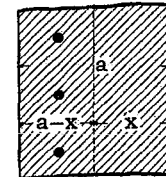


Fig. 383.

Er Betonen revnet i Træksiden (Fig. 384), faas samme Udtryk for  $\sigma_b$ , samt:

$$\sigma_j = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot I}{a \cdot I \cdot (h-x)} \cdot n = E \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{h-x}{a} \cdot n$$

Med  $E \cdot \alpha = 2$  og  $n = 10$  faas:

$$\sigma_b = 2 \cdot \Delta t \cdot \frac{x}{a} \quad \sigma_j = 20 \cdot \Delta t \cdot \frac{h-x}{a}$$

Med  $E \cdot \alpha = 1,4$  og  $n = 15$  faas:

$$\sigma_b = 1,4 \cdot \Delta t \cdot \frac{x}{a} \quad \sigma_j = 21 \cdot \Delta t \cdot \frac{h-x}{a}$$

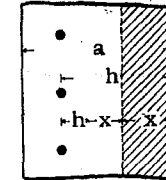


Fig. 384.

$x$  bestemmes paa vanlig Vis af  $n$  og  $\phi$ . Er  $\Delta t$ ,  $h$  og  $a$  givne, vil en Forøgelse af  $\phi$  forøge  $\sigma_b$  og formindskes  $\sigma_j$ .

Denne Fremgangsmaade fører til, at de tilladelige Spændinger ikke kan overholdes, hvis  $\Delta t$  overstiger en vis Værdi. Bruges de to sidste Ligninger og elimineres  $x$ , findes Grænseværdien  $\Delta t = (\sigma_j + 15 \cdot \sigma_b) \cdot a : 21 h$ .

En mere indgaaende Behandling af Problemet viser<sup>2)</sup>, at der mellem Jærnet og Betonen virker radiære Trykspændinger, som der ikke er taget Hensyn til i Formlerne ovenfor. Disse Spændinger sammentrykker Betoncylindren, hvis radiære Snit derfor ikke blot er paavirkede af Momentet (190), men desuden af en Trykkraft, der kan regnes angribende midt i  $a$ , og hvis Størrelse for en 1 cm høj Cylinder tilnærmelsesvis er:  $N = E \cdot \alpha \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (t_0 + t_1) - t_j \right] \cdot \left[ \frac{1}{a} + \frac{1}{n \cdot f} \right]$ .

De af  $N$  fremkaldte Trykspændinger skal føjes til de ovenfor udregnede, hvorved  $\sigma_b$  bliver større,  $\sigma_b^t$  og  $\sigma_j$  mindre.  $t_j$  er Jærnets Temperatur.

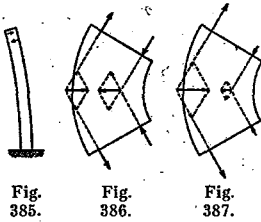
392. **Aksiale Spændinger.** Tænkes Cylindren opskåret i radiære Lameller, der opvarmes fra Indersiden, vil de krumme sig udad uafhængigt af hverandre (Fig. 385), og uden at der opstaar Spændinger i dem. Er Vægtykkelsen og Forskellen mellem Inder- og Ydertemperatur den samme i alle Tværsnit, vil Lamellen krumme sig efter en Cirkelbue. Da Lamellen i Virkeligheden forbliver retliniet, maa de Kræfter, der hindrer Krumningen, være af en saadan Art, at de

<sup>2)</sup> Se Fodnote (\*) paa forrige Side og H. f. E. V., 1923, S. 176 (Lewe).

bøjer Lamellen i modsat Retning efter en Cirkelbue, de maa altsaa give samme bøjeende Moment i alle Tværnsnit, og maa følgelig bestaa i et Kraftpar virkende ved Lamellens Ende.

For de Spændinger, dette Kraftpar fremkalder, gælder Formlerne ovenfor uændrede, saafremt man ser bort fra, at Lamellernes Tværnsnit er trapezformet og ikke rektangulært, og det plejer man at se bort fra.

Det nævnte Kraftpar kan kun stamme fra Ringspændingeres radiære Resultanter; medens disse ellers holder hinanden i Ligevægt i samme Lameltværsnit (Fig. 386), maa der paa en vis Strækning nærmest Cylindernes Ende ske en Omfordeling af Ringspændingerne, saaledes at Trækspændingerne ved Cylindermundingen er større end Trykspændingerne (Fig. 387), medens Forholdet er omvendt et lille Stykke under Munden; de radiære Resultanter vil da give et saadant Moment. Den Højde, paa hvilken  $\sigma' > \sigma^c$  er efter Pöppl<sup>1)</sup>:  $x = 0,6 \cdot \sqrt{r \cdot a}$ , hvor  $r$  er Cylindrens Middelradius; paa denne Strækning virker der altsaa, foruden det normale Varmemoment (Fig. 386), en central, vandret Trækkraft, og dennes Størrelse er tilnærmelsesvis:  $T = 0,114 \cdot E \cdot \Delta t \cdot a \cdot \sqrt{r \cdot a}$ , naar der regnes med et homogent Materiale. For en Jærnbetoncylinder er  $T$  mindre, men Udregningen er meget usikker<sup>2)</sup>. Til Optagelse af Kraften  $T$  indlægges man i Jærnbetonkorstenes Top en ekstra Ringarmering (§ 55, Stykke 9).



## 7. Krydsarmerede Plader.

### a. Indledning.

**393. Dimensioneringsgrundlag.** Ved krydsarmerede Plader forstås Plader, der er understøttede langs hele Omkredsen, og som derfor er armerede i to paa hinanden vinkelrette Retninger.

Medens en Plade, der kun er understøttet langs 2 Sider, faar Cylinderform ved Bøjningen, faar en Plade, der er understøttet langs alle 4 Sider, Skaalform, og hviler den løst paa Lejerne, vil Hjørnerne hæve sig, saaledes at Lejetrykkene koncentrerer sig paa en mindre Del af Sidelængden; er Hjørnerne fastholdt, udøver de et opadgaende Træk i Lejet, og kun Pladens centrale Del bliver skaalformet. Analysen af en saadan Plades Deformations- og Spændingsforhold ved Hjælp af Elasticitetsteorien er møjsommelig og er først blevet gennemført i de senere Aar. Hvis man inddeler Pladen i bægge Retninger i Striber og behandler hver enkelt Stribe som en af de øvrige afhængige Bjælke, kan man udtrykke Stribens Momenter ved dens Nedbøjninger, og ved at opskrive Betingelsen for, at to Stribemidlinier i deres Krydsningspunkt har samme Nedbøjning, faar man Ligninger nok til at bestemme de to bøjeende Momenter  $M_x$  og  $M_y$  i alle Krydsningspunkterne. Denne Løsning af Opgaven er dog ufuldstændig; Striben er ingen almindelig Bjælke med cylindrisk Bøjning; af  $x$ -Stribens Rande maa den ene hæve sig og den anden sænke sig, ellers ophæves Forbindelsen med  $y$ -Striben, og i Krydsningspunktet maa Striben derfor ikke blot være paavirket af det nævnte bøjeende Moment, men desuden af et vridende Moment. Spændingstilstanden bliver derved meget sammensat, og selv om det efterhaanden er lykkedes at gennemføre Beregningerne for de almindeligst forekommende praktiske Tilfælde (se § 406-9), kan Resultaterne ikke direkte nyttiggøres i Praksis, fordi en Armering, der svarer til Forudsætningerne, er uigennemførlig<sup>3)</sup>. Forinden havde man ved mere umiddelbare Betragtninger og Forsøg skaffet sig det fornødne Grundlag

<sup>1)</sup> Technische Mechanik V, 1907, S. 256.

<sup>2)</sup> Se B. u. E. 1925, S. 377 (Mörsch).

<sup>3)</sup> Se Fodnoterne i § 410.

til at kunne dimensionere sikkert<sup>1)</sup>, og i Øjeblikket brydes det gamle og det ny. Ved Hjælp af Elasticitetsteoriens Resultater kan man, saa godt som det nu engang er muligt, beregne Pladens Forhold under saa smaa Laster, at Pladen kan regnes at være af et homogent Materiale, der følger Hookes Lov, men Brudsikkerheden kan man naturligvis ikke regne sig til ud fra denne Forudsætning. Vi har set, at Spændingsforholdene i en almindelig Bjælke ændres stærkt, naar Jærnene flyder, og dette gælder i højere Grad for firsidigt understøttede Plader; disses Brudsikkerhed kan kun findes ved Forsøg, og Forsøgene viser, at Spændingsforholdene paa Brudstadiet er væsentlig simplere end paa det tidligere Stadium; ved helt eller delvis at lægge Brudstadiet til Grund for Dimensioneringen opnaar man derfor umiddelbart den ønskede Sikkerhed og en forenklet Dimensionering.

**394. Brudmaade.** Fig. 388 og 389 viser en kvadratisk Plades Overside og Underside i Brudøjeblikket. Pladen er simpelt understøttet og armeret parallelt med Siderne.

Lasten er omtrent jævnt fordelt, idet den bestaar af 16 Enkeltkræfter. Bruddet ses at være sket i Diagonalsnittene; her er der i Undersiden gæbende Revner som Følge af Jærnets Flyden, og i Oversiden tilsvarende Knusningsstriber, der dog standser noget fra Midten,

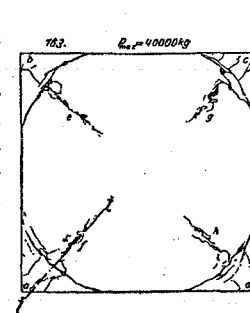


Fig. 388. Overside.

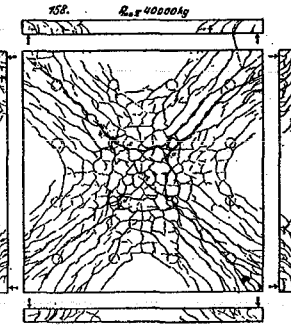


Fig. 389. Underside.

da Betonen dér er modstandsdygtigere, fordi den trykkes i to paa hinanden vinkelrette Retninger. I øvrigt viser Revnernes Forløb, at Momentet langs et Diagonalsnit maa være nogenlunde jævnt fordelt over Snittet. De kredsformede Revner i Pladens Overside skyldes negative Momenter, der er et Resultat af de tidligere omtalte vridende Momenter. Disses Væsen er søgt anskueliggjort ved Fig. 390, der forestiller et kvadratisk Pladestykke udskåret ved det betragtede Hjørne  $d$ . Tænkes dette Pladestykke belastet med 4 Enkeltkræfter som vist, vil der virke negative Momenter i alle Snit parallele med  $ab$  og positive Momenter i alle Snit parallele med  $cd$ . Det negative Moment i et af de førstnævnte Snit vil have Størrelsen  $P \cdot x$ , og da Snittets Bredde er  $2x$ , bliver Momentet pr. Breddeenhed, som vi vil kalde Enhedsmomentet, lig  $\frac{1}{2} \cdot P$ . Dette negative Enhedsmoment virker altsaa i alle Snit parallele med  $ab$ , og et positivt Enhedsmoment af samme Størrelse virker i alle Snit parallele med  $cd$ . Da Kræfterne  $P$  to og to kan erstattes af vridende Momenter, vil et Pladestykke, der i alle 4

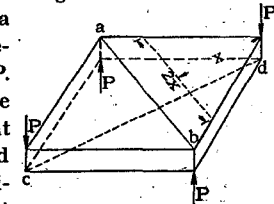


Fig. 390.

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Krydsarmerede Jærnbetonpladers Styrke (Ing. 1916, S. 535).



Sidflader er paavirket af lige store vridende Momenter forholde sig paa samme Maade. I den virkelige Plade er der som nævnt i § 393 saadanne Vridningsmomenter, der altsaa resulterer i de nævnte bøjende Momenter, der atter giver de omtalte Hjørnerevner i Over- og Underside.

## b. Momentbestemmelse paa Grundlag af Brudtilstanden.

### a. Simpelt understøttede Plader.

#### Kvadratisk Plade med jævnt fordelt Last.

**395. Diagonalmomentet.** En kvadratisk Plade som Fig. 391, der er simpelt understøttet langs alle 4 Sider, og som er belastet med  $P$  kg jævnt fordelt, maa langs hver af de 4 Sider modtage Reaktionen  $\frac{1}{4}P$ , der fordeler sig symmetrisk om Sidens Midtpunkt. Om Reaktionen Fordeling langs en Sidehalvdel vides derimod intet. Under disse Forhold kan man ikke bestemme Pladens bøjende Momenter i vilkaarlige Snit, men kun i Diagonalsnittene, thi kun disse Momenter er uafhængige af Reaktionernes Fordeling. Denne Fremgangsmaade er første Gang anvendt af Bach ved Dimensionering af Støbejernsdæksler til Gliderkasser o. lign. Da Reaktionernes Resultanter angriber midt i Siderne, og Lastens Resultant i Trekantens Tyngdepunkt, bliver Momentet i Diagonalsnittet:

$$M^d = \frac{1}{2} P \cdot \left(\frac{1}{2} d - \frac{1}{8} d\right) = \frac{1}{2} P \cdot \frac{1}{8} d = \frac{1}{16} P \cdot d.$$

Hertil er Beregning korrekt, men man kender ikke Momentets Fordeling langs Diagonalen. Saa længe Spændingerne er smaa, afhænger Momentets Fordeling af Pladens elastiske Forhold, men denne Tilstand ophører, naar Jærnets Flydespænding naaes i det Punkt, hvor Momentet er størst. Jærns spændingen her kan da ikke stige yderligere, og en Momentforøgelse maa derfor optages af Nabojærnene, indtil disse flyder og saa fremdeles. Først naar alle Jærnene i Diagonalsnittet flyder, er Pladens Bæreevne udtømt som Fig. 388—89 viser, og Momentet er da jævnt fordelt over Snittet. For at opnaa en bestemt Brud-sikkerhed maa man følgelig ved Dimensioneringen gaa ud fra den jævne Fordeling, og Momentet pr. lb. m. bliver da:

$$M_{100}^d = \frac{1}{24} \cdot P \text{ kgm/m}. \quad (191)$$

Langs den anden Diagonal har Momentet naturligvis samme Størrelse. I Overensstemmelse med denne Beregning kan Pladen armeres i Diagonalernes Retning og lige stærkt i begge Retninger, idet alt Jærnet tænkes koncentreret i de to Jærnlags fælles Tyngdepunktplan<sup>1)</sup>.

I Praksis plejer man at dreje det saaledes bestemte Jærnnæt  $45^\circ$ , hvorved Stængerne bliver parallelle med Pladens Sider. Som det vil blive vist i § 674, ændres derved Spændingerne i Diagonalsnittene,  $\sigma_j$  forøges væsentlig, mens  $\sigma_j$  forringes lidt, og da det er  $\sigma_j$ , der bestemmer Brudsikkerheden, bliver denne forøget, hvilket er direkte paavist ved Forsøg<sup>2)</sup>. Endvidere viste disse

<sup>1)</sup> Man kunde ogsaa beregne hvert Jærnlag for sig under Hensyntagen til den forskellige Højdebeliggenhed, hvorved det øverste Jærnlag bliver stærkere end det nederste, men Forsøg har vist, at dette fører til svagere Plader, hvilket ogsaa er umiddelbart indlysende (Ing. 1916, S. 543).

<sup>2)</sup> Forsøg af Bach & Graf har vist, at Armering parallelt med Siderne giver lidt stærkere Plader end Diagonalarmring (Ing. 1916, S. 541).

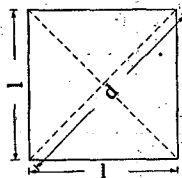


Fig. 391.

Forsøg, at Brudlasten var i meget nær Overensstemmelse med Formel (191)<sup>1)</sup>.

Er Pladen overarmeret, knuses Betonen, uden at Jærnet overskrider Flydegrænsen, men ogsaa i dette Tilfælde er Overensstemmelsen med Formel (191) tilstrækkelig god.

**Dimensioneringseksempel.** Pladen er  $5\text{ m}$  i Kvadrat, bevægelig Last:  $200 \text{ kg/m}^2$ , Slidlag:  $20 \text{ kg/m}^2$ , Egenvægten skønnes til  $0,1 \cdot 2400 = 240 \text{ kg/m}^2$ , ialt  $460 \text{ kg/m}^2$ . Total Last:  $460 \cdot 5^2 = 11500 \text{ kg}$ .  $M_{100} = \frac{1}{24} \cdot 11500 = 480 \text{ kg}$ . Er de tilladelige Spændinger  $50$  og  $1200$ , findes:  $h = 0,345 \cdot \sqrt[3]{480} = 7,55 \text{ cm}$ ,  $f_{100} = 0,277 \cdot \sqrt[3]{480} = 6,06 \text{ cm}^2$ . Bruges  $10\text{ mm}$  Rundjærn, bliver den totale Højde  $7,55 + 1 + 1 = 9,55 \approx 10 \text{ cm}$ ; den skønnede Egenvægt er altsaa rigtig. Da Nytehojden er forøget fra  $7,55$  til  $8$ , kan  $f_{100}$  reduceres til  $6,06 \cdot 7,55 : 8 = 5,74$ . Vi lægger da  $8 \text{ Rj. } 10\text{ mm}$  pr. m i begge Retninger og gør Pladen  $10\text{ cm}$  tyk. Jærndiameteren er valgt i Overensstemmelse med § 517. Angaaende Forskydningsspændingen se § 489.

**396. Reaktionsfordelingen langs en Side** er, som paavist, uden Betydning for Diagonalmomentet, men bestemmende for Momenterne i alle andre Snit. Forudsættes Reaktionen fordelt, som Fig. 392 viser, bliver Momentet i det med en Side parallelle Midtersnit:

$$M^l = \frac{1}{4} P \cdot \frac{1}{2} l + \frac{1}{4} P \cdot \frac{1}{8} l - \frac{1}{2} P \cdot \frac{1}{4} l = \frac{1}{8} P \cdot l$$

$$\text{og pr. løb. m: } M_{100}^l = \frac{1}{24} \cdot P \text{ kgm/m}, \quad (192)$$

altsaa samme Moment som langs Diagonalen. Ved Uledelsen er der kun gjort Brug af, at Resultanten af Reaktionen langs en Sidehalvdel virker i Afstanden  $\frac{1}{4}l$

fra Sidens Midtpunkt. Man kommer derfor til samme Resultat ved at regne Reaktionen jævnt fordelt over de midterste  $\frac{2}{3}$  af Siden eller ved at regne med en parabolisk Reaktionskurve strækkende sig over  $\frac{2}{3}$  af Siden.

Da Forsøgene viser, at Midtersnittet er mindre farligt paavirket end Diagonalsnittet, er den af (192) fundne Værdi for stor, og man er følgelig paa den sikre Side ved at regne med Reaktionsfordelingen i Fig. 392; den sande Fordeling vil være noget mere koncentreret om Sidens Midtpunkt.

#### Kvadratisk Plade med Enkeltkraft i Midten.

**397.** Er Pladen kvadratisk og centralt belastet med Enkeltkraften  $P$ , findes ad samme Vej som tidligere, at Momentet i Diagonalsnittet bliver:

$$\frac{1}{4} P \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} d = \frac{1}{8} P \cdot d \quad \text{altsaa: } M_{100} = \frac{1}{8} \cdot P \text{ kgm/m}, \quad (193)$$

saafremt Brudmomentet ogsaa i dette Tilfælde fordeler sig jævnt over Snittet. Da dette er tvivlsomt, maa det, indtil yderligere Forsøg foreligger, anbefales at regne:

$$M_{100} = \frac{1}{6} \cdot P \text{ kgm/m}^2. \quad (193 a)$$

<sup>1)</sup> For  $12 \text{ cm}$  tykke Plader,  $2 \text{ m}$  i Sidelinie, var Overensstemmelsen fuldkommen, mens  $8 \text{ cm}$  tykke Plader har en Del mere end de skulde. Dette skyldes formentlig, at de tynde Plader krummer sig stærkere end de tykke. Diagonalsnittet, som forudsættes at være et Rektangel, omformes til en Cirkelringsektor, hvorved Modstandsmomentet bliver større. Forsøgene viste ogsaa, at det var fordelagtigt at lægge Jærnene noget tættere midt i Pladen end ved Siderne. Dette gælder dog formentlig kun, naar Pladen er simpelt understøttet, og da Virkningen ikke er særlig stor, er der næppe Grund til at gaa bort fra den jævne Fordeling af Jærnet (Ing. 1916, S. 542).

<sup>2)</sup> Bach & Graf fandt  $M_{100} = P : 6,3$  og  $P : 6,4$  henholdsvis for en  $12 \text{ cm}$  og en  $8 \text{ cm}$  tyk Plade, der belastes paa en Plade, der var  $12 \text{ cm}$  i Kvadrat. Brudlasten var i de to Tilfælde  $11\,000$  og  $6000 \text{ kg}$ , saa Forskydningsspændingerne var meget store og medførte til Slut en regulær Gennemløkning af Enkeltkraften. Disse Forhold har muligvis fremskyndet Bruddet (D. A. f. E., Heft 30, S. 204).

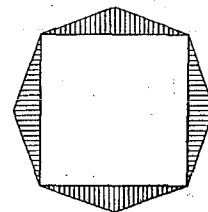


Fig. 392.

Endvidere maa det anbefales at flytte nogle af de ydre Jærn i Pladen ind under Enkelkraften og at lægge nogle Fordelingsjærn under denne i Pladens Overside. Desuden skal Faren for Gennemlokning undersøges (§ 388). Har det belastede Areal en betydelig Udstrækning, kan man interpolere sig til Momentet mellem de to Værdier  $\frac{1}{6} \cdot P$  og  $\frac{1}{24} \cdot P$ .

### Rektangulær Plade med jævnt fordelt Last.

**398. Forskellig Armering i de to Retninger.** For en rektangulær Plade (Fig. 393) kender man endnu mindre til Reaktionernes Fordeling end for en kvadratisk, idet man ikke ved, hvor stor en Del af Lasten der overføres til de korte Sider, og hvor stor en Del til de lange Sider<sup>1)</sup>.

For en given armeret Plade bestemmes denne Reaktionsfordeling af Pladens og Understøtningernes elastiske Forhold, og det samme gælder for en armeret Plade, saalænge Spændingerne er smaa, men naar Jærnet flyder, vil Reaktionsfordelingen afhænge af Forholdet mellem Jærnprocenten i Længdesnittet og Jærnprocenten i Tværnittet; ved at variere dette Forhold er man inden for visse Grænser i Stand til at variere Reaktionsfordelingen i Brudøjeblikket, og omvendt kan man vælge Reaktionsfordelingen og derefter beregne Forholdet mellem Jærnprocenterne saaledes, at der bliver Ligevægt i Brudøjeblikket. Forudsættes Reaktionen at være Nul langs de korte Sider og jævnt fordelt langs de lange, kommer man saaledes til en almindelig Plade med Spændvidde  $b$ , forudsættes det modsatte, kommer man til en almindelig Plade med Spændvidde  $l$ . Dimensioneres disse Plader i Overensstemmelse med Forudsætningerne, vil de vise sig at have tilstrækkelig Styrke, men de vil være ulige økonomiske, og da Armeringen ikke er tilpasset efter Begyndelsesstadiet, maa i alt Fald Pladen med Spændvidde  $l$  antages at faa Længderævner paa et tidligt Tidspunkt, og desuden vil Pladerne blive tykkere, end hvis der regnes med Bæring i begge Retninger.

Det er naturligt at gaa ud fra en Reaktionsfordeling, der nogenlunde svarer til Begyndelsesstadiet uden at gøre Beregningerne for komplicerede, og dette opnaar man ved at regne Tværkraften lig Nul i Hjørnevinklernes Halveringssnit og i Pladens Midtersnit (Fig. 393). Lejet  $b$  kommer da til at bære Lasten paa det trekantede Areal, Lejet  $l$  Lasten paa det trapezformede Areal, og Lejetrykkene kan regnes fordelt efter en Figur, der er sammenfaldende med det paagældende Areals. Udregnes de til denne Reaktionsfordeling svarende bøjende Momenter i Pladen, og forudsættes de jævnt fordelt over det paagældende Snit, kommer man til følgende.

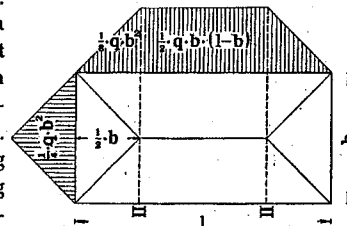


Fig. 393.

<sup>1)</sup> Da Resultanten af Reaktionen langs en Side maa angribe i dennes Midtpunkt, kan man paa samme Maade som for den kvadratiske Plade beregne Diagonalmomentet. Da Højden i en af de to Trekanter, hvori en Diagonal deler Pladen, er  $b \cdot l : \sqrt{b^2 + l^2}$ , bliver Diagonalmomentet  $\frac{1}{2} \cdot P \cdot (\frac{1}{2} - \frac{1}{6}) \cdot b \cdot l : \sqrt{b^2 + l^2} = \frac{1}{12} \cdot P \cdot b \cdot l : \sqrt{b^2 + l^2}$ . Fordeles det jævnt over Diagonalen, og sættes  $P = q \cdot b \cdot l$ , faas:

$$M_{100}^d = \frac{1}{12} \cdot P \cdot b \cdot l : (b^2 + l^2) = \frac{1}{12} \cdot q \cdot b^2 \cdot l^2 : (b^2 + l^2).$$

Divideres med  $l^2$  og sættes  $l = \infty$ , findes  $M_{100}^d = \frac{1}{12} \cdot q \cdot b^2$ , og da Maksimalmomentet i en saadan Plade er  $\frac{1}{6} \cdot q \cdot b^2$ , er det paa Forhaand givet, at Formelen kun kan bruges som Dimensioneringsformel, saafremt Forholdet  $l : b$  ikke er altfor stort.

I Snit II er Momentet:

$$M^l = \frac{1}{4} \cdot q \cdot b^2 \cdot \frac{b}{2} + 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot q \cdot b^2 \cdot \frac{b}{6} - q \cdot b \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{4} = \frac{1}{24} \cdot q \cdot b^3$$

$$M_{100}^l = \frac{1}{24} \cdot q \cdot b^3 \quad (194)$$

og dette Moment holder sig uforandret paa Strækningen mellem de to Snit II, da Tværkraften er Nul paa denne Strækning. Paa Endestrækningerne aftager Momentet til Nul ved Lejerne.

I de med Siden  $l$  parallelle Snit vokser Momentet fra Nul ved Lejerne til en Maksimalværdi i Midtersnittet. Da Reaktionen langs Siden  $l$  er  $\frac{1}{4} \cdot q \cdot b^2 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot b \cdot (l - b) = \frac{1}{2} \cdot q \cdot b \cdot (l - \frac{b}{2})$ , bliver Midtermomentet:

$$M^b = \frac{1}{2} \cdot q \cdot b \cdot (l - \frac{b}{2}) \cdot \frac{b}{2} + \frac{1}{4} \cdot q \cdot b^2 \cdot \frac{b}{6} - q \cdot l \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{4} = \frac{1}{8} \cdot q \cdot b^3 \cdot (l - \frac{2}{3} b)$$

$$M_{100}^b = \frac{1}{8} \cdot q \cdot b^3 \cdot (1 - \frac{2}{3} \frac{b}{l}). \quad (195)$$

Dette Moment er større end  $M_{100}^l$  og bestemmer altsaa Pladetykkelsen.

**399. Ens Armering i de to Retninger.** Ved den beskrevne Dimensioneringsmaade bliver Jærnprocenten i Længdesnittet større end i Tværnittet, hvilket er gunstigt for Hæmning af Revnedannelse, da  $\sigma_b$  er størst i Længdesnittet, men man kommer til forholdsvis tykke Plader, da man kun delvis udnytter Betonens Trykstyrke i Bæreretningen  $l$ . Da Forsøg har vist, at selv om Jærnprocenten er ens i de to Snit, vil bægge Jærnindlæg flyde inden Bruddet sker, saaledes at der i Brudøjeblikket hersker samme  $M_{100}$  i de to Snit, tillader de danske Normer, at man dimensionerer bægge Snit for Midtermomentet

$$M_{100} = \frac{l \cdot M_{100}^b + b \cdot M_{100}^l}{l + b} = \frac{1}{24} \cdot q \cdot b^2 \cdot \frac{3 \cdot \frac{l}{b} - 1}{\frac{l}{b} + 1}. \quad (196)$$

Man kommer direkte til dette Moment ved at regne med den i Fig. 394 viste Reaktionsfordeling og ens Trekantshøjder.

$M_{100}$  faar da den angivne Værdi i Snittene I og II, mens Momentet i alle andre Snit er mindre. Bachs Forsøg bekræfter dette, idet de første med Siden  $b$  parallelle Rævner optraadte i Snit II-II, naar Armeringen var ens i bægge Retninger. Brugen af Formel (196) fører altsaa til, at den rektangulære Plade skal armeres ens i bægge Retninger, og Forsøg med saadan Armering har vist, at Brudsikkerheden bliver den tilstræbte (§ 400). Denne Fremgangsmaade fører til Minimum af Pladetykkelse, og Armeringen bliver den simplest mulige. Omskrives (196) til:

$$M_{100}^l = M_{100}^b = \frac{q \cdot b^2}{\beta} \quad (196a)$$

varierer  $\beta$  paa følgende Maade med  $l : b$ :

$l : b$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
$\beta$	24,0	21,9	20,3	19,0	18,0	17,1	16,4	15,8	15,3	14,8	14,4	14,0	13,7	13,4	13,2	12,9

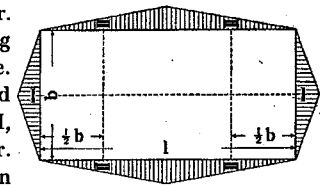


Fig. 394.

I Fig. 394 er Middelværdien af Lejetrykket ens langs Siderne  $l$  og  $b$ , og det er navnlig denne Forudsætning, der fører til, at Enhedsmomentet bliver det samme i bæge Retninger, medens Reaktionskurvernes Form spiller en mere underordnet Rolle. Momentet i Snit I-I ses at være ganske upåvirket af hvilken Form Reaktionskurven langs Siden  $l$  har, og Formen af Reaktionskurven langs Siden  $b$  er ogsaa betydningsløs, naar blot Resultanten af Reaktionerne paa den ene Halvdel af  $b$  angriber i Afstanden  $\frac{1}{6}b$  fra Sidens Midte.

**400. Forsøgsresultater.** Ved Bach & Graf's Forsøg med rektangulære Plader var Armeringen ens i de to Retninger, og Fig. 395-96 viser Brududseendet af en Plades Under- og Overside. Lasten var ikke helt jævnt fordelt, idet den bestod af et stort Antal Enkeltkræfter, som antydet ved Cirkler paa Fig. 395.

Under Forudsætning af Reaktionsfordelingen i Fig. 394 finder man, at Momentet ikke bliver størst i Snit I-I, men under den Midten nærmeste Krafrække. Det beregnede Moment her og det af Bach fundne Brudmoment er sammenstillede i Tabellen.

Pladestørrelse i m	2·2	2·3	2·4
Beregnet $M_{100}$	$\frac{q \cdot b^2}{21,6}$	$\frac{q \cdot b^2}{16,3}$	$\frac{q \cdot b^2}{14,2}$
Empirisk	$\frac{q \cdot b^2}{21,8}$	$\frac{q \cdot b^2}{16,3}$	$\frac{q \cdot b^2}{14,2}$

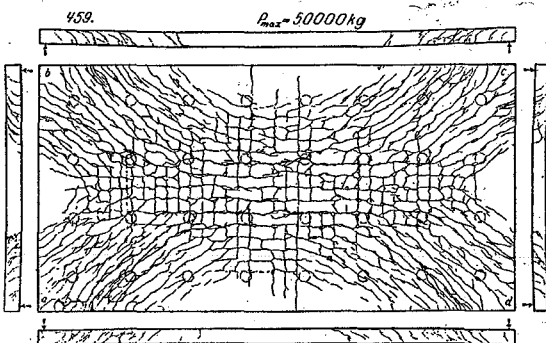


Fig. 395. Underside.

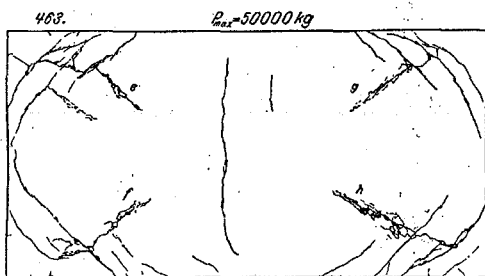


Fig. 396. Overside.

Overensstemmelsen er fuldkommen, og man tør derfor slutte, at det under Forudsætning af samme Reaktionsfordeling udregnede Moment for jævnt fordelt Last (195a) ogsaa er rigtig.

Dette betyder ikke, at Reaktionsfordelingen i Fig. 393 er gal, men blot at Reaktionsfordelingen i Brudøjeblikket indstiller sig efter den valgte Armeringsmaade.

**Andre Pladeformer.**

**401.** For en cirkulær, simpelt understøttet Plade bærende  $P$  kg jævnt fordelt er Lejetrykket jævnt fordelt, saaledes at det totale Moment i et Diametralsnit kan beregnes. Da Halvcirkelbuens Tyngdepunkt ligger i Afstanden  $2 \cdot r : \pi$  fra Diametralsnittet og Halvcirkelkladens i Afstanden  $\frac{4}{3} \cdot r : \pi$ , bliver Momentet:

$$M = \frac{P}{2} \cdot \left( 2 \cdot \frac{r}{\pi} - \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi} \right) = \frac{P}{3} \cdot \frac{r}{\pi}$$

og forudsættes det jævnt fordelt, faas:

$$M_{100} = \frac{M}{2 \cdot r} = \frac{P}{6 \cdot \pi} = \frac{q \cdot \pi \cdot r^2}{6 \cdot \pi} = q \cdot \frac{r^2}{6}$$

Er  $P$  en Enkeltkraft i Centrum, findes:

$$M_{100} = \frac{P}{2 \cdot \pi}$$

der ligesom ved kvadratiske Plader bør multipliceres med  $\frac{4}{3}$ . Se  ovrigt   409.

Andre Pladeformer end de ovenfor behandlede kan dimensioneres efter den af de udledede Formler, som sk ones mest i Overensstemmelse med Forholdene<sup>1)</sup>.

** . Delvis indspændte Plader.**

**402. Almindelige Formler.** Er Pladen delvis indspændt langs een eller flere Sider, og er Spændvidderne  $a_0$  og  $b_0$  (Fig. 397), kan man efter de danske Normer betragte den som en Slags Kantileverkonstruktion, saaledes at en mindre Del af Pladen med Spændvidder  $a$  og  $b$ ,  $a \neq a_0$ ,  $b \neq b_0$  hviler simpelt understøttet paa den resterende Del af Pladen. Kaldes de skønnede Indsp ndningsmomenter over de med  $a$  parallelle Lejer  $M_1$  og  $M_3$ , over de med  $b$  parallelle  $M_2$  og  $M_4$ , og kaldes den lille Plades positive Momenter  $M_a$  og  $M_b$ , alle angivne pr. Længdeenhed, kan man for B reretningen  $b_0$  tænke sig de positive Momenter som i Fig. 398, idet, ligesom ved enkeltb rende Plader, de skønnede Indsp ndningsmomenter  $M_1$  og  $M_3$  er multiplicerede med  $\frac{2}{3}$ , inden Slutlinien for de positive Momenter er trukket. Forudsættes endvidere den simple Momentkurve at være en 2' Grads Parabel, kan dens største Ordinat tilnærmelsesvis sættes lig  $M_b \cdot \left(\frac{b_0}{b}\right)^2$ , og man kommer derved til Betingelsen:

$$M_b \cdot \left(\frac{b_0}{b}\right)^2 = M_b + \frac{1}{3} \cdot (M_1 + M_3). \tag{197}$$

Ved at behandle B reretningen  $a_0$  paa samme Maade, skønt den simple Momentkurve i Henhold til Formlen (194) her er en vandret Linie paa det midterste Stykke, faas:

$$M_a \cdot \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = M_a + \frac{1}{3} \cdot (M_2 + M_4). \tag{198}$$

Indsp ndningsmomenterne maa ikke skånes for store; der foreskrives:

$$M_1 \leq \frac{5}{8} M_b \quad M_3 \leq \frac{5}{8} M_b \quad M_2 \leq \frac{5}{8} M_a \quad M_4 \leq \frac{5}{8} M_a. \tag{199}$$

Naar Indsp ndningsmomenterne er skønnede under Hensyntagen til (199), indeholder (197) og (198) fire ubekendte  $a$ ,  $b$ ,  $M_a$  og  $M_b$ , og da den lille Plade skal dimensioneres som simpelt understøttet enten efter (194) og (195) eller efter (196), havs desuden, saafremt  $a \geq b$ , enten:

$$M_a = \frac{1}{24} \cdot q \cdot b^2 \quad M_b = \frac{1}{8} \cdot q \cdot b^2 \cdot \left( 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{b}{a} \right) \tag{200}$$

eller:

$$M_a = M_b = \frac{1}{24} \cdot q \cdot b^2 \cdot \frac{3 \cdot \frac{a}{b} - 1}{\frac{a}{b} + 1} \tag{201}$$

saaledes at de 4 ubekendte kan beregnes.

<sup>1)</sup> Se ogsaa Ing. 1921, S. 507 (Aage Ingerslev).

Er Indspændingsgraden stor langs de korte Sider og ringe langs de lange Sider, kan det ske, at den lille Plade bliver langstrakt paatværs af den store (Fig. 399). Sker dette, skal man i (200)–(201) overalt ombytte  $M_a$  og  $M_b$  samt  $a$  og  $b$ .

Ved Dimensionering for de negative Momenter skal der regnes med disses fulde Værdi, og Momentet skal regnes at aftage retliniet til Nul i en Afstand af  $\frac{1}{2}a_0$  og  $\frac{1}{2}b_0$  fra Lejet.

**403. Formler for bestemte Indspændingsgrader.** Ovenstaaende Regler er noget komplicerede, men fører til fornuftige Resultater, og i den almindelige Husbygningspraksis kan de bruges paa følgende Maade. Indføres Betegnelserne:

$$M_1 = \alpha_1 \cdot M_b \quad M_2 = \alpha_2 \cdot M_b \quad M_3 = \alpha_3 \cdot M_a \quad M_4 = \alpha_4 \cdot M_a$$

findes af (197) og (198):

$$\left(\frac{b_0}{b}\right)^2 = 1 + \frac{1}{3}(\alpha_1 + \alpha_2) \quad \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = 1 + \frac{1}{3}(\alpha_3 + \alpha_4) \quad (202)$$

Er Indspændingsgraden bestemt af Armeringsgraden, og er denne givet ved, at hvert andet Jærn bøjes op, haves  $\alpha = \frac{1}{2}$  langs de indspændte Sider og  $\alpha = 0$  langs de simpelt understøttede, saaledes at (202) giver  $b$  og  $a$ ; den formindskede Plade er derved bestemt.

For  $\alpha = \frac{1}{2}$ , 1 og  $\frac{2}{3}$  findes følgende Værdier af  $a$  og  $b$ :



$\alpha = 1/2$	$a : a_0$	1	0,926	1	0,926	0,866	0,926	0,866	0,866
	$b : b_0$	0,926	0,926	0,866	0,866	0,866	1	1	0,926
$\alpha = 1$	$a : a_0$	1	0,866	1	0,866	0,775	0,866	0,775	0,775
	$b : b_0$	0,866	0,866	0,775	0,775	0,775	1	1	0,866
$\alpha = 2/3$	$a : a_0$	1	0,845	1	0,845	0,745	0,845	0,745	0,745
	$b : b_0$	0,845	0,845	0,745	0,745	0,745	1	1	0,845

Naar  $a$  og  $b$  er beregnede, indføres den største af dem som  $l$  i (196 a), den mindste som  $b$ . Da  $a_0 > b_0$ , vil man i de 6 første Spalter altid finde  $a > b$ .

**Eksempel.** En Plade med  $a_0 = 6^m$ ,  $b_0 = 4^m$  er simpelt understøttet langs 1 lang Side og delvis indspændt langs de øvrige. Lasten er  $1000 \text{ kg/m}^2$  indbefattet Egenvægt; hvert andet Jærn bøjes op ved Mellemejerne.

Under den sidste Figur ovenfor findes  $a = 0,866 \cdot 6 = 5,20^m$ ,  $b = 0,926 \cdot 4 = 3,70^m$ . Da  $a > b$ , svarer  $a$  til  $l$  i (196 a) og da  $a : b = 5,2 : 3,7 = 1,4$ , giver Tabellen  $\beta = 18,0$ , altsaa  $M_{100} = \frac{1}{18} \cdot 1000 \cdot 3,7^2 = 760 \text{ kgm}^2/m$ .

Er de tilladelige Spændinger 50 og 1200, findes  $h = 0,345 \cdot \sqrt{760} = 9,53 \text{ cm}$ ,  $f_{100} = 0,277 \cdot \sqrt{760} = 7,65 \text{ cm}^2$ . Der indlægges 7 Rj.  $12^{\text{mm}}$  pr. m i begge Retninger ( $7,92 \text{ cm}^2$ ), og Højden bliver  $a = 9,53 + 1,2 + 1 = 11,73 \approx 12^{\text{cm}}$ . De korte Jærn lægges underst. Langs de indspændte Sider opbøjes hvertandet Jærn i Afstanden  $\frac{1}{2}$  af den fri Spændvidde fra Lejet.

**404. Kvadratiske Plader.** Hvis man for kvadratiske Plader med Sidelinie  $b_0$  og med konstant Tykkelse udtrykker det positive Maksimalmoment ved  $M_{100} = q \cdot b_0^2 \cdot \beta$ , findes hosstaaende Værdier af  $\beta$ . Disse Værdier kan ogsaa bruges for rektangulære Plader med  $l_0 \approx 1,1 b_0$ , idet man da for  $b_0$  indfører Middelværdien  $\frac{1}{2}(l_0 + b_0)$ .

$\alpha$	Antal indspændte Sider				
	0	1	2	3	4
$1/2$	24	26	28	30	32
1	24	28	32	36	40
$2/3$	24	28,8	33,6	38,4	43,2

$\gamma$ . Lasten er ujævnt fordelt.

**405.** Naar Lasten er ujævnt fordelt, er man henvist til at skønne over Reaktionsfordelingen. Naar denne er vedtaget, kan Pladens Momenter beregnes paa sædvanlig Maade.

Indgaar Pladen f. Eks. som Led i en Støttemur eller som Væg i en Vandbeholder og virker Lasten som det lodrette Snit Fig. 400 viser, skal Reaktionen have en Resultant, der gaar gennem Trekantens Tyngdepunkt, hvilket er Tilfældet, naar Reaktionen antages at fordele sig som Fig. 401 viser, hvor:

$$P_1 = \frac{P}{H+B} \cdot \frac{1}{3+H:B}$$

$$P_2 = \frac{P}{H+B} \cdot \frac{2+H:B}{3+H:B}$$

Er Pladens Last fordelt efter et Trapez (Jordtryk), beregnes Reaktionen fra Trekantsbelastningen og fra den jævnt fordelte Last hver for sig og adderes.

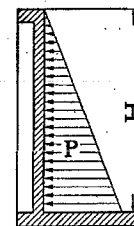


Fig. 400.

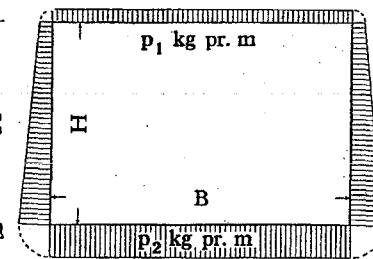


Fig. 401.

### c. Momentbestemmelse efter Elasticitetsteorien.

**406. Forudsætninger.** De nedenfor gengivne Resultater af de elasticitetsteoretiske Undersøgelser<sup>1)</sup> gælder under følgende Forudsætninger:

- (1) Pladen er middeltykk i Forhold til Spændvidden, saaledes at Spændingstilstanden i overvejende Grad bestemmes af de bøjende og vridende Momenter og ikke (som ved tykkere Plader) af Forskydningskræfterne eller (som ved tyndere Plader) af de Normalkræfter, der opstaar, naar Pladens midterste Del bøjer sig ned.
- (2) Pladen er af homogent Materiale følgende Hookes Lov; dens Over- og Underside er parallelle.
- (3) Poissons Forhold  $1 : m$  er Nul,  $\nu$  : en Forlængelse eller Forkortelse i een Retning medfører ingen Sammentrækning eller Udvidelse i Tværretningerne.
- (4) En ret Linie vinkelret paa Pladens Plan forbliver ret under Bøjningen. Denne Forudsætning medfører, at Bøjningsspændingerne er Nul i Pladens Midterplan og vokser retliniet udefter ganske som i en Bjælke.
- (5) Pladens Kanter forbliver retliniede, saavel naar de er indspændte, som naar de er simpelt understøttede. Pladens Hjørner regnes altsaa forankrede i Lejet, saaledes at de ikke kan bøje sig op. Dette er ensbetydende med, at den bøjede Plade har et vandret Tangentplan i Hjørnerne; den forholder sig altsaa, som om Hjørnerne var indspændte.

<sup>1)</sup> Angaaende disse henvises til: Danusso: Beitrag zur Berechnung der kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten und deren Aufnahmeträger, Berlin 1913; Leitz: Die Berechnung der frei aufliegenden, rechteckigen Platten, Berlin 1914; Nadai: Die Formänderungen und die Spannungen von rechteckigen, elastischen Platten (Mitt. u. F., Heft 170-71), Berlin 1915; N. J. Nielsen: Bestemmelse af Spændinger i Plader ved Anvendelse af Differensligninger, København 1920; Krydsarmerede Jærnbetonpladers Styrke (Ing. 1920, S. 728); H. M. Westergaard & W. A. Slater: Moments and Stresses in Slabs (Proceedings of the American Concrete Institute, vol. 17, 1921); H. Marcus: Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten, Berlin 1929; P. M. Frandsen: Pladers Beregning ved Differensligninger (Bygningsstatistiske Meddelelser 1929, S. 45).

**407. Rektangulære Plader med jævnt fordelt Last.** For en rektangulær, simpelt understøttet Plade med Sidelængderne  $l$  og  $b$  ( $l \geq b$ ) fører de nævnte Forudsætninger til de i Fig. 402 angivne Enhedsmomenter. Som Abscisse er afsat Sideforholdet  $b:l$ , og idet Momenterne er tænkt udtrykte som

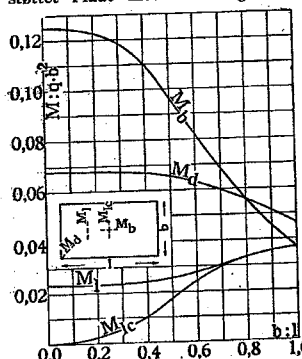


Fig. 402.

$M = \gamma \cdot q \cdot b^2$ , er  $\gamma$  afsat som Ordinat. Den øverste Kurve viser Momentet midt i Pladens centrale Længdesnit; dette Moment  $M_b$  er det største Moment i Pladen. Tværmomentet i samme Punkt  $M_{1c}$  er fremstillet ved den nederste Kurve. Den næstnederste Kurve viser det største Tværmoment  $M_1$ ; dette optræder i en Afstand af  $0,32b$  à  $0,5b$  fra Pladeenden, eftersom Pladen

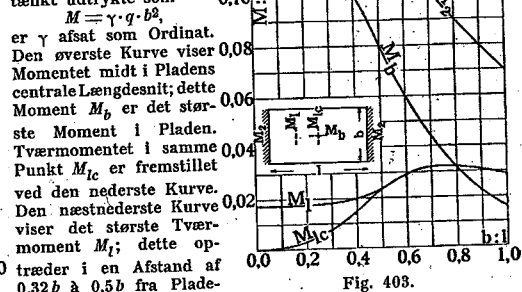


Fig. 403.

er mer eller mindre langstrakt. Den sidste Kurve viser det i Hjørnerne optrædende positive Diagonalmoment  $M_d$ ; vinkelret paa dette virker der et negativt Enhedsmoment af samme Størrelse og i Snit parallele med Hjørnets Sider et vridende Moment, der ogsaa har denne Størrelse og i Snit parallele med Hjørnets Sider et vridende Moment, der ogsaa har denne Størrelse (Fig. 390). *Westergaard & Slater* angiver følgende tilnærmedesvis rigtige Udtryk for Momenterne, idet  $\alpha = b:l$ :

$$M_b = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot b^2}{1 + 2\alpha^2} \quad M_1 = \frac{1}{48} \cdot q \cdot b^2 \cdot (1 + \alpha^2) \quad M_d = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot b^2}{2 + \alpha^2}$$

For en kvadratisk Plade viser Fig. 402, at de to Centrumsmomenter er ens og lig  $0,0369 qb^2$ ; det diagonale Centrumsmoment maa da ogsaa have denne Størrelse, og da det diagonale Hjørnemoment er  $0,0463 qb^2$ , bliver Middeltallet  $0,0416 qb^2 = \frac{1}{24} qb^2$ , altsaa det, vi fandt ved at gaa ud fra Brudstadlet.

I Fig. 403 er Momenterne fremstillede under Forudsætning af fuldstændig Indspænding langs de korte Sider og simpel Understøtning langs de lange. I dette Tilfælde er der ingen vridende og bøjende Momenter i Hjørnerne. De største positive Momenter for Spændvidderne  $b$  og  $l$  samt Indspændingsmomenterne kan udtrykkes ved:

$$M_b = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot b^2}{1 + 0,8 \cdot \alpha^2 + 6\alpha^4} \quad M_l = 0,015 \cdot q \cdot b^2 \cdot \frac{1 + 3\alpha^2}{1 + \alpha^4} \quad M_d = -\frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot b^2}{1 + 0,8 \cdot \alpha^4}$$

Fig. 404 viser Momenterne i en Plade, der er fuldstændig indspændt langs de lange Sider. Disse Momenter kan tilnærmedesvis skrives:

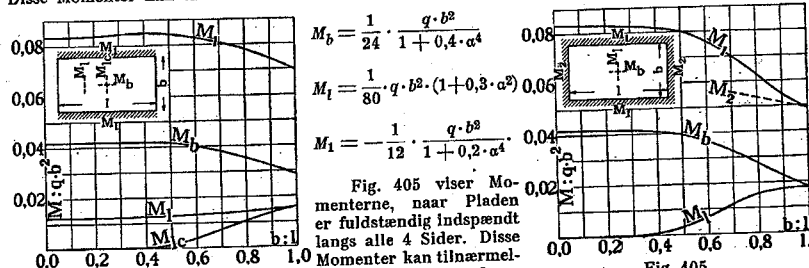


Fig. 404.

$$M_b = \frac{1}{24} \cdot \frac{q \cdot b^2}{1 + 0,4 \cdot \alpha^4} \quad M_l = \frac{1}{80} \cdot q \cdot b^2 \cdot (1 + 0,3 \cdot \alpha^2) \quad M_1 = -\frac{1}{12} \cdot \frac{q \cdot b^2}{1 + 0,2 \cdot \alpha^4}$$

Fig. 405 viser Momenterne, naar Pladen er fuldstændig indspændt langs alle 4 Sider. Disse Momenter kan tilnærmedesvis udtrykkes ved:

$$M_b = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot b^2}{3 + 4 \cdot \alpha^4} \quad M_l = 0,09 \cdot q \cdot b^2 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha^3 - \alpha^4) \quad M_1 = -\frac{1}{12} \cdot \frac{q \cdot b^2}{1 + \alpha^4} \quad M_d = -\frac{1}{24} \cdot q \cdot b^2$$

Alle Formlerne forudsætter Poissons Forhold lig Nul; regnes med en større Værdi, forøges  $M_b$  og formindskes  $M_d$ , og for en kvadratisk, simpelt understøttet Plade kan  $M_b$  blive større end  $M_d$ .

**408. Nedbøjningen i Midtpunktet af en rektangulær, simpelt understøttet, homogen Plade** er efter Elasticitetsteorien:

$$\text{Jævnt fordelt Last: } y = \alpha_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \cdot \frac{q \cdot B^4}{E \cdot I} \quad \text{Enkeltkraft i Midten: } y = \alpha_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \cdot \frac{P \cdot B^3}{E \cdot I}$$

hvor  $m$  er Forholdet mellem Materialets Længdeforkortelse og Tværvudvidelse, hvilket Forhold for almindelig Beton er saa stort (§ 152), at man plejer at bortkaste Leddet i Parentesen.  $y$  er udtrykt i cm,  $q$  er Lasten i kg/m<sup>2</sup>,  $B$  den korte Spændvidde i Meter,  $I$  inertimomentet i cm<sup>4</sup>/cm og  $\alpha$  Tal, der varierer med Pladens Langstrakthed, som hosstaaende Tabel viser (efter *Leitz*).

Den første Formel viser, at hvis  $B$  fordobles, 16dobles  $y$ , ganske som ved almindelige Bjælker.

$L:B$	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	$\infty$
$\alpha_1$	41	60	77	91	101	115	122	128	130	131
$\alpha_2$	116	139	153	161	165	168	168	169	170	170

$\alpha_1$ -Værdierne viser, at en kvadratisk Plade kun bøjer sig ca.  $1/3$  af, hvad en enkelt bærende Plade med samme  $q$ ,  $B$ ,  $E$  og  $I$  bøjer sig, men den første Plades Spændinger er da ogsaa kun  $1/3$  af den sidste. Hvis de to Plader har samme  $q$ ,  $E$  og  $I$ , men forskellige Spændvidder ( $B_k$  og  $B_e$ ), vil Spændingerne blive ens, saafremt  $\frac{1}{2} \cdot q \cdot B_k^3 = \frac{1}{3} \cdot q \cdot B_e^3$  eller  $B_k = B_e \cdot \sqrt[3]{3}$ . Med dette Forhold mellem Spændvidderne bliver Forholdet mellem Nedbøjningerne:

$$y_k : y_e = 41 (B_e \cdot \sqrt[3]{3})^4 : 131 B_k^4 = 2,8$$

En kvadratisk Plades Nedbøjning er altsaa ca. 3 Gange saa stor som en enkelt bærendes med samme Tykkelse, samme Last pr. m<sup>2</sup> og samme Spændinger.

Nedbøjningens absolutte Størrelse kan kun udregnes med stor Usikkerhed, da  $E \cdot I$  er en Størrelse, hvis Begyndelsesværdi (svarende til  $\sigma = 0$ ) er ubekendt, og som aftager paa ubekendt Maade med voksende  $\sigma$ . Regnes med de vedtægtsmæssige Værdier:  $E = 140000 \text{ at}$  og  $I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot a^3$ , findes for en kvadratisk Plade med  $B = 5 \text{ m}$ ,  $q = 460 \text{ kg/m}^2$ ,  $\alpha = 10 \text{ cm}$ :

$$y = 41 \cdot 460 \cdot 5^4 : (140000 \cdot 83,3) = 1,0 \text{ cm}$$

Den Nedbøjning, der straks indstiller sig, og som er søgt udregnet ovenfor, er ikke den endelige. I Tidens Løb kan den Dobles af Aarsager, der omtales senere.

**409. Cirkulære Plader med Lasten symmetrisk fordelt om Centrum** er behandlede af *S. M. la Cour i Bygningstatistiske Meddelelser 1929*, S. 65; Formlerne nedenfor gengives efter *Leitz* (Betonkalender 1931). Pladens Radius er  $r$ ; i et Punkt i Afstanden  $r_x$  fra Centrum optræder Enhedsmomenterne  $M_r$  og  $M_t$  (kg), af hvilke  $M_r$  giver radiale Spændinger,  $M_t$  tangentielle.

(1) Lasten er jævnt fordelt,  $q$  kg pr. Areenhed, Understøtningen simpel:

$$M_r = \frac{1}{8} \cdot q \cdot r^2 \cdot (1 - r_x^2 : r^2) \quad M_t = \frac{1}{8} \cdot q \cdot r^2 \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot r_x^2 : r^2) \quad \text{I Centrum: } M_r = M_t = \frac{1}{8} \cdot q \cdot r^2$$

Ved fuldkommen Indspænding formindskes samtlige Momenter med  $\frac{1}{3} \cdot q \cdot r^2$ .

(2) Lasten er jævnt fordelt indenfor en Cirkel med Radius  $r_0$ , Understøtningen er simpel:

$$\text{I Centrum: } M_r = M_t = \frac{1}{4} \cdot q \cdot r_0^2 \cdot \left( \ln \frac{r}{r_0} + 1 - \frac{1}{4} \cdot r_0^2 : r^2 \right)$$

Ved fuldkommen Indspænding formindskes dette Moment med Indspændingsmomentet, som er:  $\frac{1}{2} \cdot q \cdot r_0^2 \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot r_0^2 : r^2)$ .

(3) Enkeltkraft i Centrum, simpel Understøtning:

$$M_r = \frac{P}{4 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{r}{r_x} \quad M_t = \frac{P}{4 \cdot \pi} \cdot \left( \ln \frac{r}{r_x} + 1 \right) \quad \text{I Centrum: } M_r = M_t = \infty$$

Ved fuldkommen Indspænding formindskes samtlige Momenter med  $P : 4\pi$ .

(4) Pladen har et centralt Hul med Radius  $r_0$ , Resten er jævnt belastet, Understøtningen simpel. Ved Hullets Rand bliver Tangentialmomentet:

$$M_t = \frac{1}{8} \cdot q \cdot r^2 \cdot \left( 3 - \frac{r_0^2}{r^2} + \frac{4}{r^2 \cdot r_0^2 - 1} \cdot \ln \frac{r}{r_0} \right)$$

(5) Lasten  $P$  er jævnt fordelt indenfor en Cirkel med Radius  $r_0$ , Reaktionsstrykket er jævnt fordelt over hele Pladens Underside (Søjlelod):

$$\text{I Centrum: } M_r = M_t = \frac{P}{4 \cdot \pi} \cdot \left( \ln \frac{r}{r_0} + \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right)$$

(6) Som (5), men Pladens Udstrækning er uendelig, og Reaktionsstrykket  $p$  pr. Fladeenhed følger Loven:  $p = k \cdot y$ , hvor  $y$  er Nedsynkningen, og  $k$  en af Jordens Art afhængig Konstant<sup>\*)</sup>.

<sup>\*)</sup> Se *A. Ostenfeld: Teknisk Elasticitetsteori 1924*, S. 498.

Under disse Forhold varierer Reaktionsstrykket fra  $p = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \sqrt{k \cdot EI}$  lodret under  $P$  til  $p = 0$  i Afstanden  $3,86 \cdot \sqrt{E \cdot I \cdot k}$  fra  $P$ , idet  $I = \frac{1}{12} \cdot a^3$ , og lodret under  $P$  er:

$$M_r = M_l = \frac{P}{4 \cdot \pi} \cdot (0,616 - \ln \sqrt{k^2 \cdot EI}).$$

#### d. Konstruktive Regler.

410. Ved Dimensioneringen maa man ikke alene beskæftige sig med Momenterne, men ogsaa med Nedbøjningen, som undertiden kan blive gærende stor (§ 408).

Af Hensyn til Støbningen lægges Jærnene gerne lidt mere spredt i kryds-armerede end i enkeltarmerede Plader, ofte tilstræbes 6—8 Stkr. pr. m. Langs de indspændte Sider opbøjes hvert andet Jærn i Overensstemmelse med Fig. 364, og en lignende Opbøjning foretages undertiden i Hjørnerne af simpelt understøttede Plader af Hensyn til de negative Hjørnemomenter, men da man derved svækker Diagonalsnittene overfor positive Momenter, bør der indlægges ekstra Jærn i Undersiden enten i Hjørnerne eller i Pladens Midterparti, hvor de gør samme eller større Nytte. En fuldstændig Tilpasning af Armeringen efter Spændingerne paa Begyndelsesstadiet er uigennemførlig i Praksis<sup>1)</sup>.

Er der Huller i Pladen, og er disse af en saadan Art, at de ikke i væsentlig Grad ændrer Pladens Bæremaade, kan man tage Hensyn til dem ved at fordele det totale Moment over den resterende Pladebredde  $B'$  og bestemme  $h$  og  $f_{100}$ . Det totale Jærnareal  $B' \cdot f_{100}$  bør man derefter fordele saaledes, at en passende Del koncentrerer langs Hullets Sider, og desuden bør man indlægge korte diagonale Jærn ved Hullets Hjørner (§ 390).

#### e. De Pladen bærende Bjælker.

411. Betragtes to modstaaende Bjælker og den mellemliggende Plade som en U-formet Bjælke, kan dennes Moment  $M$  i et vilkaarligt Snit beregnes, og Ligevægten kræver da:

$$M = M_P + M_B \quad (203)$$

hvor  $M_P$  er Pladens og  $M_B$  Summen af de to Bjælkens Moment i det paa-gældende Snit. Hvis man for  $M_P$  indfører det positive Moment, som Pladen er dimensioneret for, og ved hvis Beregning der ikke er taget Hensyn til Bjælkernes Nedbøjning, er det tvivlsomt, om man ved at dimensionere Bjælkerne for Restmomentet  $M_B = M - M_P$  opnaar den tilstræbte Brudikkerhed, er det indførte  $M_P$  større end det virkelige, findes  $M_B$  for lille, og paa Grund af den store Højdeforskel mellem Plade og Bjælke tør man næppe forudsætte, at Momenterne i Brudøjeblikket vil omfordele sig i Overensstemmelse med Forudsætningerne. Forholdet  $M_P : M_B$  vil utvivlsomt ikke blot ved smaa Spændinger, men ogsaa i Brudøjeblikket afhænge af Forholdet mellem Pladens og Bjælkernes Dimensioner. Under disse Forhold vilde det ikke være umotiveret at regne med et noget større  $M_B$  end det, der findes paa ovennævnte Maade, men oftest regnes der med et mindre.

De danske Normer kræver Bjælkerne dimensionerede for den Last og

<sup>1)</sup> B. u. E. 1928, S. 417 (Leitz). Se ogsaa Leitz: Bewehrung von Scheiben und Platten (Beton-Kongressen i Liège 1930).

Lastfordeling, der er angivet i Fig. 393, uden Hensyn til om Pladen er simpelt understøttet eller indspændt langs nogle af Siderne. Kun i første Tilfælde er Ligevægtsbetingelsen (203) tilfredsstillet; f. Eks. findes for en kvadratisk Plade bærende  $q \text{ kg/m}^2$  og for simpelt undertøttede, vægtløse Bjælker:

$$M = \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2, \quad M_P = \frac{1}{24} \cdot q \cdot L^2, \quad M_B = \frac{1}{12} \cdot q \cdot L^2.$$

#### 8. Bjælker med rektangulært Tværsnit.

412. Brug af Modstandsmomentet. Bjælker med rektangulært Tværsnit er ikke væsensforskellige fra Plader og kan beregnes som disse. Om Valg af Jærntal se § 421. Man faar bedst Overblik over Forholdene ved at bruge Modstandsmomentformlerne (§ 284):

$$M = s_b^{bc} \cdot W_b = s_b^{bc} \cdot \mu \cdot b \cdot h^2 \quad f = \frac{1}{100} \cdot \varphi \cdot b \cdot h.$$

Med Spændingerne  $^{50/1200}$  faas:

$$b \cdot h^2 = M : 8,38 \quad f = \frac{1}{100} \cdot 0,801 \cdot b \cdot h.$$

Af de tre ubekendte  $b$ ,  $h$  og  $f$  maa man altsaa vælge een og kan derefter beregne de to andre.

Eks. 1.  $M = 3500 \text{ kgm}$ ,  $s_b^{bc} = 50$ ,  $s_j = 1200$ , den totale Højde  $a = 30 \text{ cm}$ ; find  $b$  og  $f$ . Naar Nyttelhøjden skønnes til  $h = 28 \text{ cm}$ , giver Formlerne:

$$b = \frac{3500 \cdot 100}{8,38 \cdot 28^2} = 53,3 \text{ cm} \text{ og } f = \frac{1}{100} \cdot 0,801 \cdot 53,3 \cdot 28 = 11,95 \text{ cm}^2. \text{ Vi bruger } 8 \text{ Rj. } 14 \text{ mm} = 12,32 \text{ cm}^2, \text{ hvorved den totale Højde bliver } a = 28 + 0,7 + 1 = 29,7 \approx 30 \text{ cm}.$$

413. Brug af Enhedsmomentet. Man dimensionerer dog oftest ved Hjælp af Enhedsmomentet  $M_{100}$ , navnlig naar Bredden er givet.

Er Bredden givet og lig  $B \text{ m}$ , og er Momentet  $M \text{ kgm}$ , bliver Momentet pr. lb. m. af Bjælkens Brede:

$$M_{100} = \frac{M}{B}.$$

$h$  og  $f_{100}$  bestemmes da ganske som ved Plader af Formlerne (138a) i § 278, hvorefter det søgte Jærnindlæg bliver:  $f = B \cdot f_{100}$ .

Eks. 2.  $M = 3500 \text{ kgm}$ ,  $s_b^{bc} = 50$ ,  $s_j = 1200$ ,  $B = 0,35 \text{ m}$ ; find  $h$  og  $f$ .

$$M_{100} = 3500 : 0,35 = 10\,000$$

$$h = 0,345 \sqrt{10\,000} = 34,5 \quad f_{100} = 0,277 \sqrt{10\,000} = 27,7 \quad f = 0,35 \cdot 27,7 = 9,7.$$

Vi vælger 6 Rj.  $14 \text{ mm} = 9,27 \text{ cm}^2$  og maa altsaa forøge Højden til  $34,5 \cdot \frac{9,7}{9,27} = 36,1$ , hvortil kommer  $0,7 + 1 \text{ cm}$ , ialt  $37,8 \approx 38 \text{ cm}$ . Foretrækker man at bruge en større Højde, formindskes Jærnarealet proportionalt (§ 374).

Er Højden givet, findes  $B$  af Formlen:  $h = c_1 \cdot \sqrt{M_{100}} = c_1 \cdot \sqrt{\frac{M}{B}}$ , der giver

$$B = M \cdot \left(\frac{c_1}{h}\right)^2, \text{ hvorefter } f \text{ bestemmes af } f = \varphi \cdot B \cdot h.$$

Eks. 3.  $M = 3500 \text{ kgm}$ ,  $s_b^{bc} = 50$ ,  $s_j = 1200$ ,  $a = 30 \text{ cm}$ ; find  $B$  og  $f$ . Vi skønner  $h = 28 \text{ cm}$  og finder af Tabellen Side 197:

$$h = 28 = 0,345 \sqrt{M_{100}}, \quad \text{altsaa} \quad M_{100} = \left(\frac{28}{0,345}\right)^2 = 6600 \text{ kgm/m}.$$

En 1 m bred Bjælke vil altsaa kunne optage 6600 kgm, naar  $h = 28$ , og naar  $\varphi = 0,801$ , altsaa  $f_{100} = 28 \cdot 0,801 = 22,4$  cm<sup>2</sup>. Da det givne Moment kun er 3500, kræves Bredden  $100 \cdot \frac{3500}{6600} = 53$  cm og Jærndlæggene  $f = 22,4 \cdot 0,53 = 11,9$  cm<sup>2</sup>.

**414. Økonomisk Tværnsnit.** Bjælkens Bredder er ofte givet paa Forhaand, som naar Bjælken overdækker en Muraabning, og skal kunne rummes indenfor Murtykkelsen. Har man frie Hænder, kan man efter Behag vælge et lavt og bredt Tværnsnit eller et højt og smalt. Det sidste vil næsten altid være det billigste.

Kendes Materialpriserne Indbefattet Arbejdsløn:

$$P_b \text{ Øre/cm}^2 = \text{Jærnpris}, \quad P_c \text{ Øre/cm}^2 = \text{Betonpris}, \quad P_f \text{ Øre/cm}^2 = \text{Forskallingspris}$$

kan det mest økonomiske Forhold mellem Højde og Bredder bestemmes, naar det forudsættes, at de tilladte Spændinger skal overholdes, og naar der i Prisberegningen ses bort fra den Beton, der ligger under Jærnets Akse. Prisen pr. lb. cm Bjælke bliver da:

$$P = b \cdot h \cdot P_b + \frac{\varphi}{100} \cdot b \cdot h \cdot P_c + (2h + b) \cdot P_f \quad (204)$$

I Ligningen  $M = s_b^{bc} \cdot \mu \cdot b \cdot h^2$ , kendes  $M$ ,  $s_b^{bc}$  og  $\mu$ , hvorfor  $b \cdot h^2$  maa være konstant. Sættes:

$$\frac{M}{s_b^{bc} \cdot \mu} = b \cdot h^2 = c \quad (205)$$

omformes (204) til: 
$$P = \frac{c}{h} \cdot \left( P_b + \frac{\varphi}{100} \cdot P_c \right) + \left( 2h + \frac{c}{h} \right) \cdot P_f$$

og Betingelsen for Minimum af  $P$  bliver:

$$\frac{dP}{dh} = -\frac{c}{h^2} \cdot \left( P_b + \frac{\varphi}{100} \cdot P_c \right) + 2 \cdot P_f \cdot \left( 1 - \frac{c}{h^2} \right) = 0 \quad \text{eller:} \quad -\frac{c}{2} \cdot \left( \frac{P_b}{P_f} + \frac{\varphi}{100} \cdot \frac{P_c}{P_f} \right) + h^2 - \frac{c}{h} = 0.$$

Indføres: 
$$\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{P_b}{P_f} + \frac{\varphi}{100} \cdot \frac{P_c}{P_f} \right) = \alpha \quad (206)$$

faas: 
$$h = \sqrt{c \cdot \left( \alpha + \frac{1}{h} \right)}. \quad (207)$$

Denne Ligning løses ret let ved for  $h$  under Rodtegnet at indføre en Værdi, der er lidt større end  $\sqrt{c \cdot \alpha}$ ; Ligningen giver da en rigtigere Værdi af  $h$ , som derpaa indføres, o. s. v., indtil der er Overensstemmelse. Naar  $h$  er fundet, haves:

$$b = \frac{c}{h^2} \quad f = \frac{\varphi}{100} \cdot b \cdot h. \quad (208)$$

**Eksempel.** Givet er  $s_b^{bc} = 50$  at,  $s_j = 1200$  at, altsaa  $\varphi = 0,801$ ,  $\mu = 0,1676$ . Endvidere (se § 435):  $P_b = 0,005$  Øre/cm<sup>2</sup>,  $P_c = 0,22$  Øre/cm<sup>2</sup>,  $P_f = 0,03$  Øre/cm<sup>2</sup>.

Indføres disse Værdier i (206), faas: 
$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{5}{30} + \frac{0,801}{100} \cdot \frac{22}{3} \right) = 0,1129.$$

Saafernt  $M = 10\,000$  kgm, giver (205):  $c = \frac{1\,000\,000}{0,1676 \cdot 50} = 119\,000$  og (207):  $h = 120$  cm, hvor-  
 efter (208) giver  $b = 8,26$  cm,  $f = \frac{0,801}{100} \cdot 8,26 \cdot 120 = 7,94$  cm<sup>2</sup>. Den udregnede Bredder er for ringe til at bruges, og saaledes plejer Forholdet at være, naar Forskallingen ikke er unormalt dyr. Er  $P_f = \infty$ , bliver  $\alpha = 0$  og  $h = b$ ; er  $P_f = 0$ , bliver  $\alpha = \infty$  og  $h = \infty$ ,  $b = 0$ .

**415. Udbøjningsfare.** Er Bjælken høj og lang i Forhold til Bredden, og er den uden Sidestyr, kan der være Fare for en Udbøjning. Et pålideligt Grundlag for Bedømmelsen af denne Fare haves endnu ikke. Tænkes Trykzonen løsskaaret fra Bjælken og dimensioneret som Søjle for en centralt vir-

kende Trykkraft, hvis Størrelse er lig Trykspændingernes Sum, og er Betonen fuldt udnyttet til Bøjning, findes  $b \geq 4,5 L$ . Denne Værdi vil formentlig være tilstrækkelig sikker, naar Bjælken ikke er meget høj. Af Hensyn til Udbøjningsfaren plejer man at armere slige Bjælker langs de øvre Hjørner (Fig. 406<sup>1</sup>). Disse Jærns Diameter kan, i Mangel af en bedre Metode, bestemmes som følger. En Søjle kræves armeret med  $\frac{3}{4}\%$  Jærn; er Søjlen kvadratisk med Sidelinie  $b$ , og lægges der et Jærn med Diameter  $d$  i hvert Hjørne, haves:

$$b^2 \cdot \frac{0,75}{100} = 4 \cdot \frac{1}{4} \pi d^2, \quad \text{hvoraf} \quad d^2 = \frac{b^2}{419} \quad \text{og} \quad d \propto \frac{b}{20}.$$

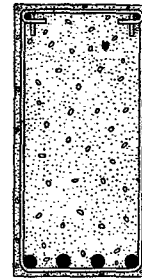


Fig. 406.

I Analogi hermed kan man for Bjælkens øvre Jærn vælge Diameteren lig  $\frac{1}{20}$  af Bjælkebredden. De trykkede Jærn maa fastholdes med Bøjler efter de i § 147 givne Regler. Man kan bruge Formen Fig. 105 eller gaa frem som Fig. 406 viser, hvor den vandrette Bøjle foroven indlægges sidst. Man kan ogsaa bruge Øjebaand af den i Fig. 107 viste Art, men de kræver mere Arbejde, navnlig hvis Længdejærnene har Kroge, og det i § 147 nævnte Hensyn til Støbningen gør sig ikke gældende her, hvor Baandene staar lodret.

**Murbjælker** (Fig. 636 i § 572) behøver som Regel ingen Hjørnejærn, da Muren hindrer Udbøjning.

**416. Trykarmring.** De nævnte Hjørnejærn er oftest saa spinkle, at der ikke er Grund til at regne med dem som Trykarmring, men har man Brug for en saadan, gaaes frem som ved Plader (§ 384). Bøjlernes Afstand maa hverken overstige  $b$  eller  $15d$ .

**Støbejærn** kan bruges som Trykarmring i Overensstemmelse med Jærnbetonnormernes § 19. **Tværarmeringens forstærkende Virkning** kan udregnes som ved Søjler (§ 151), idet man kun medregner den Del af Tværarmeringen, der ligger i Trykzonen. Hvis denne Del omregnes til en tænkt Længdearmring med samme Volumen og med Tværnsnit  $f'$ , og hvis Forholdet mellem Bøjleafstanden og den mindste af Størrelserne  $b$  og  $\alpha$  kaldes  $\alpha$ , kan man regne med et tænkt Jærnareal  $1,5 \cdot f' \cdot (1 + 2\alpha)$  jævnt fordelt over den Del af Betonens Trykzone, der ligger indenfor Tværarmeringen.  $f'$  maa ikke indføres med en større Værdi end  $3f^c$ , og Kantspændingen, beregnet under Forudsætningen  $f' = f^c = 0$ , maa aldrig overstige  $2s_b^{bc}$ . Disse Regler gælder ogsaa, hvis Tværarmeringen optræder som en Bevikling af en Del af Trykzonen<sup>2</sup>.

Hvis Betonen skal indbringes gennem Tværarmering, bør den fri Afstand mellem Tværarmeringsjærnene ikke være mindre end 8 cm.

## 9. T-Bjælker uden Trykarmring.

### a. Hoved, Krop og Leje.

#### a. Bjælkehovedet.

**417.** Naar man ser paa en tyk Jærnbetonplade (Fig. 407) og tænker paa, at Betonens Trækstyrke ikke medregnes, ligger den Tanke nær, at man maa kunne bortskære al Betonen under Nullinien og blot lade nogle Ribber staa, i hvilke Jærnet kan koncentreres. Man har da de saakaldte Ribbeplader- eller T-Bjælker (Fig. 408). Er den tiloversblevne Pladetykkelse lig eller større end  $x$ , er Konstruktionen teoretisk set at

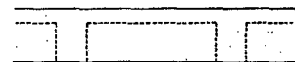


Fig. 407.

<sup>1</sup>) Londons Jærnbetonnormer kræver dette, naar  $l > 20b$ .

<sup>2</sup>) Om andre Regnemaader for beviklede Bjælker se B. u. E. 1912, S. 109, og 1913, S. 54.

betrakte som en almindelig Plade, og Formlerne for  $x$ ,  $\sigma_f$ ,  $\sigma_b$ ,  $h$  og  $f_{100}$  er ganske de samme som tidligere, medens de sekundære Plader bliver at beregne paa almindelig Maade. Forsøg har bekræftet Teoriens Rigtighed, kun vil Nyttehøjden  $h$  aftage noget med Afstanden fra Bjælkekroppen, fordi Pladen bøjer sig ned, dels under Indflydelse af den Last, der hviler paa den, dels

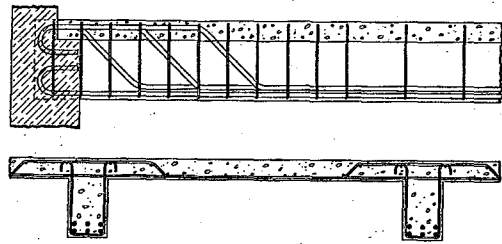


Fig. 408.

under Indflydelse af de parallelt med Bjælkeaksen virkende Trykspændinger, hvis Resultant ligger nærmere ved Pladens Overside end ved dens Underside, og derfor giver Pladen en Nedbøjning, der vokser fra Bjælkeenderne mod Bjælke midten. Som Følge af disse Nedbøjninger maa Kantspændingen, saafremt Tværsnittet holder sig plant, aftage med Afstanden fra Bjælkekroppen, og Forsøg bekræfter dette. Fig. 409 viser de paa Pladens Overside maalte Forkortelser for en 3 m lang Bjælke belastet med to Enkeltkræfter i Bjælkeaksens Trediedelspunkter, ialt 30000 kg (Brudlast 49000 kg); Maalelængden var 60 cm og laa midt paa Bjælken<sup>1)</sup>.

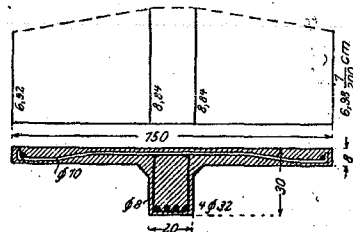


Fig. 409. Pladeoversidens Forkortelser.

**418. Hovedets Bredder.** I Praksis regner man, at Kantspændingen er konstant, men til Gengæld medregner man som Hoved i Bjælken kun en begrænset Del af Pladen, den saakaldte nyttige Pladebredde, hvis Størrelse afhænger af Bjælkens Spændvidde  $l$  og Pladens Tykkelse  $c$ . Efter de danske Normer maa de Dele af Pladen, hvis Afstand fra Bjælkesiden overstiger den mindste af Størrelserne  $8c$  og  $\frac{1}{4}l$ , ikke medregnes, saaledes at den nyttige Bredder begrænses ved de i Fig. 410 indførte Maal for henholdsvis en symmetrisk Bjælke<sup>2)</sup> og en Randbjælke.

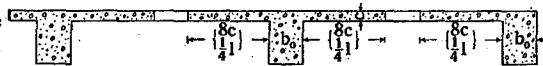


Fig. 410. Nyttig Pladebredde.

Er der Overgangsskraaninger mellem Krop og Plade (Fig. 366), kan man i Stedet for  $8c$  indføre  $8c'$ , hvor  $c'$  er Middeltykkelsen paa Strækningen  $8c'$ ; der er dog ingen økonomisk Fordel ved en stor Nyttebredde, saa man skal ikke besvære sig med at finde dens yderste Grænser, med mindre Bjælkehøjden skal være Minimum.

<sup>1)</sup> Mitt. ä. F. Heft 122-23, S. 98. Nedbøjningens Størrelse afhænger noget af Pladens Armeringsmaade og naturligvis af Betonspændingens Størrelse; naar denne nærmer sig Brud, bliver Nedbøjningen som Regel Nul eller negativ, som Følge af den ændrede Spændingsfordeling (Forsøgsarbejdet Heft 254).

<sup>2)</sup> Bach og Grafts Forsøg med 3 m lange, T-formede Bjælker med variabel Bredder af Hovedet viser, at naar Hovedet er 1 m bredt ( $\sigma: \frac{1}{2}l$ ), udnyttes det fuldtud, og Sammentrykningen maalt som paa Fig. 409 var ens over Bjælkekroppen og ved Randen. Ved disse Forsøg var Pladens Bredder indtil ca. 7 Gange Pladetykkelsen (6 cm), mens Kroppens Bredder var 18 cm (Mitt. ä. F., Heft 90-91 og 122-23).

Selvfølgelig maa Hovedets Bredder aldrig regnes saa stor, at det griber ind i Nabobjælken Hoved.

Er Bjælken kontinuerlig, indspændt eller delvis indspændt, regnes Bjælkelængden lig Afstanden mellem de positive Momenter Nulpunkter, hvorved det er tilladt at forudsætte disse liggende i Afstanden  $\frac{1}{4}l$  fra Mellemløjerne. Ved Kragbjælker med Plade i Tryksiden regnes Bjælkelængden dobbelt saa stor som den virkelige.

Da T-Bjælken Hoved bærer som Plade fra Ribbe til Ribbe, vil det faa Tryk i to paa hinanden vinkelrette Retninger, hvilket man lige saa lidt som ved krydsarmede Plader behøver at nære Betæneligheder ved. Hvis Bjælkerne bæres af en Drager, anvender man den samme Plade for tredje Gang som Hoved for Drageren, hvilket bl. a. kan begrundes ved, at Momenterne i den paagældende Del af Pladen er negative og delvis virker vinkelret paa Dragerens.

### β. Bjælkekroppen.

**419. Bjælkerens Højde.** Ved Fastsættelsen af Bjælken totale Højde maa der tillægges 7—10 mm for de Bøjler (Fig. 411), der skal omslutte Længdejærnene, og hvis Diameter som Regel først bestemmes paa et senere Tidspunkt. Bjælkehøjden, der altid regnes inclusive Pladetykkelsen, kan varieres efter Behag, naar blot man holder sig over den til de tilladte Spændinger svarende Højde<sup>1)</sup>. Er man tvungen til at gøre Højden mindre, kan det ske ved at formindske Bjælkeafstanden, saafremt man derved faar større Trykzone, hvilket som Regel<sup>2)</sup> kun vil være Tilfældet, naar Bjælkeafstanden er større end den nyttige Pladebredde, ellers maa Bjælken forsynes med Trykarmring. Ofte gøres Højden større end nødvendigt, fordi der derved spares Jærn, uden at Betonmængden forøges meget, da det kun er den smalle Krop, der forhøjes; se desangaaende § 442.

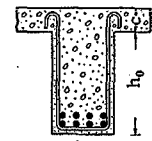


Fig. 411.

**420. Armeringen.** Jærndiameteren vælges under Hensyn til Adhæsionsspændingen (§ 516) og til, at der bliver Skraajærn nok til at optage de forskydende Kræfter (§ 562-7). I kontinuerlige Bjælker er det ofte bekvemt at fiksere Jærnantallet til 4 eller 8, da en regelmæssig Ordning af de opbøjede Jærn ved Mellemløjerne derved lettes. Bæres Bjælken af Jærnbetonsøjler, bør Jærnantallet vælges saaledes, at Sammenstød med Søjlejærnene undgaas. Jærnene lægges i eet eller to, sjældnere flere Lag<sup>3)</sup>. Afstanden mellem de enkelte Jærnlag skal være mindst 1 cm og fikseres ved Indlægning af 10 mm Jærnstumper mellem Lagene. Det dækkende Betonlag giver man samme Tykkelse som ved Plader (§ 34), men det skal maales under Bøjlerne.

Lægges Jærnene i to Lag, og er Antallet ulige, anbringes de fleste Jærn i

<sup>1)</sup> I Udlandet kræves undertiden Nyttehøjden større end  $\frac{1}{30}$  af Spændvidden (Afstanden mellem Momentnulpunkterne).

<sup>2)</sup>  $\sigma$ : naar Bjælkekroppen ikke medregnes til Trykzonen.

<sup>3)</sup> Naar Jærnene lægges i flere Lag, kunde man vente, at Spændingen i det underste blev saa meget større end Spændingen i det øverste, at det var uforvarligt i regne med hele Jærnarealet koncentreret i Tyngdepunktet, men Forsøg af Saliger har vist, at man godt kan regne saadan, naar  $\sigma$  ikke er unormalt stor, idet Bruddet først sker, naar alt Jærnet flyder (Neue Versuche über den Schubwiderstand).



underste Lag, hvor de gør størst Nytte (Fig. 412). Man kan ofte se Jærnene anbragt som Fig. 413 viser, men det er ikke godt, da Støbningen derved vanskeliggøres; Principet i Fig. 412 bør overholdes, selv om det fører til usymmetrisk Armering.

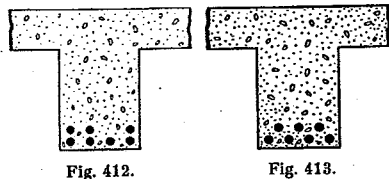


Fig. 412.

Fig. 413.

421. Kropbredden  $b_0$  skal være saa stor, at Betingelserne (1)–(4) er tilfredsstillende.

(1) Forskydningsspændingen  $\tau_b$  maa ikke overskride den tilladte Værdi (§ 532).

(2) Da Betonen under Støbningen skal kunne bevæge sig mellem Jærnene ned til Bjælkens Underside, maa den fri Afstand mellem Jærnene ikke være mindre end 3 cm, og det maa anbefales at holde samme Afstand mellem Yderjærnene og Formsiderne, hvorved Kravene til Rustbeskyttelse samtidig tilfredsstilles. Er der  $\alpha$  Jærn i det jærnrigeste Lag, faas da:

$$b_0 \geq (d + 3) \cdot \alpha + 3 \text{ cm.} \quad (209)$$

Reglen gælder under normale Forhold. I særlige Tilfælde, f. Eks. naar Jærnene stødes, eller det er paakrævet, at  $b_0$  holdes lille, kan man formindske Jærnafastanden, naar Betonens Stenstørrelse formindskes tilsvarende.

(3) Ved svære Jærn er 3 cm Lysvidde for lidt til at sikre en god Understøbning, og der bliver ogsaa Fare for Brud af den i Fig. 23, Side 21 viste Art. Derfor kræver Normerne yderligere:

$$b_0 \geq 2,5 \cdot d \cdot \alpha. \quad (210)$$

(4)  $b_0$  skal staa i et passende Forhold til  $h_0$ , hvor  $h_0$  er Krophøjden maalt uden Pladen. Er  $h_0$  givet, vil Betonmængden aftage med  $b_0$ , men samtidig vanskeliggøres Jærn- og Støb arbejdet. Man kommer til fornuftige Forhold ved at sætte:

$$b_0 = 3,5 \cdot \sqrt{h_0} \quad (211)$$

afrundet til nærmeste hele cm, og vælges denne Værdi, vil der som Regel ingen Vanskelighed være ved at faa (209) og (210) tilfredsstillende<sup>1)</sup>.

(5) Sluttelig skal nævnes, at det for at hindre en tidlig Fremkomst af tydelige Revner i Betonen kan være rigtigt at begrænse Jærnafastanden opefter og sætte<sup>2)</sup>:

$$b_0 \leq 8 \cdot d \cdot \alpha.$$

422. Revnespændinger. I Henhold til § 242 vil Betonen revne, naar den sande Jærns pænding har naaet en Værdi af højst 420 at. I Plader og rektangulære Bjælker naaes denne Spænding som Regel først ved en Last, der er lig eller større end den tilladelige, fordi Broderparten af Trækket optages af det store Betontværsnit. I T-formede Bjælker er det strakte Betontværsnit derimod saa lille i Forhold til Jærntværsnittet, at det ikke i væsentlig Grad kan aflaste Jærnet; den sande Jærns pænding er derfor kun lidet ringere end den formelle, og Betonen revner, længe inden den tilladelige Last er naaet. Revnerne er imidlertid saa fine, at de ikke ses, og at man tør gaa ud fra, at de ingen Skade gør.

<sup>1)</sup> Naar  $s_b^{bc} > ca. 65$  og  $s_j = 1200$  begynder der i visse Tilfælde at blive Trang til større Værdier af  $b_0$ . Denne Mangel ved Formlen vil formentlig kunne opheves, hvis man i Stedet for Konstanten 3,5 indfører en Faktor, der vokser med Forholdet  $s_b^{bc} : s_j$ .

<sup>2)</sup> H. f. E. 1912, S. 359.

423. Lejebjælker. Bjælker, der hviler paa Mur, bør mindst gaa 1 Sten (23 cm) ind i denne, og Lejedybden bør heller ikke være mindre end 10  $d$  ( $d =$  Jærndiameteren). Iøvrigt bestemmes Lejedybden af den tilladelige Trykspænding (8 at for almindeligt Murværk i Kalkmørtel) og afrundes opefter til et Murstensmaal (23, 35, 47, 59 o. s. v.).

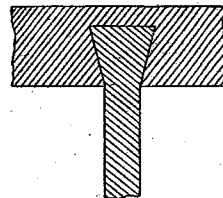


Fig. 414. Muranker.

Skal Bjælkerne støtte Muren mod Væltning udefter, kan man give Enden Svalehaleform (Fig. 414). Skal Lejedybden være større end Murtykkelsen, forøges Bjælkebredden inde i Muren (Fig. 415), og er Forøgelsen saa stor, at Konstruktionen faar Karakter af en Bjælke, maa denne beregnes for Bøjning og Forskydning; dette bør i alt Fald finde Sted, naar Enderne af Lejebjælken rager længere udenfor Hovedbjælken, end denne er høj. Vil man spare paa Lejebjælkens Højde, lægges den bedst foroven, som Fig. 416 viser, af Hensyn til Murenes Arbejde. Jærnene i Hovedbjælkens Underside maa da ved Bøjler hænges op i Lejebjælken.

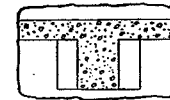


Fig. 415.

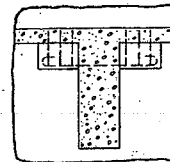


Fig. 416.

## b. Spændingsbestemmelse.

### a. Nullinien ligger i Hovedet.

424. Om Nullinien ligger i Hovedet kan afgøres ved Hjælp af den senere udledede Formel (218) eller som vist i efterfølgende Eksempel. Naar Nullinien ligger i Hovedet, foregaar Spændingsbestemmelsen som ved Plader, bortset fra at det bøjende Moment kun maa fordeles over den nyttige Bredde, der undertiden er mindre end Bjælkeafstanden (§ 418).

Eksempel. Bjælken i Fig. 417 har  $L = 5,35$  m og  $h = 30,5$  cm; den bærer et Dække, hvis Vægt + Nyttelast er 1030 kg/m.

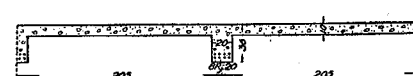


Fig. 417.

$$\begin{aligned} \text{Bjælkelast: } & 1030 \cdot 2,05 = 2110 \text{ kg/m} \\ \text{Kropvægt: } & 2400 \cdot 0,2 \cdot 0,26 = 125 \text{ kg/m} \\ & \underline{\hspace{1.5cm}} \\ & 2235 \text{ kg/m} \end{aligned}$$

$$M = \frac{1}{8} \cdot 2235 \cdot 5,35^2 = 8000 \text{ kgm.}$$

Den nyttige Pladebredde er lig den mindste af Størrelserne:

$$b_0 + \frac{1}{2} l \qquad b_0 + 16 c \qquad 205 \text{ cm}$$

altsaa  $b_n = 20 + 16 \cdot 10 = 180$  cm og  $\varphi = \frac{25,14}{180 \cdot 30,5} \cdot 100 = 0,457 \%$ , der i Følge

Tabellen Side 205 svarer til  $\beta = 0,308$ . Da  $x = \beta \cdot h = 0,308 \cdot 30,5 = 9,4 < 10$  cm, ligger Nullinien i Hovedet, og følgelig gælder de øvrige Tabelværdier:  $\mu = 0,1382$ ,  $\gamma = 33,7$ . Af Formel (141) i § 282 findes da:

$$\sigma_b = \frac{M}{\mu \cdot b \cdot h^2} = \frac{8000 \cdot 100}{0,1382 \cdot 180 \cdot 30,5^2} = 34,6 \text{ at} \qquad \sigma_j = \gamma \cdot \sigma_b = 33,7 \cdot 34,6 = 1166 \text{ at.}$$

β. Nullinien ligger i Kroppen.

Spændingsbestemmelse uden Hensyn til Bjælkekroppen.

425. Eftersom Nullinien falder i eller under Pladen siges Bjælken at have tyk eller tynd Plade. Har man bestemt Spændingerne under den første Forudsætning, og er denne gal, har man begaaet den Fejl at medregne det Areal (Fig. 418), der ligger mellem Pladens Underside og Nullinien, til Optagelse af Trykket, medens det kun eksisterer i Ribben. Trykarealet er altsaa regnet for stort, Betonspændingen bliver større end forudsat. Jærnsplændingen bliver derimod mindre, da Momentarmen er regnet for lille.

De korrekte Spændingsformler findes i § 427, men er saa besværlige, at man gerne undgaar dem og udleder simple under Forudsætningen  $b_0 = 0$ , altsaa under Bortsyn fra de Trykspændinger der virker i Kroppen mellem Pladens Underside og Nullinien. Derved findes  $\sigma_b$  større og  $\sigma_j$  mindre end efter de korrekte Formler; dette mindre  $\sigma_j$  maa dog antages at være et bedre Maal for Brudsikkerheden end det korrekte  $\sigma_j$ , thi i Brudøjeblikket ligger Trykcentret højt.

For et vilkaarligt Tværnsnit (§ 272) og derfor ogsaa for Fig. 418 have:

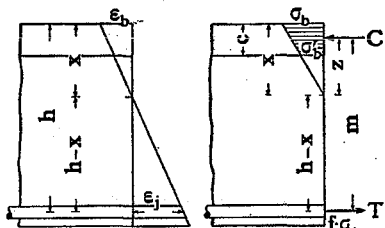


Fig. 418.

$$\frac{\epsilon_b}{\epsilon_j} = \frac{x}{h-x} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j}$$

eller:  $\sigma_b = \frac{\sigma_j \cdot x}{n \cdot h - x}$  (212)

samt:  $\sigma_j = \frac{M}{f \cdot m}$  (213)

og:  $m = h - x + z$ ,  
 hvor z er Trykresultantens Afstand fra Nullinien. Det gælder da blot om at finde x og z.

Da det nyttige Tværnsnits statiske Moment om Nullinien er Nul, have:

$$\frac{b \cdot c}{n \cdot f} = \frac{h-x}{x - \frac{1}{2}c} \quad \text{eller} \quad \frac{b \cdot c}{b \cdot c + n \cdot f} = \frac{h-x}{h - \frac{1}{2}c}, \quad \text{hvoraf:}$$

$$h-x = \frac{h - \frac{1}{2}c}{1 + \frac{n \cdot f}{b \cdot c}} \quad \text{og} \quad x = \frac{1}{2}c + \frac{h - \frac{1}{2}c}{1 + \frac{n \cdot f}{b \cdot c}} \quad (214-15)$$

der indsat i (212) giver:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_j \cdot \frac{n \cdot f}{b \cdot c} + \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{h}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{h}} \quad (216)$$

Betegner  $\sigma'_b$  Spændingen ved Pladens Underside, have:

$$\frac{\sigma_b}{\sigma'_b} = \frac{x}{x-c} \quad \text{og} \quad \text{følgelig} \quad \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{\sigma_b + \sigma'_b} = \frac{c}{2x-c}$$

z bestemmes derved, at Spændingstrapezets statiske Moment om Plademidten skal være lig Summen af Spændingsrektanglets og Spændingstrekanterens Momenter. Da Rektanglets Moment er Nul, faas:

$$c \cdot \frac{\sigma_b + \sigma'_b}{2} \cdot \left( \frac{c}{2} - (x-z) \right) = c \cdot \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{2} \cdot \frac{c}{6}$$

hvoraf:  $\frac{c}{2} - x + z = \frac{c}{6} \cdot \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{\sigma_b + \sigma'_b} = \frac{c^2}{6 \cdot (2x-c)}$

altsaa:  $z = x - \frac{c}{2} + \frac{c^2}{6 \cdot (2x-c)}$

og:  $m = h - x - z = h - \frac{c}{2} + \frac{c^2}{12 \cdot (x - \frac{1}{2}c)}$  (217)

Spændingsbestemmelsen sker lettest ved at bruge Formlerne i Ordenen (215), (217), (213), (212).

Brug af Flugtlinietavler omtales i § 431.

Vil man tage Hensyn til Betonens Trækspændinger kan Formlerne for Trykarmring (§ 453) bruges, naar  $f^c$  sættes lig Nul.

426. Simple Formler. Betingelsen for, at Nullinien falder i Pladen, findes af (215) ved at sætte  $x \geq c$  og bliver:

$$h \geq c + \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot c^2}{n \cdot f} \quad (218)$$

Betingelsen for  $x \geq \frac{5}{4}c$  (§ 429) er:  $h \geq \frac{5}{4}c + \frac{3}{4} \cdot \frac{b \cdot c^2}{n \cdot f}$  (218a)

Om Spændingerne er mindre end de tilladelige kan afgøres uden Beregning af x og m. Da  $m > h - \frac{1}{2}c$ , findes:

$$\sigma_j < \frac{M}{f \cdot (h - \frac{1}{2}c)} \quad (219)$$

der indsat i (216) giver en for stor Værdi af  $\sigma_b$ . Mere paa den sikre Side, men simple, er følgende af Bartels angivne Formel for  $\sigma_b$  (§ 431):

$$\sigma_b = \frac{\sigma_j \cdot c + \frac{M_{100}}{c}}{h - c} \quad (220)$$

Spændingsbestemmelse naar Bjælkekroppen medregnes.

427. Ved høje Bjælker med tynd Plade kan Trykspændingerne i Bjælkekroppen under Nullinien faa Betydning. Formler for dette Tilfælde kan udledes ved at bestemme det nyttige Tværnsnits Tyngdepunktslinie, Inertmoment og Modstandsmoment. De bruges lettest paa følgende Maade. Først beregnes Størrelserne:

$$\alpha_1 = \frac{n \cdot f}{b_0} \quad \alpha_2 = c \cdot \frac{b - b_0}{b_0} \quad \alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2 \quad \alpha_4 = \frac{2 \cdot h \cdot \alpha_1 + c \cdot \alpha_2}{\alpha_3^2}$$

Derefter have:

$$x = \alpha_3 \cdot (-1 + \sqrt{1 + \alpha_4})$$

$$m = h - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}c \left( -1 + \frac{bx^2}{b_0(x-c)^2 + bc(2x-c)} \right) \quad \sigma_j = \frac{M}{m \cdot f} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_j}{n} \cdot \frac{x}{h-x}$$

428. Tværnsnittets Bæreevne lader sig bestemme hurtigere end Spændingerne. Nulliniens Beliggenhed er givet ved  $x = \beta \cdot h$  (Fig. 419), hvor  $\beta = n : (\gamma + n)$ . Man forudsætter foreløbig Randspændingerne kendte og udregner den Trykkraft C, som en massiv Plade vilde kunne optage, og trækker derfra den Trykkraft C', som falder paa det manglende Areal  $(b - b_0) \cdot (x - c)$ . Man finder:

$$C = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x \cdot \sigma_b$$

$$C' = \frac{1}{2} \cdot (b - b_0) \cdot (x - c) \cdot \sigma'_b$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (b - b_0) \cdot \frac{(x - c)^2}{x} \cdot \sigma_b$$

Bjælken kan følgelig optage Momentet:

$$M = C \cdot m - C' \cdot m' \quad (221)$$

hvor  $m = h - \frac{1}{2}x$   
 $m' = h - c - \frac{1}{2} \cdot (x - c)$

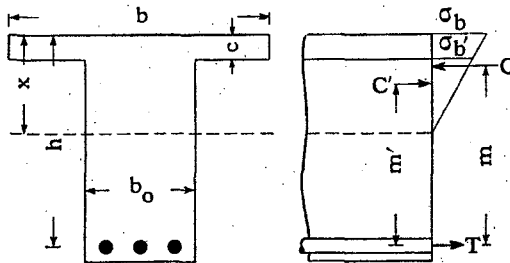


Fig. 419.

Hvis man i (221) indsætter de af de tilladelige Spændinger afledede Værdier, finder man det største Moment, Tværsnittet kan optage, naturligvis under Forudsætning af, at Jærneareal har den rette Størrelse, nemlig:

$$f = (C - C') : s_j \quad (222)$$

Er det Moment, Tværsnittet har at optage, mindre, og er Jærndlæggene bestemt ved en Tilnærmelsesmetode, der er paa den sikre Side, saa er  $\sigma_b < \sigma_b^{bc}$ , selv om Jærndlæggene er mindre end efter (222).

Til Eksempel bestemmes det Moment, som Tværsnittet i Fig. 420 kan optage, naar de tilladelige Spændinger er 40 og 1000.

$$\begin{aligned} x &= \beta \cdot h = 0,375 \cdot 57 = 21,4 \text{ cm} & \sigma'_b &= 40 \cdot \frac{21,4 - 8}{21,4} = 25 \text{ at.} \\ C &= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 21,4 \cdot 40 = 42800 \text{ kg} & C' &= \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 13,4 \cdot 25 = 10050 \text{ kg.} \\ M &= 42800 \cdot \left(57 - \frac{21,4}{3}\right) - 10050 \cdot \left(49 - \frac{13,4}{3}\right) = 1692000 \text{ kgcm.} \end{aligned}$$

Dette Moment kan optages, hvis  $f \geq (42800 - 10050) : 1000 = 32,75 \text{ cm}^2$ .

Er det virkelige Jærneareal  $\frac{1}{3}$  af dette, er det tilladelige Moment større end  $\frac{1}{3}$  af det beregnede.

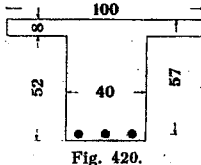


Fig. 420.

### c. Dimensioneringsformler.

#### α. Nullinien ligger i Hovedet.

429. Hvis Nullinien falder i Hovedet, foregaar Dimensioneringen ganske som ved Plader, kun at man ved Beregning af  $M_{100}$  maa erindre, at den nyttige Bredde kan være mindre end den virkelige. Dimensioneringen er vist ved et Eksempel i § 444. Naar det nødvendige  $h$  er fundet, maa man sikre sig, at det tilsvarende  $x$  er mindre end  $c$ ; er dette Tilfældet, kan man godt bagefter forøge Højden og formindske Jærneareal proportionalt, thi det nye Tværsnit vil faa en mindre Betonspænding end det gamle, uanset at Nullinien er rykket længere ned.

Findes det til nødv.  $h$  svarende  $x$  derimod at være større end  $c$ , har man regnet med et for stort Trykareal og altsaa fundet en for ringe Højde.  $x$  kan dog blive væsentlig større end  $c$ , uden at  $\sigma_b$  bliver væsentlig større end tilladt; naar  $x$  vokser fra  $c$  til  $\frac{1}{2}c$ , vokser  $\sigma_b$  kun med 4%, og en saa ringe Overskridelse kan man uden Betænkelighed tillade, saaledes at man kun behøver at regne om, saafremt  $x > \frac{1}{2}c$ .

#### β. Nullinien ligger i Kroppen.

430. Korrekte Formler. Naar Nullinien ligger i Kroppen, kan korrekte Dimensioneringsformler udledes paa følgende Maade. Givet er  $b$ ,  $b_0$ ,  $c$ ,  $M$ ,  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ , altsaa ogsaa  $\gamma$ ,  $\beta$  og  $\mu$ . Er  $b_0$  ikke givet, maa Værdien skønnes. Det søgte Tværsnit bestaar af Kroppareal  $h \cdot b_0$ , hvis Bidrag til Modstandsmomentet kaldes  $W_0$ , og de to Pladeflages Areal  $c \cdot (b - b_0)$ , hvis Bidrag til Modstandsmomentet kaldes  $W_p$ . Det søgte Tværsnits Modstandsmoment er da:

$$W_b = W_0 + W_p.$$

Man har  $W_0 = \mu \cdot b_0 \cdot h^2$ , hvor  $\mu = \frac{1}{3} \cdot \beta \cdot (3 - \beta)$ , medens et Udtryk for  $W_p$  først maa udledes.

Af Fig. 418 faas:

$$\frac{\sigma'_b}{\sigma_b} = \frac{x - c}{x} \quad \text{eller:} \quad \frac{\sigma'_b + \sigma_b}{\sigma_b} = \frac{2x - c}{x} = 2 - \frac{c}{x}.$$

Trykkraften i Pladeflignene er:

$$C_p = (b - b_0) \cdot c \cdot \frac{\sigma'_b + \sigma_b}{2} = \frac{1}{2} \cdot (b - b_0) \cdot c \cdot \sigma_b \cdot \left(2 - \frac{c}{x}\right)$$

og giver et Moment, der ved Hjælp af (217) kan skrives:

$$M_p = C_p \cdot m_p = \frac{1}{2} \cdot (b - b_0) \cdot c \cdot \sigma_b \cdot \left(2 - \frac{c}{x}\right) \cdot \left(h - \frac{c}{2} + \frac{c^2}{12 \cdot (x - \frac{1}{2}c)}\right)$$

hvoraf: 
$$\frac{M_p}{\sigma_b \cdot (b - b_0) \cdot c^2} = \frac{h}{c} + \frac{1}{3} \cdot \frac{c}{x} - \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{h}{x}\right).$$

Heri indføres:  $x = \beta \cdot h = h : (1 + \gamma : n)$ :

$$\frac{M_p}{\sigma_b \cdot (b - b_0) \cdot c^2} = \frac{h}{c} + \frac{1}{3} \cdot \frac{c}{h} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{n}\right) - \left(1 + \frac{\gamma}{2n}\right) \quad (223)$$

altsaa: 
$$W_p = (b - b_0) \cdot c^2 \cdot \left[\frac{h}{c} + \frac{1}{3} \cdot \frac{c}{h} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{n}\right) - \left(1 + \frac{\gamma}{2n}\right)\right]$$

$$W_b = W_0 + W_p = \mu \cdot b_0 \cdot h^2 + (b - b_0) \cdot c^2 \cdot \left[\frac{h}{c} + \frac{1}{3} \cdot \frac{c}{h} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{n}\right) - \left(1 + \frac{\gamma}{2n}\right)\right] \quad (224)$$

Af denne Ligning kan  $h$  findes, da  $W_b = M : \sigma_b^{bc}$ , men da  $h$  indgaar i 3' Potens, bruger man altid Tilnærmelsesmetoder.

431. Bjælkekroppen medregnes ikke. Da  $b_0$  som Regel først kendes efter Dimensioneringen, lettes denne meget, naar man sætter  $b_0 = 0$ . Af (223) findes da:

$$\frac{M}{\sigma_b \cdot b \cdot c^2} = \frac{h}{c} + \frac{1}{3} \cdot \frac{c}{h} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{n}\right) - \left(1 + \frac{\gamma}{2n}\right) \quad (225)$$

For en given Værdi af  $c : h$  vil Bjælken altsaa kunne optage et Moment, der er proportionalt med  $b \cdot c^2$ . Løses Ligningen m. H. t.  $h$ , findes:

$$h = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot c \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4}{3} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{n}\right) \cdot \frac{1}{\alpha^2}}\right) \quad (226)$$

idet: 
$$\alpha = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma}{n} + \frac{M}{\sigma_b^{bc} \cdot b \cdot c^2}.$$

Naar  $h$  er fundet, kan  $m$  beregnes af (217), idet man enten bortkaster sidste Led, hvilket er paa den sikre Side, eller indfører:  $x = h : (1 + \gamma : n)$ . Derefter haves  $f = M : m s_j$ .

Da Beregningerne er noget omstændelige, henvises til efterfølgende Tabeller. Er de tilladelige Spændinger andre end Tabellernes, kan man benytte en Flugtlinietavle<sup>1)</sup> eller bruge nedenstaaende af Bartels angivne Tilnærmelsesformel<sup>2)</sup>, som [man kommer til ved i (225) at bortkaste mellemste Led paa højre Side. Dette Led er lille i Forhold til de to andre, og sættes det lig nul, bliver 2' Led under Rodtegnet i (226) ogsaa Nul og derfor  $h = \alpha \cdot c$  eller:

$$h = c \cdot \left(1 + \frac{1}{2n} \cdot \frac{s_j}{\sigma_b^{bc}}\right) + \frac{M}{b \cdot c \cdot \sigma_b^{bc}}, \quad (227)$$

der giver Højden en lille Smule for stor.  $f$  bestemmes af:

$$f = \frac{M}{m \cdot s_j} < \frac{M}{(h - \frac{1}{2}c) \cdot s_j}.$$

432. I hosstaaende Tabeller er for Spændingssættene  $60/1200$ ,  $50/1200$  og  $40/1000$  beregnet sammenhørende Værdier af  $\frac{m}{h}$ ,  $\frac{f}{Bc}$  og  $\frac{M}{Bc^2}$ , idet  $B$  er den nyttige Pladebredde i Meter og  $M$  er udtrykt i kgm.

<sup>1)</sup> Ing. 1926, S. 101 (K. W. Johansen).

<sup>2)</sup> Ing. 1908, S. 255.

$\frac{c}{h}$	$\frac{m}{h}$	$\frac{f}{B \cdot c}$	$\frac{M}{B \cdot c^2}$	$\frac{c}{h}$	$\frac{m}{h}$	$\frac{f}{B \cdot c}$	$\frac{M}{B \cdot c^2}$	$\frac{c}{h}$	$\frac{m}{h}$	$\frac{f}{B \cdot c}$	$\frac{M}{B \cdot c^2}$	$\frac{c}{h}$	$\frac{m}{h}$	$\frac{f}{B \cdot c}$	$\frac{M}{B \cdot c^2}$
$s_b^{bc} = 60 \text{ at}, s_j = 1200 \text{ at}$				$s_b^{bc} = 60 \text{ at}, s_j = 1200 \text{ at}$				$s_b^{bc} = 50 \text{ at}, s_j = 1200 \text{ at}$				$s_b^{bc} = 40 \text{ at}, s_j = 1000 \text{ at}$			
0,430	0,857	2,49	59,6	0,120	0,943	4,30	405	0,215	0,906	3,00	151,6	0,300	0,883	2,40	70,7
0,425	0,857	2,52	61,1	0,115	0,945	4,33	428	0,210	0,908	3,03	157,0	0,295	0,884	2,43	72,3
0,420	0,857	2,55	62,5	0,110	0,948	4,36	452	0,205	0,910	3,06	162,6	0,290	0,886	2,45	75,0
0,415	0,857	2,58	63,9	0,105	0,950	4,39	478	0,200	0,912	3,08	168,6	0,285	0,887	2,48	77,3
0,410	0,857	2,61	65,5	0,100	0,952	4,42	505	0,195	0,914	3,11	174,3	0,280	0,888	2,51	79,7
0,405	0,858	2,64	67,1	0,095	0,954	4,45	535	0,190	0,915	3,14	181,3	0,275	0,889	2,53	82,1
0,400	0,858	2,67	68,7	0,090	0,957	4,48	571	0,185	0,917	3,17	188,1	0,270	0,891	2,56	84,5
0,395	0,859	2,70	70,3	0,085	0,959	4,51	611	0,180	0,919	3,19	195,3	0,265	0,892	2,59	87,0
0,390	0,859	2,73	72,0	0,080	0,961	4,53	654	0,175	0,921	3,22	203	0,260	0,893	2,61	89,7
0,385	0,860	2,75	73,7	0,075	0,964	4,56	704	0,170	0,923	3,25	211	0,255	0,894	2,64	92,5
0,380	0,860	2,78	75,5	0,070	0,966	4,59	759	0,165	0,925	3,27	220	0,250	0,896	2,67	95,5
0,375	0,861	2,81	77,3	0,065	0,969	4,62	827	0,160	0,927	3,30	229	0,245	0,897	2,69	98,6
0,370	0,862	2,84	79,4	0,060	0,971	4,66	904	0,155	0,929	3,33	239	0,240	0,899	2,72	101,8
0,365	0,863	2,87	81,4	0,055	0,974	4,68	994	0,150	0,931	3,35	250	0,235	0,900	2,75	105,1
0,360	0,863	2,90	83,4	0,050	0,976	4,71	1102	0,145	0,933	3,38	261	0,230	0,902	2,77	108,7
0,355	0,864	2,93	85,6	0,045	0,978	4,74	1233	0,140	0,935	3,41	273	0,225	0,903	2,80	112,5
0,350	0,865	2,96	87,8	0,040	0,980	4,77	1400	0,135	0,937	3,44	286	0,220	0,905	2,83	116,4
0,345	0,866	2,99	90,0	0,035	0,983	4,80	1618	0,130	0,940	3,46	300	0,215	0,907	2,85	120,5
0,340	0,867	3,02	92,2	0,030	0,985	4,83	1900	0,125	0,942	3,49	316	0,210	0,909	2,88	124,8
0,335	0,868	3,05	94,6	0,025	0,988	4,85	2300	0,120	0,944	3,52	332	0,205	0,910	2,91	129,2
0,330	0,869	3,08	97,0	0,020	0,990	4,88	2900	0,115	0,946	3,54	349	0,200	0,912	2,93	133,8
0,325	0,870	3,10	99,7	0,015	0,993	4,91	3910	0,110	0,948	3,57	369	0,195	0,914	2,96	138,3
0,320	0,872	3,13	102,4	0,010	0,995	4,94	5890	0,105	0,950	3,60	391	0,190	0,916	2,99	144,0
0,315	0,873	3,16	105,1	0,005	0,998	4,97	11910	0,100	0,952	3,63	414	0,185	0,918	3,01	149,4
0,310	0,874	3,19	107,9	0,000	1,000	5,00	$\infty$	0,095	0,954	3,65	440	0,180	0,920	3,04	155,1
0,305	0,875	3,22	110,9				0,090	0,956	3,68	469	0,175	0,922	3,07	161,2	
0,300	0,877	3,25	114,0				0,085	0,959	3,71	501	0,170	0,923	3,09	167,3	
0,295	0,878	3,28	117,2				0,080	0,961	3,73	537	0,165	0,925	3,12	174,9	
0,290	0,880	3,31	120,4	0,385	0,872	2,08	56,5	0,075	0,964	3,76	579	0,160	0,927	3,15	182,4
0,285	0,881	3,34	123,8	0,380	0,872	2,11	58,0	0,070	0,966	3,79	627	0,155	0,929	3,17	190,3
0,280	0,883	3,37	127,4	0,375	0,872	2,14	59,6	0,065	0,969	3,82	682	0,150	0,931	3,20	198,6
0,275	0,884	3,40	131,1	0,370	0,872	2,16	61,2	0,060	0,971	3,84	746	0,145	0,934	3,23	207,2
0,270	0,886	3,43	135,0	0,365	0,873	2,19	62,8	0,055	0,974	3,87	822	0,140	0,936	3,25	216,2
0,265	0,887	3,45	139,0	0,360	0,873	2,22	64,4	0,050	0,976	3,90	913	0,135	0,938	3,28	225,7
0,260	0,889	3,48	143,1	0,355	0,874	2,24	66,1	0,045	0,978	3,92	1020	0,130	0,940	3,31	235,7
0,255	0,890	3,51	147,4	0,350	0,874	2,27	67,9	0,040	0,980	3,95	1161	0,125	0,942	3,33	251
0,250	0,892	3,54	151,8	0,345	0,875	2,30	69,8	0,035	0,983	3,98	1340	0,120	0,944	3,36	264
0,245	0,894	3,57	156,4	0,340	0,875	2,33	71,8	0,030	0,985	4,00	1577	0,115	0,946	3,39	278
0,240	0,896	3,60	161,2	0,335	0,876	2,35	73,7	0,025	0,988	4,03	1910	0,110	0,948	3,41	294
0,235	0,897	3,63	166,3	0,330	0,876	2,38	75,7	0,020	0,990	4,06	2404	0,105	0,951	3,44	311
0,230	0,899	3,66	171,5	0,325	0,877	2,41	77,8	0,015	0,993	4,09	3235	0,100	0,953	3,47	330
0,225	0,901	3,69	177,0	0,320	0,878	2,43	80,0	0,010	0,995	4,11	4950	0,095	0,955	3,49	351
0,220	0,903	3,72	183,0	0,315	0,879	2,46	82,2	0,005	0,998	4,14	9910	0,090	0,957	3,52	374
0,215	0,905	3,75	189,2	0,310	0,880	2,49	84,1	0,000	1,000	4,17	$\infty$	0,085	0,960	3,55	400
0,210	0,906	3,78	195,6	0,305	0,881	2,52	87,1					0,080	0,962	3,57	430
0,205	0,908	3,80	202	0,300	0,881	2,54	89,7					0,075	0,964	3,60	462
0,200	0,910	3,83	209	0,295	0,882	2,57	92,3					0,070	0,966	3,63	500
0,195	0,912	3,86	216	0,290	0,883	2,60	95,0	0,375	0,875	2,00	46,6	0,065	0,969	3,65	545
0,190	0,914	3,89	224	0,285	0,885	2,62	97,8	0,370	0,875	2,03	47,9	0,060	0,971	3,68	596
0,185	0,916	3,92	233	0,280	0,886	2,65	100,6	0,365	0,875	2,05	49,2	0,055	0,974	3,71	656
0,180	0,918	3,95	242	0,275	0,888	2,68	103,6	0,360	0,875	2,08	50,6	0,050	0,976	3,73	730
0,175	0,920	3,98	252	0,270	0,889	2,70	106,7	0,355	0,876	2,11	52,0	0,045	0,978	3,76	817
0,170	0,922	4,01	262	0,265	0,891	2,73	110,0	0,350	0,876	2,13	53,5	0,040	0,980	3,79	925
0,165	0,924	4,04	272	0,260	0,892	2,76	113,4	0,345	0,877	2,16	55,0	0,035	0,983	3,81	1072
0,160	0,926	4,07	283	0,255	0,894	2,79	117,1	0,340	0,877	2,19	56,5	0,030	0,985	3,84	1260
0,155	0,928	4,10	295	0,250	0,895	2,81	120,9	0,335	0,878	2,21	58,0	0,025	0,988	3,87	1528
0,150	0,930	4,13	307	0,245	0,897	2,84	124,7	0,330	0,878	2,24	59,6	0,020	0,990	3,89	1927
0,145	0,932	4,15	320	0,240	0,898	2,87	128,6	0,325	0,879	2,27	61,3	0,015	0,993	3,92	2600
0,140	0,935	4,18	335	0,235	0,900	2,89	132,7	0,320	0,880	2,29	63,0	0,010	0,995	3,95	3925
0,135	0,937	4,21	350	0,230	0,901	2,92	137,2	0,315	0,880	2,32	64,8	0,005	0,998	3,97	7920
0,130	0,939	4,24	367	0,225	0,903	2,95	141,7	0,310	0,881	2,35	66,7	0,000	1,000	4,00	$\infty$
0,125	0,941	4,27	385	0,220	0,904	2,98	146,5	0,305	0,882	2,37	68,6				

Er f. Eks.  $M = 26700 \text{ kgm}$ ,  $B = 2 \text{ m}$ ,  $c = 10 \text{ cm}$ ,  $s_b^{bc} = 40 \text{ at}$ ,  $s_j = 1000 \text{ at}$ , be regner man  $M : Bc^2 = 26700 : (2 \cdot 10^2) = 133,5$ , og Tabellen giver da de til Spændingerne 40 og 1000 svarende Dimensioner, nemlig  $h = c : 0,200 = 50 \text{ cm}$  og  $f = 2,93Bc = 58,6 \text{ cm}^2$ .

**433. Bjælkekroppen medregnes.** Ved store Værdier af  $x : c$  og  $b_0 : b$  vil den af Tabellerne eller Bartels' Formel (227) fundne Højde være unødigt stor, og man kan da enten gaa frem efter § 461 eller gøre Brug af (224) med Udeladelse af det lidet betydende Midterled i den sidste Faktor, altsaa:

$$W_b = \frac{M}{s_b^{bc}} = \mu \cdot b_0 \cdot h^2 + (b - b_0) \cdot c \cdot h - (b - b_0) \cdot c^2 \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{2n}\right)$$

der løst m. H. t.  $h$  giver:

$$h = k_1 \cdot (-1 + \sqrt{1 + k_2 + k_3})$$

hvor:

$$k_1 = \frac{c}{2} \cdot \frac{b - b_0}{\mu \cdot b_0} \quad k_2 = \frac{2c}{k_1} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{2n}\right) \quad k_3 = \frac{M}{\mu \cdot b_0 \cdot s_b^{bc} \cdot k_1^2}$$

**Eksempel.** Et Tværnsnit med  $b = 100 \text{ cm}$ ,  $b_0 = 40 \text{ cm}$ ,  $c = 10 \text{ cm}$  skal dimensioneres for  $M = 40000 \text{ kgm}$ ; de tilladte Spændinger er 50/1200.

Da  $\gamma = 1200 : 50 = 24$ , giver Tabellen Side 205  $\mu = 0,1676$ , altsaa:

$$k_1 = 5 \cdot \frac{60}{6,7} = 44,7 \quad k_2 = \frac{20}{44,7} \cdot 1,8 = 0,81 \quad k_3 = \frac{40000 \cdot 100}{6,7 \cdot 50 \cdot 44,7^2} = 5,99$$

$$h = 44,7 \cdot (-1 + \sqrt{1 + 0,81 + 5,99}) = 80,2 \text{ cm}$$

For at finde  $f$  beregner man  $x = \beta \cdot h = 0,385 \cdot 80,2 = 30,8 \text{ cm}$

og  $\sigma_b = \sigma_b \cdot \frac{x - c}{x} = 50 \cdot \frac{20,8}{30,8} = 33,8$  samt Trykkrefterne  $C_0$  i Kroppen og  $C_p$  i Pladeflignene:

$$C_0 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_b \cdot x \cdot b_0 = \frac{1}{2} \cdot 33,8 \cdot 30,8 \cdot 40 = 30800 \text{ kg}$$

$$C_p = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_b + \sigma_b') \cdot (b - b_0) \cdot c = \frac{1}{2} \cdot 83,8 \cdot 60 \cdot 10 = 25200 \text{ kg}$$

$$C = C_0 + C_p = 56000 \text{ kg} \quad f = C : s_j = 56000 : 1200 = 46,6 \text{ cm}^2$$

Til Kontrol beregnes de to Momentarme:

$$m_0 = h - \frac{1}{2}x = 80,2 - 10,3 = 69,9 \quad m_p = h - \frac{1}{2}c = 75,2$$

og Momentsummen:

$$C_0 \cdot m_0 + C_p \cdot m_p = 30,8 \cdot 0,699 + 25,2 \cdot 0,752 = 21,6 + 18,9 = 40,5 \text{ tm}$$

sesvis kan have det fornødne Kendskab til dem. Jærnets og Betonens Pris kan udregnes, naar man kender Arbejdernes Priskurant og Dagens Pris paa Materialerne, men Forskallingsprisen varierer saa stærkt med Arbejdets Art og med det Antal Gange, man kan flytte rundt med de samme Forme, at den maa fastsættes i hvert enkelt Tilfælde.

Kun hvis et Arbejde udføres efter forud aftalte Priser pr. kg Jærn, m<sup>3</sup> Beton og m<sup>3</sup> Forskalling, har man et sikkert Grundlag for Bestemmelsen af det billigste Tværsnit; i alle andre Tilfælde er Grundlaget usikkert. Naar dertil kommer, at det paagældende Tværsnit kun kan findes ved gentagne Omregninger og ofte viser sig at være uanvendeligt, fordi det medfører for store Spændinger eller har tekniske eller æstetiske Mangler, maa man i Almindelighed hellere vælge et andet Dimensioneringsgrundlag, der frembyder sikrere Fordele (§ 442).

**435. Priser.** I de senere udledede Formler vil der som Regel blive regnet med følgende Priser, der svarer til Forholdene i 1929:

Jærn:	28 Øre/kg	$P_j = 28 \cdot 7850 : 10^6 = 0,22$ Øre/cm <sup>3</sup>
Beton:	50 Kr./m <sup>3</sup>	$P_b = 5000 : 10^6 = 0,005$ »
Formside:	3 Kr./m <sup>2</sup>	$P_f = 300 : 10^4 = 0,03$ Øre/cm <sup>2</sup>
Formbund:	1,60 »	$P'_f = 160 : 10^4 = 0,016$ »

$\frac{P_f}{P_b} = 6$	$\frac{P'_f}{P_b} = 3,2$	$\frac{P_j}{P_b} = 44$	$\frac{P_j}{2 \cdot P_f} = 3,67$	$\frac{P'_f}{2 \cdot P_f} = 0,267$	$\frac{P_b}{2 \cdot P_f} = 0,083$
-----------------------	--------------------------	------------------------	----------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------

#### Jærnprisen Udregning:

Jærnets Indkøbspris .....	13 Øre/kg
Arbejdsløn, Mestersalær, Spild m. m. ....	15 »
	28 Øre/kg

#### Betonprisen Udregning:

1 m <sup>3</sup> Cement ∞ 8 Tdr. à Kr. 11 .....	88 Kr.
2 » Grus à Kr. 6 .....	12 »
3 » Sten » 9 .....	27 »
6 m <sup>3</sup> Tørstoffer giver 6 · 2/3 = 4 m <sup>3</sup> Beton, der koster .....	127 Kr.
Materialet til 1 m <sup>3</sup> Beton koster Kr. 127 · 1/4 ∞ .....	32 »
Arbejdsløn .....	10 »
Mestersalær .....	8 »
1 m <sup>3</sup> Beton koster ...	50 Kr.

I Arbejdslønnen er baade Blanding, Ophejsning og Udstøbning indbefattet. Har man mekanisk Kraft til Ophejsningen, koster denne saa lidt, at Prisen kan regnes uafhængig af Ophejsningshøjden.

**Formprisen Udregning.** I Formprisen er ikke medregnet Udgiften til Stolper og dsses Afstivning, da denne Udgift er konstant, selv om Bjælkekroppens Tværsnit ændres noget.

Indkøbsprisen for 1 Fod<sup>3</sup> Brædder er sat til 2 Kr. Af 1 Fod<sup>3</sup> Brædder faas 1 m<sup>3</sup> Pladeform indbefattet Underlag (primære Ridebrædder) eller 1 m<sup>3</sup> Bjælkeflage indbefattet Revler. Brædderne regnes brugt 3 Gange paa samme Byggeplads og derefter at være værdiløse, hvorved Brædderprisen pr. m<sup>3</sup> Betonflade bliver 2/3 Kr. Ved en Vurdering af Bræddernes Værdi, naar Arbejdet er afsluttet, maa der tages Hensyn til, at der løber een eller to Transporter paa, inden de kan bruges paa en anden Arbejdsplads.

Temperlønnen for Opstilling, Nedtagning og Rensning af 1 m<sup>3</sup> Pladeform ekskl. Afstivning og incl. Søm og alle Tillæg samt Mestersalær kan sættes til 72 Øre/m<sup>3</sup>, hvorved den samlede Pris bliver:

Brædder til 1 m <sup>3</sup> Pladeform: Kr. 2,00 · 1/3 ∞ Kr. 0,68
Arbejdsløn ekskl. Afstivning: » 0,72

Pris for 1 m<sup>3</sup> Pladeform: Kr. 1,40

Temperlønnen for Bjælkekasserne afhænger af Rundmaalet  $2h_0 + b_0$ ; jo større dette er, des mindre er Lønnen pr. m<sup>3</sup> Betonoverflade. Man kan regne:

Rundmaal:	50	100	200 cm
Løn pr. m <sup>2</sup> :	300	225	180 Øre.

Af denne Løn falder Halvdelen paa Flagernes Fremstilling, Halvdelen paa deres Opstilling, Nedtagning m. m. Regnes med Bjælkekasser af Middelstørrelse, kan Lønnen sættes til:

Flagernes Fremstilling .....	Kr. 1,15
» Opstilling, Nedtagning m. m. ....	» 1,15
	Kr. 2,30

Kan Flagerne uden Ændring bruges f. Eks. 3 Gange paa samme Byggeplads, bliver Lønnen pr. m<sup>3</sup> Betonflade:

Flagernes Fremstilling: Kr. 1,15 · 1/3 = .....	Kr. 0,38
» Opstilling, Nedtagning m. m. ....	» 1,25
	Kr. 1,63

idet der for de brugte Flagers Opstilling er en Tillægsbetaling af 10 Øre pr. m<sup>3</sup> for hver Gentagelse.

Naar Flagerne kun regnes brugt 1 Gang, og naar deres Værdi efter Brugen sættes til ca. 2/3 af Bræddernes oprindelige Værdi, bliver Prisen:

Brædder til 1 m <sup>3</sup> Formside: Kr. 2,00 · 2/3 ∞ .....	Kr. 0,70
Arbejdsløn ekskl. Afstivning .....	» 2,30

Pris for 1 m<sup>3</sup> Formside ... Kr. 3,00

For Formbunden gælder samme Pris, men da en Ændring af  $b_0$  medfører en tilsvarende Ændring af Pladearalet, er det kun Priskoefficienten, der i denne Forbindelse har Interesse:

Pris for 1 m<sup>3</sup> Formbund: Kr. 3,00 — Kr. 1,40 = Kr. 1,60.

**436. Kropbredden er givet<sup>1)</sup>.** Vi forudsætter  $M$  og  $b_0$  givne og søger det billigste Tværsnit. I dette maa enten  $\sigma_b$  eller  $\sigma_j$  være lig den tilladelige Værdi, thi er de bægge lavere, kan enten  $h$  eller  $f$  formindskes, uden at den anden Størrelse forøges, hvorved Tværsnittet bliver billigere. Da det tidligere (§ 376) er paavist, at den til de tilladte Spændinger svarende Højde kun kan formindskes ved en uforholdsmæssig stor Forøgelse af  $f$ , er det paa Forhaand givet, at det billigste Tværsnit har  $\sigma_j = s_j$ , selv om Forholdet mellem Jærnets Pris og de øvrige Materialers Pris skulde synke til en hidtil ukendt Værdi. Vi forudsætter derfor  $\sigma_j = s_j$  og har da  $f$  og  $m$  forbundne ved Ligningen:

$$f = \frac{M}{m \cdot s_j};$$

hvis derfor Højden forøges med  $dm$  (Fig. 421), maa  $f$  forøges med:

$$df = -\frac{M}{s_j} \cdot m^{-2} \cdot dm,$$

og Betingelsen for, at denne Forandring ikke paavirker Prisen, altsaa for at Tværsnittet er det billigste, bliver, naar Enhedspriserne er  $P_j$ ,  $P_b$  og  $P_f$  (se § 435):

$$b_0 \cdot dm \cdot P_b + 2dm \cdot P_f = \frac{M}{s_j \cdot m^2} \cdot dm \cdot P_j \quad \text{eller:} \quad m = \sqrt{\frac{M}{s_j} \cdot \frac{P_j \cdot P_b}{b_0 + 2 \cdot P_f \cdot P_b}} \quad (228)$$

Denne Formel giver  $m$  som en simpel Funktion af lutter bekendte Størrelser. Jo bredere Bjælken er, des lavere skal den gøres.

Naar  $m$  er bestemt af (228), udregnes  $\sigma_b$ ; findes  $\sigma_b \geq s_b^{bc}$ , er Opgaven løst; findes  $\sigma_b > s_b^{bc}$ , er det fundne, billigste Tværsnit ubrugeligt, og det billigste brugbare Tværsnit er da det, der svarer til de tilladte Spændinger.

Indføres Priserne fra § 435, faas:

$$m = \sqrt{\frac{M}{s_j} \cdot \frac{44}{b_0 + 12}} \quad (229)$$

Det er stiltiende forudsat, at Kropshøjdens Forøgelse er lig Momentarmens Forøgelse  $dm$ , hvilket kun gælder, saafremt Trykcentrets Afstand fra Pladens Underside forbliver uforandret. I Virkeligheden vil Trykcentret have sig et Stykke  $e$  som Følge af Jærnprocentens Formindskelse, og Bjælkekroppens Fordyrelse bliver derfor ikke proportional med  $dm$ , men med  $dm - e$ . Størrelsen  $e$  er imidlertid saa lille, at der kan ses bort fra den, navnlig, naar der ikke regnes med Kroppens Trykspændinger.

Bøjlerne behøver man heller ikke at beskæftige sig med, naar man forudsætter, at de skal optage hele Forskydningen, thi fordobles Bjælkehøjden, vil Bøjlernes Længde fordobles, men samtidig vil den forskydende Kraft, og dermed Bøjlernes Antal, formindskes til det halve.

<sup>1)</sup> Dette Afsnit har tidligere været offentliggjort i T. F. T. A. f. J. 1912, S. 1, og i B. u. E. 1912, S. 431. Se ogsaa en Afhandling af Mæx Mayer i B. u. E. 1914, S. 17.

**437. Eksempel.** En Bjælke med et 10 cm tykt og 1,8 m bredt Hoved skal optage Momentet 90 000 kgm. Kroppen ligger i en 1 Sten tyk Mur og skal have dennes Bredde (23 cm). Find den billigste Højde, naar Trykspændingerne i Kroppen ikke medregnes, og naar de tilladte Spændinger er 50 og 1200.

Den nødvendige Højde findes af Tabellen i § 432. Til  $\frac{M}{B \cdot c^2} = \frac{90\,000}{1,8 \cdot 100} = 500$  svarer  $\frac{c}{h} = 0,085$ , altsaa  $h = 118$  cm.

Den billigste Værdi af  $m$  findes af (229):

$$m = \sqrt{\frac{90\,000}{12} \cdot \frac{44}{23 + 12}} = 97,1 \text{ cm.}$$

Naar hertil lægges  $\frac{1}{4}c$ , faas  $h = 102,1$ , der er mindre end den nødvendige Højde og derfor ubrugelig.

Hadve Momentet kun været 9000 kgm, vilde man have fundet:  $h_{\text{ nødv}} = 0,345 \cdot \sqrt{\frac{9000}{1,8}} = 24,4$  cm, idet Nullinien ligger i Hovedet, og  $m_{\text{ økon}} = 30,7$  cm. Da denne Værdi er brugbar, beregnes  $f = \frac{9000}{30,7 \cdot 12} = 24,4 \text{ cm}^2 \approx 8 \text{ Rj. } 20 \text{ mm } (25,14 \text{ cm}^2)$ . Det er paa den sikre Side at sætte  $h = 30,7 + \frac{1}{4}c = 35,7$  cm; ønskes en finere Tilpasning kan man for Tværnittet med  $h = 35,7$  cm og  $f = 25,14 \text{ cm}^2$  beregne  $m$ ; Formlerne (215) og (217) giver  $\alpha = 10,32$  cm,  $m = 32,3$  cm. Da denne Værdi er 1,5 cm for høj, er det paa den sikre Side at forminske  $h$  med 1,6 cm, altsaa til 34,1 cm. Dermed er Opgaven løst. En Kontrolregning giver:  $\alpha = 10,05$ ,  $m = 30,75$ ,  $\sigma_f = 1164$ ,  $\sigma_b = 41$ .

Opgaven er i begge Tilfælde løst ud fra Jærnbeton-Bygmesterens Standpunkt; vil man finde den for Bygherren billigste Konstruktion, maa der i Formlen i Stedet for Betonprisen indføres Forskellen mellem denne og Murværkets Pris.

**438. Kropbredden vokser med Højden.** Som Regel er Kropbredden ikke givet, og der maa da fastsættes en Regel for dens Variation, saafremt en Formel for det billigste Tværnsnit skal kunne uddedes. Den i § 421 nævnte Regel  $b_0 = 3,5 \cdot \sqrt{h_0}$  fører til en Ligning af høj Grad, men kan erstattes med:

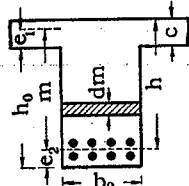
$$b_0 = 27 + 0,1 h_0 - \frac{300}{h_0} \quad (230)$$

der, som følgende Sammenstilling viser, giver nogenlunde samme Værdier:

$h_0 =$	20	30	40	50	60	80	100	300 cm
$3,5 \cdot \sqrt{h_0} =$	15,7	19,2	22,2	24,8	27,1	31,3	35	60,6
$27 + 0,1 \cdot h_0 - 300 : h_0 =$	14	20	23,5	26	28	31,3	34	56

Bjælkens Pris pr. lb. cm bliver (Fig. 422):

$$P = h_0 \cdot b_0 \cdot P_b + 2h_0 \cdot P_f + b_0 \cdot P'_f + f \cdot P_j \quad (231)$$



hvor  $P'_f$  er Prisforskellen mellem Bundforskalling og Pladeforskalling.

Kaldes Trykcentrets Afstand fra Pladens Underside  $e_1$  og Trækcentrets Afstand fra Kroppens Underside  $e_2$  og Forskellen mellem disse to Størrelser  $e$ , altsaa  $e = e_1 - e_2$

bliver Kroppens synlige Højde:  $h_0 = m - e$ . (232)

Indføres (232) og (230) i (231) tilligemed  $f = M : m s_j$ , kan man differentiere m. H. t. m og ved at sætte  $dP : dm = 0$  finder man Betingelsen for, at Tværnittet er det billigste. Regnes  $e$  at være en af m uafhængig konstant Størrelse, bliver Betingelsen:

$$m^3 + m^2 \cdot \left( 135 - 0,5e + 10 \cdot \frac{P_f}{P_b} + 0,5 \cdot \frac{P'_f}{P_b} \right) + 1500 \cdot \left( \frac{P_f}{P_b} - e \right) - 5 \cdot \frac{M}{s_j} \cdot \frac{P_j}{P_b} = 0. \quad (233)$$

$e$  kan være positiv eller negativ, men saafremt Trykcentret regnes liggende midt i Pladen, vil  $e$  være en lille Størrelse paa nogle faa Centimeter, som kan skønnes paa Forhaand eller sættes lig Nul.

Naar Priserne er kendte, kan man af (233) udregne en Tabel over sammenhørende Værdier af m og M og bruge denne Tabel ved Dimensioneringen. Efter denne maa  $\sigma_b$  og  $\tau_b$  undersøges.

**439. Forskydningsspændingen skal have en given Værdi.** Hvis det af (233) bestemte Tværnsnit viser sig for svagt overfor Forskydning, maa enten  $h$  eller  $b_0$  eller begge Størrelser forøges, og Opgaven er da at finde det til en given Værdi af  $\tau_b$  svarende billigste Tværnsnit. Man skal da i (231) indføre (232) samt (§ 497):

$$b_0 = \frac{Q_{\text{maks}}}{m \cdot \tau_b} \quad \text{og} \quad f = \frac{M}{m \cdot s_j} \quad (234)$$

hvorved Betingelsen for det billigste Tværnsnit bliver:

$$m = \sqrt{\frac{M}{s_j} \cdot \frac{P_f}{2P_f} + \frac{Q}{\tau_b} \cdot \left( \frac{P'_f}{2P_f} - e \cdot \frac{P_b}{2P_f} \right)}$$

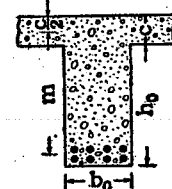
Man kan først udregne m for  $e = 0$ ; er den tilsvarende Værdi af h større end  $h_{\text{ nødv}}$ , findes  $b_0$  og f af (234), hvorefter e kan bestemmes og Beregningen gentages.

## d. Dimensionering i Praksis.

### a. Egenvægt og Højde.

**440. Kroppens Egenvægt.** Er Bjælkens Spændvidde  $L^m$ , bliver Kroppens Egenvægt (Fig. 423):

$$k = 0,24 \cdot h_0 \cdot b_0 \text{ kg/m.} \quad (235)$$



Kroparealet  $h_0 \cdot b_0$  maa skønnes, hvilket bedst sker paa Grundlag af Forskydningsspændingen  $\tau_b$ . Som det vil blive vist i § 497 bestemmes dennes største Værdi af Formlen:

$$\tau_b = \frac{(Q : m)_{\text{maks}}}{b_0} \quad (236)$$

eller, hvis alle Bjælkens Tværnsnit har samme m, af:

$$\tau_b = \frac{Q_{\text{maks}}}{m \cdot b_0} \quad (236 a)$$

hvor  $Q_{\text{maks}}$  er den største i Bjælken optrædende Tværkraft. Da m og  $h_0$  er meget nær lige store, kan (235) skrives:

$$k = 0,24 \cdot \frac{Q_{\text{maks}}}{\tau_b} = 0,24 \cdot \frac{Q + Q_k}{\tau_b} \quad (235 a)$$

hvor  $Q_k$  er den Tværkraft, der stammer fra Kropvægten, og Q den Tværkraft, der stammer fra Bjælkens øvrige Last. Da Q er kendt, og da  $Q_k$  kan udtrykkes ved k, naar Bjælkens Understøtningsmaade er givet, kan man af (235 a) beregne k, naar  $\tau_b$  vælges.

Er Bjælken f. Eks. simpelt understøttet og symmetrisk belastet, haves  $Q + Q_k = \frac{1}{2} \cdot (P + k \cdot L)$ , der indsat i (235 a) giver den totale Kropvægt:

$$K = k \cdot L = \frac{P}{\tau_b : 0,12 L - 1} \quad (235 b)$$

P er Bjælkens totale Last ekskl. Kropvægt.

Er Bjælken ikke simpelt understøttet, og vil man ikke ulejlige sig med at bestemme  $Q_k$ , kan man sætte  $Q_k = 0,1 \cdot Q$ .

For Bjælker med Skraaninger, altsaa med variabel m, findes maks  $\tau_b$  af (236), og man kan som Regel gaa ud fra, at den optræder i den positive Momentkurves Nulpunkt, og at m her har sin normale Værdi; man skønner da dette Punkts Beliggenhed og beregner  $Q_{\text{maks}}$  her.

$\tau_b$  maa aldrig overskride  $3 t_b$ , hvor  $t_b$  er den tilladte Forskydningsspænding for Beton uden Forskydningsarmering (§ 532). Til Brug ved Skønnet over Egenvægten kan man passende regne med den mindste af Værdierne:

$$\tau_b = \frac{3 \cdot t_b}{1 + \frac{200}{b \cdot c} \cdot L} \quad \tau_b = 2 \cdot t_b \quad (237)$$

hvor  $b$  er Nyttebredden. (235 a) eller (235 b) giver da den søgte Egenvægt. Er Bjælken kontinuerlig eller delvis indspændt, indføres for  $L$  den omtrentlige Afstand mellem Momentnulpunkterne for den Last, der giver størst positivt Moment.

**441. Minimumshøjde.** Da man ikke paa Forhaand ved, om Nullinien vil falde i eller under Pladen, dimensionerer man gerne først under Forudsætningen  $x \geq c$  (§ 429). Viser Forudsætningen sig at være gal, og er det magtpaaliggende at finde Minimumshøjden, gaas frem efter § 433.

Som Regel er denne Højde dog uden Interesse, og man nøjes da med at bestemme den til  $b_0 = 0$  svarende Minimumshøjde ved Hjælp af Tabellerne i § 432 eller Bartels Formel (227).

**442. Valg af Højde.** Skal Bjælken holdes lav, bruges Minimumshøjden, i modsat Fald vilde det være naturligt at bruge den mest økonomiske Højde (§ 434), saafremt denne er større, men den kan som Regel ikke bestemmes med tilstrækkelig Nøjagtighed. Under disse Forhold forhøjer man ofte Bjælken vilkaarligt med 50 til 100 %; dels fordi den højere Bjælke muligvis er billigere, dels fordi den muliggør Brugen af spinklere Jærn og simplere Forskydningsarmering, og endelig fordi en saadan Bjælkes Bæreevne kan forøges indtil umiddelbart før Støbningen blot ved en kraftigere Armering. Da det under disse Forhold er uden Betydning, om Bjælken bliver nogle Centimeter højere eller lavere, vælger man i Jærntabellen et passende Antal Jærn af en gængs Dimension, hvis samlede Areal er  $\frac{2}{3}$  à  $\frac{1}{2}$  Gang det til den nødvendige Højde svarende, og derefter proportionerer man sig til den endelige Højde.

Den Frihed, man har til at vælge Højden, kan man ofte udnytte saaledes, at den skønnede Kropvægt bliver rigtig, hvorved man sparer Omregning, hvilket navnlig er en Fordel ved kontinuerlige Bjælker<sup>1)</sup>. Det skønnede Kropareal  $h_0 \cdot b_0$  maa da ikke ændres, og hvis man som anbefalet i § 421 vælger  $b_0 = 3,5 \cdot \sqrt{h_0}$ , er bægge Kropmaal fikserede. Udtrykket for  $b_0$  kan nøjagtigt nok skrives:

$$b_0 = 3,5 \cdot \sqrt{m} \quad (238)$$

der indført i (236 a) giver:

$$m = \left( \frac{Q_{\text{maks}}}{3,5 \cdot \tau_b} \right)^2 \quad (239)$$

hvor  $\tau_b$  har samme Værdi som ved Kropvægtsbestemmelsen. Naar  $m$  er beregnet, kan man sætte:

$$h = m + \frac{c}{2} \quad (240)$$

hvorved man finder en lidt for stor Værdi af  $h$ , thi Trykcentrets Afstand fra Trykkanten er altid mindre end  $\frac{1}{2}c$ . At regne nøjagtigere er som Regel unyttigt, da Afstanden mindst maa være  $\frac{1}{3}c$ , saafremt Nullinien ligger under Hovedet.

Hvis den af (240) bestemte Værdi er større end  $h_{\text{min}}$ , benyttes den, og man beregner da  $b_0$  af Formlerne i § 421 og  $f$  af:

$$f = \frac{M_{\text{maks}}}{m \cdot s_j} \quad (241)$$

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Jærnbetonbjælkens Dimensionering (Ing. 1930, S. 45).

Er  $h < h_{\text{min}}$ , maa  $h_{\text{min}}$  benyttes med tilhørende  $f$ . Man kan da i (235) indføre den tilsvarende Værdi af  $h_0$ , hvorved man finder den til den skønnede Egenvægt svarende Værdi af  $b_0$ , som muligvis er brugbar.

**Eksempel 1.** En simpelt understøttet Bjælke med 5,35 m Spændvidde bærer  $P = 11150$  kg (foruden Kroppens Egenvægt) jævnt fordelt. Hovedet er 10 cm tykt og 1,8 m bredt. Bestem Tværsnittet, naar  $s_b^{bc} = 50$  at,  $s_j = 1200$  at,  $t_b = 5$  at.

Af (237) findes nedenstaaende Værdi af  $\tau_b$ , der indført i (235 b) giver nedenstaaende Kropvægt:

$$\tau_b = \frac{3 \cdot 5}{1 + \frac{200}{180 \cdot 10} \cdot 5,35} = 9,4 \text{ at} \quad K = \frac{11150}{\frac{9,4}{0,12 \cdot 5,35} - 1} = 820 \text{ kg.}$$

Totallasten er da  $11970$  kg,  $M = \frac{1}{8} \cdot 11970 \cdot 5,35 = 8000$  kgm,  $Q_{\text{maks}} = 5985$  kg, der indsat i (239) giver:

$$m = \left( \frac{5985}{3,5 \cdot 9,4} \right)^2 = 32,1 \text{ cm}$$

svarende til  $h = 32,1 + \frac{1}{2}c = 37,1$  cm. Da den nødvendige Højde udregnes til  $h = 23$  cm, er den fundne Højde brugbar. Af (241) findes:  $f = 20,7$  cm<sup>2</sup>  $\approx 8$  Rj. 18 mm (20,4 cm<sup>2</sup>). Bruges 7 mm Bøjler og 1 cm Dæklag, bliver Totalhøjden:  $a = 41$  cm og Krophøjden:  $h_0 = 31$  cm. Kropbredden skal mindst være:  $(1,8 + 3) \cdot 4 - 3 = 22,2 \approx 22$  cm, hvortil svarer Kropvægten  $K = 0,24 \cdot 31 \cdot 22 \cdot 5,35 = 375$  kg, der stemmer tilstrækkelig godt med den skønnede.

**Eksempel 2.** Samme Forhold som i Eks. 1, men  $L = 12,5$  m,  $P = 80000$  kg. Af (237) findes:  $\tau_b = 6,28$ , af (235 b) findes:  $K = 25000$  kg. Totallasten er da  $105000$  kg,  $M = 164000$  kgm,  $Q_{\text{maks}} = 52500$  kg, og (239) giver  $m = 178,9$  svarende til  $h = 178,9 + \frac{1}{2}c = 183,9$ . Men med denne Højde bliver  $\sigma_b$  for stor; efter Bartels Formel er den nødvendige Højde  $h = 200$  cm. I et Tilfælde som dette, hvor Kropvægten udgør 31 % af Bjælkenes øvrige Last, er det ikke økonomisk at gøre den større end nødvendigt, der kan tværtimod være Grund til at medregne Kroppens Trykspænding, hvorved Højden kan nedsættes i væsentlig Grad. For at fuldende Eksemplet vil vi imidlertid blive staaende ved  $h = 200$  cm, altsaa  $m = 196$  cm,  $f = 70,2$  cm<sup>2</sup>  $\approx 10$  Rj. 30 mm (70,7 cm<sup>2</sup>). Lægges Jærnene i 2 Lag med 1 cm Bøjler og 1,5 cm Dæklag, bliver Bjælkenes totale Højde  $a = 206$  cm og Krophøjden  $h_0 = 196$  cm.

Bjælkenes Minimumsbredde er  $b_0 = 2,5 \cdot 5 \cdot d = 37,5$  cm, medens (238) giver  $b_0 = 48,9$  cm. Da Kropvægten er udregnet under Forudsætningen:

$$h_0 \cdot b_0 = Q_{\text{maks}} : \tau_b = 52500 : 6,28 = 8350$$

og da  $h_0 = 196$  cm, bliver Vægten rigtig, saafremt  $b_0 = 42,6 \approx 43$  cm, og da denne Bredder er større end Minimumsbredden, kan den bruges.

**443. Sempel Højdebestemmelse.** Er Konstruktionshøjden rigelig, kan man uden Brug af Tabeller eller særlige Formler finde et brugbart Tværsnit paa følgende Maade (Fig. 424): Givet er Momentet  $M$  kgcm, Nyttebredden  $b$  cm og Pladetykkelsen  $c$  cm. Det trykkede Areal bliver  $b \cdot c$  cm<sup>2</sup>. Hvis man i Ligevægtsbetingelsen  $m = M : C$  indfører den største Værdi af  $C$ , som Bjælkehovedet under de ugunstigste Forhold kan optage, faas den mindste Værdi af  $m$ , som under de ugunstigste Forhold er tilstrækkelig. Den nævnte Værdi af  $C$  findes ved at sætte Trykspændingen midt i Pladen til  $\frac{1}{2} s_b^{bc}$ ; Randspændingen kan da aldrig overstige  $s_b^{bc}$ , saalænge Nullinien falder nedenfor Pladen. Under disse Forhold faas  $C = b \cdot c \cdot \frac{1}{2} s_b^{bc}$  og derefter:

$$m = \frac{M}{C} = \frac{M}{b \cdot c \cdot \frac{1}{2} s_b^{bc}} \quad f = \frac{T}{s_j} = \frac{C}{s_j} = \frac{b \cdot c \cdot \frac{1}{2} s_b^{bc}}{s_j}$$

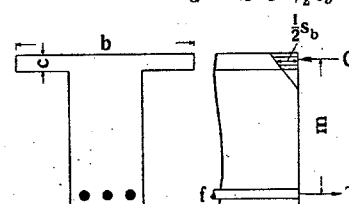


Fig. 424.

Af den første Ligning kan den nødvendige Nytehhøjde bestemmes, saafremt Trykcentrets Beliggenhed er kendt. Det er paa den sikre Side at regne det liggende midt i Pladen, altsaa:

$$h = m + \frac{c}{2} = \frac{M}{b \cdot c \cdot \frac{1}{2} s_b^{bc}} + \frac{c}{2} \quad (242)$$

De fundne Værdier af  $h$  og  $f$  stemmer

desto bedre overens  $\sigma$ : giver des nøjagtigere  $\sigma_j = s_j$ , jo mindre  $c$  er i Forhold til  $h$ . De er altid paa den sikre Side, saalænge  $x > c$ .

### β. Dimensionering af simpelt understøttede Bjælker.

444. For at vise Dimensioneringens Udførelse vil vi beregne Etageadskillelsen over et Vadskerum af Størrelse 5 m · 10 m (Fig. 425). Den bevægelige Last er 700 kg/m<sup>2</sup>, Slidlaget vejer 90 kg/m<sup>2</sup>. De tilladte Spændinger er 50 og 1200.

Pladerne. Der indlægges 5 Bjælker, da dette fører til en fornuftig Pladetykkelse. For at faa Pladernes Momenter ens i Yderfag og Inderfag vælges Yderfagene saa meget kortere end Inderfagene, at (se § 358):  $\frac{3}{8} \cdot q \cdot l_2^2 = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l_1^2$ , hvoraf  $l_2 = 1,07 l_1$ , altsaa  $l_1 = 1,92$  m,  $l_2 = 2,053$  m. Pladetykkelsen skønnes til 10 cm, Pladens Egenvægt bliver da  $2400 \cdot 0,10 = 240$  kg/m<sup>2</sup>, og Totallasten 1030 kg/m<sup>2</sup>. Det positive Moment i Yderfaget bliver:  $M_{100} = \frac{3}{8} \cdot 1030 \cdot 1,92^2 = 407$  kgm/m, altsaa  $h = 0,345 \cdot \sqrt{M_{100}} = 6,96$  cm,  $f_{100} = 0,277 \cdot \sqrt{M_{100}} = 5,59$  cm. Bruges 10 mm Rj. og 2 cm Dæklag, findes  $a = h + 0,5 + 2 = 9,46 \sim 10$  cm; Nyttehøjden bliver da 7,5 og nødv.  $f_{100} = 5,59 \cdot 6,96 : 7,50 = 5,20 \sim 7$  Rj. 10 mm pr. m. Bjælkerne. Efter at det i § 442 er vist, hvorledes Egenvægten kan skønnes, og hvorledes man uden Omregninger kan bestemme et fornuftigt Tværsnit, skal der her vises en mere fri Dimensionering.

Bjælkerne bærer:	Last fra Plade: 1030 · 2,05 =	2110 kg/m
	Kroppens Egenvægt skønnet:	125 "
		2235 kg/m

Total Last: 2235 · 5,35 = 11 960 kg, Lejetryk:  $\frac{1}{2} \cdot 11 960 = 5980$  kg. Kropbredden skønnes til mindst 20 cm, hvorved Trykspændingen i Lejefladen bliver:  $\frac{5980}{20 \cdot 35} = 8,5$  at; hvis Murværket ikke kan taale denne Spænding, maa Bjælken bredes ud inde i Muren (§ 423).

$$M = \frac{1}{8} \cdot 2235 \cdot 5,35^2 = 8000 \text{ kgm.}$$

Den nyttige Pladebredde er lig den mindste af Størrelserne:

$$b_0 + \frac{1}{2} \cdot l \qquad b_0 + 16 \cdot c \qquad 205$$

For  $b_0 = 20$  bliver den midterste Størrelse mindst:  $b_n = 20 + 16 \cdot 10 = 180$  cm  $\sim 1,8$  m.

$$M_{100} = 8000 : 1,8 = 4450 \qquad h = 0,345 \cdot \sqrt{4450} = 23,0 \text{ cm}$$

$$f_{100} = 0,277 \cdot \sqrt{4450} = 18,5 \qquad f = 18,5 \cdot 1,8 = 33,2 \text{ cm}^2.$$

Disse Dimensioner er kun korrekte, hvis Nulllinien falder i Pladen; til de brugte Spændinger svarer  $\beta = 0,385$ , altsaa  $x = 0,385 \cdot h = 8,85$  cm  $< 10$  cm, saa Betingelsen er opfyldt. Efter at dette er paavist, kan man, hvis det ønskes, proportionere sig til et Tværsnit med større  $h$  og mindre  $f$ , uanset om Nulllinien derved synker ned under Pladen. Havde man derimod fundet  $x > c$ , maatte man have dimensioneret om under denne Forudsætning.

Paa dette Tidspunkt maa ogsaa Forskydningsspændingen undersøges (§ 497); med  $h = 23$  og  $b_0 = 20$  viser den sig at være under den tilladelige Værdi, men dog saa stor, at et større Betontværsnit er ønskeligt.

Jærndiameteren maa af Hensyn til Adhæsionsspændingen (§ 517) ikke gerne overstige  $\frac{1}{20} \cdot l = \frac{1}{20} \cdot 535 = 26,75$  cm, selv om en større Værdi er tilladelig.

Skal Højden være Minimum, armeres der med 9 Rj. 22 mm (34,2 cm<sup>2</sup>) lagt i et enkelt Lag, men derved bliver Bjælken meget bred i Forhold til Højden; det vil være billigere at lægge Jærnene i to Lag og gøre Bjælken tilsvarende højere.

Er Konstruktionshøjden rigelig, vil man vælge et Jærnareal, der er indtil 50 % mindre end det udregnede, altsaa liggende mellem 33,2 og 17 cm<sup>2</sup> og et saa stort Jærnantal, at et tilfredsstillende Antal Skraajærn kan tilvejebringes (§ 562-7). Vælges f. Eks. 8 Rj. 20 mm (25,1 cm<sup>2</sup>), og lægges de i to Lag, kræves  $h = 23 \cdot 33,2 : 25,1 = 30,4$  og med Bøjlediameteren skønnet til 1 cm:  $a = h + 0,5 + 2 + 1 + 2 = 35,9 \sim 36$  cm.  $b_0$  findes af (209) eller (210), af hvilke (209) giver den største Værdi:  $b_0 \geq (d + 3) \cdot 4 + 3 = 23$  cm. Vælges denne, bliver Bjælkekroppens Egenvægt:  $2400 \cdot 0,26 \cdot 0,23 = 144$  kg/m, altsaa 19 kg/m mere end skønnet, men da denne Forskel er mindre end 1 % af Lasten, kan der ses bort fra den.

### γ. Dimensionering af kontinuerlige Bjælker.

445. Dimensioneringsmaader. Bjælker, der ender i Mur, regnes simpelt understøttede i Muren<sup>1)</sup>, medens Bjælker, der er gennemgaaende over Dragere,

<sup>1)</sup> Forsøg af Emperger har dog vist, at en Bjælke kan forstærkes i væsentlig Grad ved Indmuring af Enderne, forudsat der bruges hydraulisk Mørtel (specielt Cementmørtel), og de schweiziske Statsbaner tillader (1915) i slige Tilfælde, at der regnes med en vis, nærmere defineret Grad af Indspænding.

Mure eller Søjler, kan beregnes som kontinuerlige efter Formlerne i § 322-45, eller som delvis indspændte (§ 352-5).

Gaar man frem efter Elasticitetsteorien, findes de negative Momenter over Mellemlererne som Regel væsentlig større end de positive Momenter midt i Fagene, og da man til Optagelse af de negative Momenter ikke har et T-formet Tværsnit, men et rektangulært Tværsnit af Bredde  $b_0$  (Træk foroven, Tryk forneden), bliver den nødvendige Bjælkehøjde ved Lejerne saa meget større end midt i Fagene, at den maa tilvejebringes ved Hjælp af Skraaninger (Fig. 102). Det er bl. a. for at undgaa disse, at man ofte foretager en Omfordeling af Momenterne efter Reglerne for delvis Indspænding.

446. Dimensionering efter Elasticitetsteorien. Ved Momentbestemmelse efter Elasticitetsteorien maa der skelnes mellem Bjælker med konstant Højde og Bjælker med Skraaninger.

For Bjælker med konstant Højde regnes Inertimomentet konstant. Man regner med det fulde Betontværsnit ( $b_n$  og  $b_0$ ) uden Hensyn til om Pladen er trykket eller strakt. Dette er nogenlunde rigtigt, saa længe Spændingerne er smaa, thi selv om der er Revner i Pladen, vil der paa Strækningen mellem Revnerne være Trækspændinger.

For en Bjælke med variabel Højde vil Inertimomentet under normale Forhold variere meget nær som 3' Potens af Højden, og forsynes Bjælken med Skraaninger ved Mellemlererne, vil Fejlen ved at Pladen medregnes fuldt til Træk som Regel mer end neutraliseres, og man kommer derfor de virkelige Forhold nærmest ved at tage Hensyn til Højdens Variation. I Husbygningen gøres det dog som Regel ikke, fordi det forsinker Projekteringsarbejdet i væsentlig Grad<sup>1)</sup>.

Naar den positive og negative Maksimalmomentkurve er bestemt med eller uden Hensyntagen til Inertimomentets Variation, dimensioneres Bjælken. Skal den ikke have Skraaninger, dimensioneres Lejetværsnittet først, idet man vælger  $b_0$  eller  $h$ ; for de øvrige Tværsnit har man da kun at beregne de nødvendige Jærndiælg.

Skal Bjælken have Skraaninger, dimensioneres først for det positive Maksimalmoment, hvorved man faar en foreløbig Værdi af  $b_0$ , og hvis denne fører til fornuftige Dimensioner af Skraaningen, bliver man staaende ved den, i modsat Fald ændres den.

Angaaende Sikkerhed overfor Variationer af  $p : g$  henvises til Slutningen af § 345.

447. Dimensionering ved delvis Indspænding. Ofte regnes Bjælkerne delvis indspændte, og Motivet er som Regel, at man vil undgaa Skraaninger eller forenkle Beregningen. Man maa da overholde den i Normerne givne Forskrift (§ 352-5). Optræder  $M_0$  i Punktet  $x = \frac{1}{2} l$  (Fig. 358), og er yderligere  $M_2 = M_1$ , kræves henholdsvis:

$$M \geq M_0 - \frac{1}{2} \cdot (M_1 + M_2) \qquad M \geq M_0 - \frac{1}{3} M_1. \quad (243) (244)$$

Vil man have en lav Bjælke uden Skraaninger, indføres for  $M_1$  den foreskrevne Minimumsværdi  $M_1 = \frac{1}{4}$  maks  $M_0$ , og er Fagets største end Nabo-fagene giver (244):  $M = 0,905 M_0$ . Naar Bjælken er dimensioneret for dette Moment, undersøger man, om Lejemomentet  $\frac{1}{4} M_0$  kan optages, og i benægtende

<sup>1)</sup> Se angaaende Skraaningernes Indflydelse paa Momentkurven: *Schweizerische Bauzeitung* Maj 1909 (*Max Ritter*) samt B. u. E. 1911, S. 434; 1912, S. 17 og 75.



Fald dimensioneres om med en større Værdi af  $h$  eller  $b_0$ . Saafremt det først fundne Tværsnit kan optage et større Lejemoment end  $\frac{1}{4}M_0$ , vil man kunne indføre den større Værdi i (244) og dimensionere om.

Har man frie Hænder m. H. t. Højden, vil der i endnu højere Grad end ved simpelt understøttede Bjælker være Anledning til at forøge den udover det nødvendige, da Bjælken derved bliver i Stand til at optage større negative Momenter, og i Stedet for at foretage denne Forøgelse vilkaarligt, kan man forud binde sig til et bestemt Forhold mellem  $M_1$  og  $M$ , f. Eks. som almindeligt ved Plader  $M_1 = \frac{1}{2}M$ , naturligvis under Forudsætning af, at de ydre Betingelser for denne eller en større Indspændingsgrad er tilstede. Ved jævnt fordelt Last findes da for Mellemfag  $M = \frac{3}{8}q \cdot l^2$ ,  $M_1 = \frac{3}{8}q \cdot l^2$  og for Yderfag:  $M = \frac{3}{8}q \cdot l^2$ ,  $M_1 = \frac{3}{8}q \cdot l^2$ . Man dimensionerer saa Lejetværsnittet, idet man vælger  $b_0$  saaledes, at man faar en passende Højde, og derefter undersøger man, om disse Dimensioner ogsaa er brugbare i Midtærtværsnittet, og i bekræftende Fald beregnes det tilsvarende Jærindlæg her. Samme Fremgangsmaade kan naturligvis bruges i Forbindelse med Skraaninger; man dimensionerer da først for  $M$  og beregner derefter Skraaningshøjden saaledes, at  $M_1$  kan optages.

**Nulpunkterne for de negative Momenter** bestemmes af den øvre Slutlinie i Fig. 358, men deres Beliggenhed skal ogsaa bestemmes under den Forudsætning, at Bjælken er belastet med  $g + 0,6p$  og paavirket af de Lejemomenter  $M_1$  og  $M_2$ , for hvilke Nabobjælkerne er dimensionerede (§ 353), og det maa yderligere anbefales ikke at forudsætte Nulpunktets Afstand fra Lejet mindre end  $\frac{1}{4}l$  til  $\frac{1}{2}l$ . Mellem Nulpunktet og Lejet kan de negative Momenter regnes at variere efter en ret Linie.

**448. Eksempel.** En af de i § 444 dimensionerede Bjælker forudsættes at være Led i en kontinuerlig Bjælkerække, og da den ikke maa afvige synligt fra de andre, kan Lejetværsnittet ikke gøres saa stærkt, som Elasticitetsteorien kræver, og det bliver derfor Tværsnittets Styrke, der bestemmer Indspændingsgraden. Bjælken regnes da delvis indspændt, og Indspændingsmomentet bliver lig med det negative Moment, som Lejetværsnittet kan taale, nemlig  $s_b^{bc} \cdot \mu \cdot b_0 \cdot h^2$ , hvor  $\mu$  afhænger af den ubekendte Jærnprocent  $\varphi$  i Snittet. Er  $\varphi$  mindre end den til de tilladelige Spændinger svarende Værdi  $\varphi_s$ , vokser  $\mu$  omtrent proportionalt med  $\varphi$ ; er  $\varphi > \varphi_s$ , vokser  $\mu$  kun langsomt med  $\varphi$  (Fig. 272). Vi vælger derfor  $\varphi = \varphi_s = 0,801$  og finder da Lejemomentet  $M_1 = \frac{1}{10} \cdot 8,38 \cdot 23 \cdot 30,5^2 = 1790 \text{ kgm}$ , som er større end  $\frac{1}{4}M_0$  og derfor tilladeligt. Ved Beregning af Bjælkens positive Maksimalmoment, maa der kun regnes med  $\frac{2}{3}$  af det Lejemoment, som Bjælken er dimensioneret for, altsaa med  $1190 \text{ kgm}$ . Spænder Bjælken over et Mellemfag, skal Midtærtværsnittet da dimensioneres for  $M = 8000 - 1190 = 6810 \text{ kgm}$  (spænder den over et Yderfag, bliver Fradraget halveret). Mellemfagets Jærnareal kan sølgelig formindskes fra  $25,1 \text{ cm}^2$  til  $25,1 \cdot 6810 : 8000 = 21,4 \text{ cm}^2$ . Vi bibeholder da det forudbestemte Tværsnit, men armerer kun med f. Eks. 7 Rj. 20 mm (22,0  $\text{cm}^2$ ). Bøjes 3 af disse op i Bjælkens Overside ved Mellemelejet, og bøjes de 3 tilsvarende op fra Lejets anden Side, kommer der 6 Jærn i Bjælkens Overside, medens der kun kræves  $\frac{1}{10} \cdot 8,38 \cdot 23 \cdot 30,5 = 5,62 \text{ cm}^2 < 2 \text{ Rj. } 20 \text{ mm}$ .

Det er unødvendigt at undersøge  $s_b$ , thi naar en simpelt understøttet Bjælkes Momentkurve er givet, og man indlægger en vilkaarlig Slutlinie, vil Cantileverbjælkens  $M_{100}$  altid blive mindre end den oprindelige Bjælkes;  $b_n$  aftager nemlig langsomt end  $l$ , medens  $M$  aftager proportionalt med  $l$  eller  $l^2$ .

Hvis de tilstødende Bjælker ogsaa dimensioneres for Lejemomentet  $1790 \text{ kgm}$ , skal den her behandlede Bjælke kunne taale dette Moment, naar den selv er belastet med  $g + 0,6p$ , altsaa med  $0,4p (= 320 \text{ kg/m}^2)$  mindre end ved den første Beregning. Lasten bliver da  $2235 - 320 \cdot 2,05 = 1580 \text{ kg/m}$ , og Nulpunktets Beliggenhed findes som Skæringspunkt mellem den simple Momentkurve  $M_x = \frac{1}{2}(g + 0,6p) \cdot x(L - x)$  med den vandrette Linie  $M_x = M_1$ :

$$\frac{1}{2} \cdot 1580 \cdot x(L - x) = 1790$$

der giver  $x = 0,47 \text{ m}$ . Da denne Værdi er mindre end  $\frac{1}{4}L$ , faar den ingen Betydning; vi forhøjer den til  $\frac{1}{4}L$  à  $\frac{3}{8}L$ . Dimensioneringen er fuldendt i § 570.

**449. Skraaningernes Dimensionering.** Skraaningerne dimensioneres som Bjælker med rektangulært Tværsnit og armeres i Hjørnerne efter Reglerne i § 415. Man bestemmer først deres Højde midt i Mellemelejet og beregner saa det negative Moment, som Bjælkens normale Tværsnit kan optage. Derefter opsøger man paa den negative Momentkurve det Tværsnit, hvori dette Moment optræder; og til dette Tværsnit føres Skraaning ud. Denne Beregningsmaade er dog ikke korrekt, thi de almindelige Spændingsformler gælder kun for Bjælker, hvis Over- og Underside er parallelle, og Fejlen vokser med Skraaningens Hældning; derfor begrænser man denne til 1:3 eller — hvis man af æstetiske Grunde ønsker en større Hældning — ser bort fra de Dele af Skraaning, der ligger under en Linie med nævnte Hældning. Vil man regne med en større Hældning, maa man gaa frem som angivet i § 505.

**Eksempel.** Hvis den i § 448 dimensionerede Bjælke af 23 cm Bredde skulde kunne optage et negativt Lejemoment, der er halvt saa stort som  $M_0$ , altsaa  $4000 \text{ kgm}$ , vilde Beregningen stille sig saaledes:

$$M_{100} = 4000 : 0,23 = 17400 \text{ kgm} \quad h = 0,345 \sqrt{17400} = 45,5 \text{ cm}$$

$$f_{100} = 0,277 \sqrt{17400} = 36,5 \text{ cm}^2 \quad f = 36,5 \cdot 0,23 = 8,4 \text{ cm}^2$$

Medens Højden altsaa maa omtrent fordobles ved Hjælp af Skraaning, er det nødvendige Jærindlæg kun ringe.

Det Punkt, i hvilket Skraaning kan ophøre, bestemmes saaledes: I Forhold til de negative Momenter har Bjælken et rektangulært Tværsnit 36 cm højt og 23 cm bredt; med et enkelt Lag 20 mm Rj. i Oversiden bliver Nyttehøjden  $h = 36 - 1$  (Dæklag) — 1 (Pladens opbøjede Jærn) — 1 (Jærnradial) = 33 cm. Naar dette Tværsnit armeres med 0,801 % Jærn, kan det optage Momentet:

$$M = s_b^{bc} \cdot \mu \cdot b \cdot h^2 = \frac{1}{10} \cdot 8,38 \cdot 23 \cdot 33^2 = 2100 \text{ kgm}$$

Naar den negative Maksimalmomentkurve er tegnet op, enten under Forudsætning af Kontinuitet eller under Forudsætning af delvis Indspænding, har man da blot at opsøge det Punkt, hvori Momentet er  $2100 \text{ kgm}$ , eller skal Skraaning begynde; endvidere maa man naturligvis sørge for, at Jærnprocenten i det paagældende Tværsnit ikke bliver lavere end 0,801. Ved den endelige Udformning af Bjælken bliver Tværsnittet muligvis stærkere armeret end forudsat, men dette vides ikke forud, og man opnaar ikke meget ved at regne om med den sande Jærnprocent; hvis denne f. Eks. forøges fra 0,801 til det dobbelte, forøges Momentet kun i Forholdet 10,3 : 8,38 = 1,23, naar  $s_b = 50$  ikke maa overskrides.

Et andet Eksempel findes i § 571.

**450. Unormale Skraaninger.** Hvis der savnes Konstruktionshøjde ved Mellemelejerne kan man forøge Bjælkekroppens Bredde i Stedet for dens Højde, eller forøge bægge Størrelser (Fig. 426), hvilket kan se ganske godt ud<sup>1)</sup>, men de almindelige Skraaninger er de billigste. Skraaningens Højde kan ogsaa forringes ved at bevike den nederste Del af Bjælkens Krop over Lejet og regne som angivet i § 416.

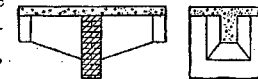


Fig. 426.

**451. Konstruktive Regler.** I mange moderne Bygninger hviler Bjælkerne dels paa Mur og dels paa Jærnbetonsøjler, og der maa da drages Omsorg for, at Murene ikke sætter sig saa meget, at Bjælkerne revner over Søjlerne; ved hurtig Muring om Vinteren i vaadt Vejr er Brugen af hydraulisk Mørtel at anbefale.

Ved Dimensionering for negative Momenter maa erindres, at Jærnet i Bjælkens Overside kan komme til at ligge ret dybt, da det oftest krydses af Pladens Armering og

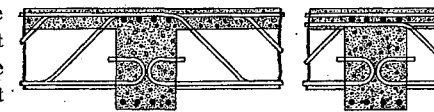


Fig. 427.

Fig. 428.

<sup>1)</sup> Se Rigsarkivets Bygning i København.

muligvis ogsaa af Armeringen i sekundære Bjælker. Man bør som Regel lægge Pladens Jærn øverst (Fig. 427), Bjælkens midterst og Dragerens underst, thi den Formindskelse af Bæreevnen, som f. Eks. 1<sup>cm</sup> Sænkning af Jærnet medfører, er procentvis des ringere, jo større Nyttehøjden er. Er der 2 Lag Jærn i Bjælken vil den i Fig. 428 vist Ordning ofte være naturlig.

I Tilfælde som de viste, hvor Pladens Bærejærn ligger parallelt med Drageren, fordi Understøtningen fra denne ikke er taget i Betragtning, er det rigtigst at armere Pladens Overside paa tværs af Drageren og f. Eks. tilvejebringe samme Armeringsforhold her som over Bjælkerne. Disse Ekstrajærn lægges da under Pladens opbøjede Jærn og paavirker ikke Dragerens eller Bjælkens Nyttehøjde.

### 10. T-Bjælker med Trykarmering.

**452. Dimensionering.** Hvis den til Raadighed værende Konstruktionshøjde er saa ringe, at Bjælken maa armeres i Oversiden (med et Jærnareal  $f^c$  liggende i Afstanden  $h^c$  fra Overfladen) (Fig. 429), kan Dimensioneringen udføres som ved trykarmerede Plader (§ 384), saafremt Nullinien ligger i Hovedet. Ligger Nullinien i Kroppen, kan man efter Behag se bort fra eller medregne Kroppens Trykspændinger.

Kroppen medregnes ikke. Skal de tilladte Spændinger naas, kendes  $\gamma$ , der indsæt i (225) sammen med  $\sigma_b = s_b^{bc}$  giver det Moment  $M'$ , som Tværsnittet uden Trykarmering kan optage. Den tilhørende Værdi af  $m$  findes af (217), idet  $x = h : (1 + \gamma : n)$ . Det tilhørende Jærnareal er da  $f' = M' : m s_j$ . Tabellerne i § 432 giver direkte  $M'$  og  $f'$ ; for andre tilladelige Spændinger er man paa den sikre Side ved at beregne  $M'$  af (227).

Af det givne Moment  $M$  er der en Rest tilbage:  $\Delta M = M - M'$ , der skal optages af det trykkede Jærn  $f^c$  sammen med en Forøgelse  $\Delta f$  af det strakte Jærn. Naar disse to Jærnarealer bestemmes saaledes, at Nullinien beholder sin Plads, findes Formlerne (186)-(188) i § 384. Trykjærnet lægges oppe i Pladen lodret over Ribben (Fig. 430) og maa, som omtalt i § 381, forbindes med det strakte Jærn ved Hjælp af Bøjler. Disses Afstand maa hverken overstige  $15d$  eller Bjælknehovedets Bredder. Udgår  $f^c$  over  $1,5\%$  af Ribbens Areal ( $a \cdot b_0$ ), gælder det i § 384 sagte.

Tværarmeringens Virkning kan beregnes som angivet i § 416, blot at  $\alpha$  er Forholdet mellem Bøjleafstanden og den mindste af Størrelserne  $b$ ,  $c$  og  $x$ .

Kroppen medregnes. Da  $\beta$  og dermed  $\alpha$  er kendt, kan  $m$  beregnes af Formlen i § 427 og  $W_b$  af (224), hvorefter man har:

$$M' = s_b^{bc} \cdot W_b \quad f' = M' : m s_j$$

Disse Størrelser bestemmes dog hurtigere som vist i § 428. Derefter er Fremgangsmaaden som ovenfor.

**453. Spændingsbestemmelse.** Er Formaalet at paavise Spændingernes Tilladelighed, er Fremgangsmaaden i § 428 den hurtigste. En egentlig Spændingsbestemmelse er besværlig, som nedenstaaende Formler viser.

Under Forudsætningen  $b_0 = 0$  ændres Formlerne i § 425 til:

$$x = \frac{n \cdot (f \cdot h + f^c \cdot h^c) + \frac{1}{2} \cdot b \cdot c^2}{n \cdot (f + f^c) + b \cdot c} \quad z = \frac{1}{2} \cdot \left[ x - c + \frac{b \cdot c \cdot x^2 + n \cdot f^c \cdot (x - h^c) \cdot (x - 3h^c + 2c)}{b \cdot c \cdot (2x - c) + 2 \cdot n \cdot f^c \cdot (x - h^c)} \right]$$

$$m = h - x + z \quad \sigma_j = \frac{M}{f \cdot m} \quad \sigma_j^c = \sigma_j \cdot \frac{x - h^c}{h - x} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_j}{n} \cdot \frac{x}{h - x}$$

Medregnes Kroppens Trykspændinger ændres Formlerne i § 427 til:

$$x^2 + \frac{2n \cdot (f + f^c)}{b_0} \cdot \left[ 1 + \frac{c \cdot b_0}{n \cdot (f + f^c)} \cdot \left( -1 + \frac{b}{b_0} \right) \right] \cdot x - c^2 \left( -1 + \frac{b}{b_0} \right) - \frac{2n}{b_0} \cdot (f \cdot h + f^c \cdot h^c) = 0$$

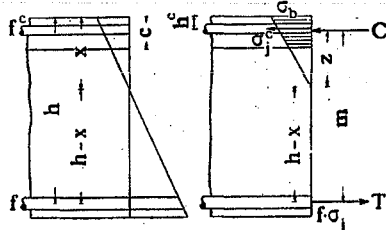


Fig. 429.

$$m = h - x + \frac{b \cdot x^2 - (b - b_0) \cdot (x - c)^2 + 3n \cdot f^c \cdot (x - h^c)^2}{3n \cdot f \cdot (h - x)}$$

$$\sigma_j = \frac{M}{m \cdot f} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_j}{n} \cdot \frac{x}{h - x} \quad \sigma^c = \sigma_j \cdot \frac{x - h^c}{h - x}$$

Medregnes ogsaa Kroppens Trækspændinger, og lægges Stadium I (§ 290) til Grund, findes (Fig. 430):

$$x = \frac{\frac{1}{2} b_0 \cdot a^2 + \frac{1}{2} (b - b_0) \cdot c^2 + n \cdot (f \cdot h + f^c \cdot h^c)}{b_0 \cdot a + (b - b_0) \cdot c + n \cdot (f + f^c)}$$

$$\sigma_b = M \cdot x : \left[ \frac{1}{2} b_0 \cdot [x^3 + (a - x)^3] + \frac{1}{2} (b - b_0) \cdot [x^3 - (x - c)^3] + n \cdot f \cdot (h - x)^2 + n \cdot f^c \cdot (x - h^c)^2 \right]$$

$$\sigma_j = n \cdot \frac{h - x}{x} \cdot \sigma_b \quad \sigma^c = n \cdot \frac{x - h^c}{x} \cdot \sigma_b \quad \sigma_b^a = \frac{a - x}{x} \cdot \sigma_b$$

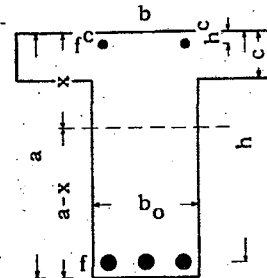


Fig. 430.

### 11. Celleplader.

**454.** Ved Celleplader skal forstaaes Plader, der tilsyneladende er massive, men i Virkeligheden bestaar af et Jærnbetonskelet omsluttende lette Kasser eller Blokke. De virker som en Samling tætliggende T-Bjælker, hvis Mellemrum er udfyldt med de nævnte Legemer, og de bruges navnlig som Dæk over Rum, i hvilke man ønsker en plan Loftslade, samtidig med at Spændvidden er saa stor, at en massiv Plade vilde blive urimelig tung, men ogsaa Krav om forøget Lyd- og Varmetæthed kan føre til deres Anvendelse. Fyldlegemerne kan være hule Blokke af brændt Ler, Moler (§ 455) eller Slaggebeton; de maa helst være store, da Arbejdet ved at lægge dem paa Plads og holde dem paa Plads derved forringes, og videst i denne Henseende naar man ved at bruge lange Tremmekasser beklædte med Tagrør eller Tagpap (§ 456); ogsaa tætte Trækasser af tyndt Træ uden Beklædning finder Anvendelse, men man maa da tage Vare paa, at Træets Udbulning ingen Skade forvolder.

En plan Loftslade kan man ogsaa faa ved efter Bjælkernes Afformning at forskalle deres Underside paa samme Maade, som man forskaller Træbjælker. Bjælkernes Akseafstand maa da ikke overstige 1<sup>m</sup>, og i Bjælkernes Underside maa der indstøbes gennemgaaende Trælister, i hvilke Forskallingen kan fastsømmes (Fig. 431). Forskallingsmaterialet kan være Brædder, Cocolitplader el. lign.



Fig. 431. Bræddeforskalling.

**455. Blokke af brændt Moler** er det i Danmark mest brugte Fyldstof. De har været fremstillede i forskellige Former, men for Tiden fabrikeres kun de i Fig. 432-7 viste. Betonribberne er 10<sup>cm</sup> brede og afsluttes forneden af en 2<sup>cm</sup> tyk Molerplade, der dels sikrer nævnte Bredder, dels giver Loftsladen en Ensartethed, hvis Betydning er omtalt i § 40 og i *Byggematerialer*. II, 1922, § 487. Under Støbningen bæres Dækket af et 10<sup>cm</sup> bredt Brædt under hver Længdefuge, saa Forskallingsprisen er lav. I hver Ribbe lægges som Regel to

Jærn, af hvilke det ene bøjes op, og der indlægges Bøjler efter de almindelige Regler for Forskydningsarmering (§ 532). Tykkelsen af det øvre Betonlag kan afpasses efter Behovet med 3 cm som nedre Grænse; ofte indlægges en svag Armering tværs paa Ribberne. Da Blokkene er stærkt vand-sugende, bør de vandlagres inden Oplægningen og vandes umiddelbart inden Støbningen. Ved Vinterarbejder maa de beskyttes mod Frost, da denne sprænger dem. De store Blokkes Yderflader er rillede, Mellemlægspladerne ikke, men baade Beton og Puds forbinder sig stærkt med Moleret. Efter Afformningen pudses Loftssladen undtagen i Stalde og andre Steder, hvor man vil udnytte Molerets Evne til at indsuage Fortætningsvand og undgaa Dryp.

Blokkene fremstilles i forskellige Størrelser og kan sammenstilles paa forskellige Maader, som det fremgaar af Fig. 432-7 og hoestaende Tabel. Den totale Vægt gælder for 3 cm Tykkelse af det øvre Betonlag. Man kan regne med, at Blokkenes Middelpris er 10 Øre/kg, altsaa 9 Kr./m<sup>2</sup>, og at hele Dækket koster 17-22 Kr./m<sup>2</sup>. Hvis Dækket bæres

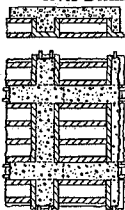


Fig. 438.

af Tvær-Drager, maa Blokrækkerne afbrydes ved disses Krop, og Blokkenes Huller kan da stoppes med Aviser, saa der ikke flyder Beton ind i dem. Undertiden maa Blokrækkerne afbrydes tidligere, for at Dragerens Hoved ikke skal blive for svagt.

Ved Dækkets Dimensionering ses der bort fra Blokkenes Styrke og regnes kun med Betonen til Optagelse af Trykspændingerne. Dimensioneringen vil derfor som Regel være at udføre efter Reglerne for T-Bjælker med tynd Plade. Ved Dimensionering af kontinuerlige Dæk maa man naturligvis tage Hensyn til, at kun Ribberne danner Trykzone, naar Momentet er negativt.

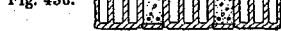
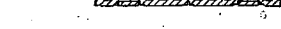
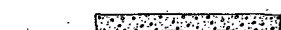
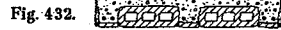
Ved at lægge Blokkene med Mellemlægsplader og Længderetningen kan man krydsarmere Dækket, men Blokhullerne maa da fyldes med Aviser eller lukkes med trugformede Bjælkeplader (Fig. 438).

**456. Tagpapklædte Tremmekasser (Fig. 439)** danner et billigere Indlæg. Trælisterne *b* er fastsømmede paa Tværbrædderne *a*, og den derved dannede Kasse er paa de tre Sider beklædt med Tagpap *c*. Saadanne Kasser kan



Fig. 439. Længdesnit og Tværnit.

fremstilles i meget store Længder, og deres Vægt er saa ringe, at man kan se bort fra den. Bjælkerens Bredde er 10-15 cm, deres Akseafstand 1 m.



Ved Dækkets Fremstilling henlægges paa Formbunden 4 Rj. 7 mm pr. m paa tværs af Bjælkerne; ovenpaa lægges Bjælkejærnene, der fastbindes til alle de underliggende Jærn med 2 mm Traad (Fig. 440). Derefter hæves Armeringen ved Hjælp af Afstandsklodser, og Støbningen sker nu i eet Træk, idet der først udstøbes



Fig. 440.



Fig. 441. Krydsarmering.

et 3 cm tykt Mørtellag, paa hvilket Kasserne lægges, Kanalerne mellem disse fyldes med Beton, den øvre Plade armeres med 7 Rj. 7 mm pr. m og støbes i 7 cm Tykkelse. Skal Dækket krydsarmes, deles Kasserne, som Fig. 441 viser.

**457. Lysglas.** Indbygning af Ovenlys i Jærnbetonplader kan ske meget enkelt ved Indstøbning af Kepplerske eller andre Lysglas, og da disse Pladeformer i nogen Grad ligner de foregaaende, skal de omtales her. Glassene fremstilles i forskellige Former og Størrelser, mest brugt er Nr. 314 b (Fig. 442), der er 6,5 cm højt, og i Grundplan kvadratisk med 15 cm Sidelinie forneden, 14 cm foroven; de andre Former har ringere Højde<sup>1)</sup>. Naar Glassene sammenlægges, dannes der Kanaler i begge Retninger, og disse Kanaler armeres og udstøbes med Mørtel 1:2. Ved Dimensioneringen lader man Mørtel og Glas i Fællesskab optage Trykspændingerne, og skønt Glassets Elasticitetstal og Trykstyrke er større end Mørtelens, regner man gerne med  $n=15$  og med den for Mørtelen gældende tilladelige Spænding. Som Nyttehøjde kan regnes  $h=4,5-0,5d$ . Egenvægten er 130 kg/m<sup>2</sup>.

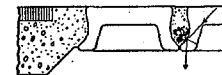


Fig. 442. Keppler-Glas.

Saadanne Ovenlys taaler en let Færdsel og kræver ingen Vedligeholdelse, og naar de understøttes langs alle 4 Sider, kan Spændvidden blive stor.

Nogle af disse Lysglas er formede saaledes, at man nedefra ikke kan se Betonribberne gennem Glasset, fordi der i Grænsefladen foregaar en stærk Tilbagekastning af de ovenfra kommende Lysstråler (Fig. 442), hvorved man faar det Indtryk, at Ovenlyset kun bestaar af Glas. De bruges baade i Etageadskillelser, Tage, Fortove og Gaarde, ogsaa i Forbindelse med Jærnbjælker (Fig. 443); de kan beskadiges af Hestesko og tunge Vogne, navnlig naar

<sup>1)</sup> Runde Glas (Rotolith) fremstilles med 5-10 cm Højde.

<sup>2)</sup> Se E. Suenson: Jærnbeton-Ovenlys (Ing. 1913, S. 293).

Hjulene er jærnbelaede, og saafremt Færdsele har denne Karakter, skal man ikke lægge dem i Færdselebanerne, thi Glassenes Udveksling er meget besværlig. Man kan saadanne Steder bruge Støbejærnsrammer med indkittede Glas, men de holder sig ikke altid vandtætte.

For at Glassene ikke skal springe ved Temperaturvariationer og ved den omgivende Betons Svind leveres de med asfalterede Sideflader. Det plastiske Asfaltlag giver Glassene den fornødne Bevægelsesfrihed. Forud for Asfalteringen paastryges hvid Lakfarve (ikke Oliefarve, da denne opløser Asfalten), hvorved den nys nævnte Lysreflektion sikres. IFugen under Betonribben mangler Asfalten, og her maa man ved Glassenes Henlægning indskyde 2<sup>mm</sup> tykke Papstrimler, som efter Afskallingen fjernes med en Metalbørste. Foroven i Fig. 444 er disse Foranstaltninger truffene og Glassene derfor ubeskadigede; forneden er de bare Glas indstøbt, og Resultatet er, at de revner og skaller.

Skal der lægges Slidlag paa Dækket omkring Ovenlyset, støber man først op til Slidlagets Underside, hvorefter Ovenlyset støbes færdig indenfor en Ramme af Slidlagets Tykkelse, saa der dannes en ca. 5 cm bred Mørtelbræmme (Fig. 442); derved opnaaes en retlinet Begrænsning af Slidlaget. Særlig nødvendig er en saadan Bræmme ved Slidlag af Støbeasfalt, hvis høje Temperatur ved Udlægningen faar Glassene til at springe.

Saaframt Pladen, hvori Ovenlyset sidder, er tykkere end dette (Fig. 442), bør Overgangen afskraaes, hvilket sker ved paa Forskallingen at opbygge en pyramidestubformet Forhøjning af høvlede og plejede Brædder og saa meget bredere end Ovenlyset, at der er Plads til at fastsømme en spinkel Randliste, der hindrer, at Glassene forskydes under Støbningen.

### 12. Særlige Bjælketværsnit.

458. T-Bjælker som Randbjælken i Fig. 410 vil kun kunne bøje sig i et lodret Plan, da Forbindelsen med Nabobjælken hindrer en vandret Udbojning. Nullinien er derfor vandret, og Bjælken kan beregnes ganske som en T-Bjælke. Ligger Bjælken derimod frit, og er Pladen belastet, vil den vælte, med mindre de Mure eller Søjler, der bærer Bjælken, hindrer det, hvorved Bjælken paavirkes til Vridning.

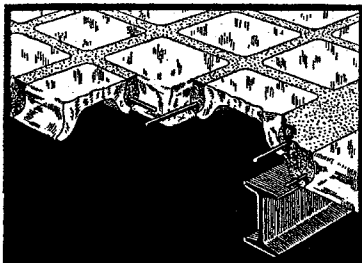


Fig. 443.

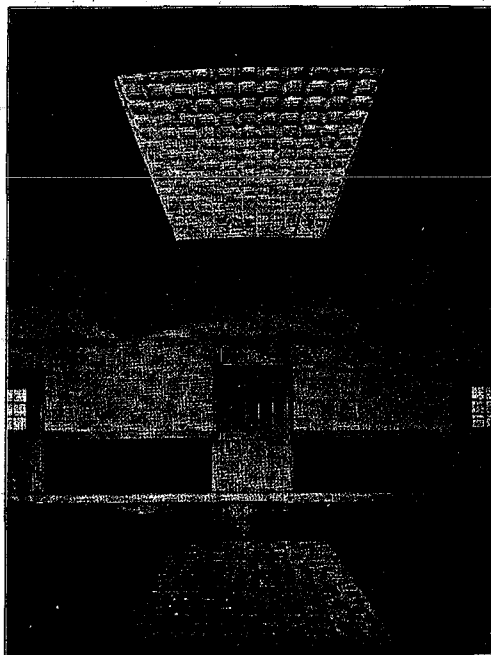


Fig. 444. Keplerske Ovenlys.

Det forudsættes i det følgende, at Lasten virker lodret, at Kraftplanet er parallelt med Bjælkekroppen og skærer denne, samt at Lejereaktionerne alene bestaar af lodrette Kræfter virkende i Bjælkekroppens Lejeflade; Ligevægten fordrer da, at ogsaa disse Kræfter ligger i Kraftplanet. I en saadan Bjælkes Tværsnit maa Trykkraften ligge lodret over Trækraften, da de to Kræfter ellers vilde give et vandret bøjende Moment uden noget tilsvarende ydre Moment. De indre Kræfters Plan maa være parallelt med de ydre Kræfters, men behøver ikke at falde sammen med dette; er de to Planer forskudt for hinanden, vil der være vridende Momenter i Bjælken, men kun i Bjælakens vandrette og lodrette Længdesnit, ikke i dens Tværsnit, saa de vil i Almindelighed ikke kunne give Spændinger af Betydning.

Skal Trykkraften ligge lodret over Trækraften, og skal Tværsnittene forblive plane, maa Spændingsfordelingen blive den i Fig. 445 viste, med skraatliggende Nullinie og med Trykspændingerne fremstillede ved en Pyramide, gennem hvis Tyngdepunkt Resultanten C gaar. Forudsættes Nullinien kendt, er ogsaa Trykcentret kendt, da Pyramidens Tyngdepunkt ligger 1/4 x fra Pladens Overside og 1/4 b fra Bjælkesiden. Jærnenes Spændinger er proportionale med Afstandene y<sub>1</sub> til y<sub>4</sub>, og forudsættes Jærnarealerne lige store, vil ogsaa Trækkræfterne være proportionale med disse Afstande.

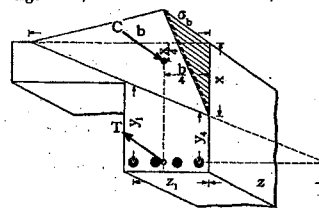


Fig. 445.

Nullinien skal altsaa opfylde to Betingelser; den skal gaa gennem Tyngdepunktet for det nyttige Tværsnit (det trekantede Trykareal + n · f), og Afstandene y<sub>1</sub> til y<sub>4</sub> skal staa i et saadant indbyrdes Forhold, at de, opfattede som Kræfter, har en Resultant, der gaar gennem Trækcentret. Ved Hjælp af disse Betingelser kan man prøve sig frem til Nulliniens Beliggenhed<sup>1)</sup>, hvorefter man har:

$$C = \frac{1}{3} \cdot \sigma_b \cdot \frac{b \cdot x}{2} = \frac{1}{6} \cdot \sigma_b \cdot b \cdot x = \frac{M}{m} = \frac{M}{h - \frac{1}{2} \cdot x}$$

altsaa: 
$$\sigma_b = \frac{6 \cdot M}{b \cdot x \cdot (h - \frac{1}{2} \cdot x)}$$

Hvis alt Jærnet laa i Trækcentret, vilde dets Spænding blive:  $\frac{T}{f}$ , og da den største Jærns pænding optræder i det yderste Jærntilvenstre, bliver den:

$$\sigma_j = \frac{T}{f} \cdot \frac{x + z_1}{x + \frac{1}{2} \cdot b}$$

Forsøg med slige Bjælker (Bach & Graf i Mitt. u. F., Heft 90-91, S. 43) har bekræftet Nulliniens skæve Beliggenhed, men tyder paa, at man kan regne med en større Værdi af  $\sigma_b^{bc}$  end normalt, thi Bjælkerne Brudlast var ikke mindre end for Randbjælker med vandret Nullinie.

459. Bjælker med ottekantet Tværsnit. Naar en Bjælke med regulært ottekantet Tværsnit og 8 ens Jærn med samlet Tværsnit f (Fig. 446), udsættes for ren Bøjning, og den strakte Beton ikke medregnes, vil Nulliniens Beliggenhed afhænge af Jærnprocenten. Er denne saa lille, at Nullinien skærer de to øvre konvergerende Sider, findes x og I<sub>b</sub> paa følgende Vis.

Det nyttige Tværsnits statiske Moment m. H. t. Nullinien skal være Null, og da det nyttige Tværsnit udgøres af det trykkede Betonareal og det totale Jærnareal, hvis Tyngdepunkt ligger i Ottekantens Centrum, havs:

$$b \cdot x \cdot \frac{1}{2} x + x^2 \cdot \frac{1}{3} x - n \cdot f \cdot (\frac{1}{2} a - x) = 0.$$

Da  $b = 0,4142 a$ , faas: 
$$\frac{1}{3} x^3 + 0,2071 \cdot a \cdot x^2 + n \cdot f \cdot x = n \cdot f \cdot \frac{1}{2} a.$$

Heraf beregnes x, hvorefter Inertimomentet bliver:

$$I_b = \frac{1}{3} \cdot x^3 \cdot (0,8284 a + x) + n \cdot f \cdot (\frac{1}{3} r_j^3 + (\frac{1}{2} a - x)^3). \quad (245)$$

Betonens Randspænding bliver: 
$$\sigma_b = \frac{M}{I_b} \cdot x, \quad (246)$$

Spændingen i de underste Jærn: 
$$\sigma_j = n \cdot \frac{M}{I_b} \cdot (h - x). \quad (247)$$

Hvis Nullinien skærer de to lodrette Sider ( $x > b \cdot \sqrt{2}$ ), faas:

$$\frac{1}{3} a \cdot x^3 + (n \cdot f - 0,0858 a^2) \cdot x = n \cdot \frac{1}{2} a \cdot f - 0,0084 a^2, \quad (245a)$$

$$I_b = \frac{1}{3} a \cdot x^3 - 0,0858 a^2 \cdot x^2 + 0,0168 a^3 \cdot x - 0,0012 a^4 + n \cdot f \cdot (\frac{1}{3} r_j^3 + (\frac{1}{2} a - x)^3).$$

Forskellen mellem dette Udtryk og (245) er imidlertid saa ringe, at man godt kan bruge (245) ogsaa i dette Tilfælde. Spændingerne bestemmes atter af (246) og (247).

<sup>1)</sup> § 634-5 findes Kurver, der letter Dimensionering og Spændingsbestemmelse.

<sup>1)</sup> Da Kræfterne C og T angriber noget tilvenstre for Kroppens Midte, maa b være noget større end 2 Gange Kropbredden. Se iøvrigt Mörsch: Der Eisenbetonbau I, 1, 1920, S. 379.

460. Bjælker med trekantet Tværsnit forekommer f. Eks. i et Tags Rygaas. De tre i Fig. 447-9 viste Tværsnit kan behandles under eet. For Fig. 448's Vedkommende er det forud-

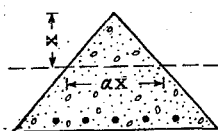


Fig. 447.

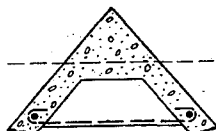


Fig. 448.

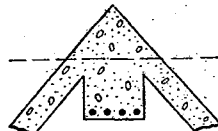


Fig. 449.

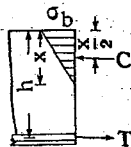


Fig. 450.

sat, at de to Flige, i hvilket Jærnet ligger, er forhindrede i at skride ud ved Hjælp af Tværsforbindelser. Der forudsættes at være fuldt Betontværsnit helt ned til Nullinien. Summen af Trykspændingerne er lig Indholdet af en Pyramide, og Resultanten C angriber derfor i Afstanden  $\frac{1}{3}x$  fra Spidsen (Fig. 450). Kaldes Forholdet mellem Resultantens Grundlinie og Højde for  $\alpha$  bliver:

$$C = \frac{1}{2} \alpha \cdot x^2 \cdot \frac{1}{3} \sigma_b = \frac{\alpha}{6} \cdot x^2 \cdot \sigma_b \quad M = C \cdot \left(h - \frac{x}{2}\right) = \frac{\alpha}{6} \cdot x^2 \cdot \sigma_b \cdot \left(h - \frac{x}{2}\right) \quad (248)$$

Indføres  $x = \beta \cdot h$ , faas:

$$M = \frac{\alpha}{6} \cdot \beta^2 h^3 \cdot \sigma_b \cdot (1 - \frac{1}{2}\beta) \quad h = \sqrt[3]{\frac{6M}{\beta^2(1-\frac{1}{2}\beta) \cdot \sigma_b}} = \sqrt[3]{\frac{M}{\alpha}} = c_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{\alpha}} \quad (249)$$

Endvidere havs:  $f = \frac{M}{\sigma_j \cdot \left(h - \frac{x}{2}\right)} = \frac{1}{\sigma_j \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\beta\right)} \cdot \frac{M}{h} = c_2 \cdot \frac{M}{h} \quad (250)$

$\beta$  bestemmes af (116). Hosstaaende Tabel giver Konstanterne  $c_1$ ,  $c_2$  og  $\beta$  for forskellige Spændingssæt.

$s_b^{bc}$	$s_j$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$s_b^{bc}$	$s_j$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$s_b^{bc}$	$s_j$	$c_1$	$c_2$	$\beta$
80	1200	0,737	0,00111	0,500	50	1200	1,000	0,00103	0,385	25	1200	1,683	0,000945	0,238
75	>	0,767	0,00110	0,484	45	>	1,078	0,00102	0,360	20	>	2,040	0,000926	0,200
70	>	0,801	0,00109	0,467	40	>	1,175	0,00100	0,333	40	1000	1,095	0,00123	0,375
65	>	0,840	0,00108	0,449	35	>	1,297	0,000982	0,304	35	>	1,205	0,00121	0,344
60	>	0,885	0,00106	0,429	30	>	1,460	0,000964	0,273	30	>	1,351	0,00118	0,310
55	>	0,939	0,00105	0,407										

Er Opgaven at finde Spændingerne i et givet Tværsnit, bestemmes Nullinien som Tyngdepunktlinien i det nyttige Tværsnit, altsaa:

$$\alpha \cdot x \cdot \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{3} x - n \cdot f \cdot (h - x) = 0 \quad \text{hvoraf:} \quad x^3 + 6 \cdot n \cdot f \cdot x - \alpha - 6 \cdot n \cdot f \cdot h = 0$$

Derefter beregnes  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$  af (248) og (250).

Faar Bjælken negative Momenter, saa Trekantens nedre Del (Fig. 447) bliver trykket, kommer man til en 4' Grads Ligning for  $x$ , men man kan roligt behandle Tværsnittet, som om det var rektangulært med Brede lig Trekantens Grundlinie. For Jærnets Vedkommende er man derved paa den sikre Side og for Betonen kun lidt paa den usikre.

461. Bjælker med vilkaarligt Tværsnit, hvis Form udelukker en umiddelbar Spændingsbestemmelse eller Dimensionering, kan behandles grafisk (§ 275), men ofte foretrækker man at løse Opgaven ved Prøveregninger. Skal Spændingerne i et givet Tværsnit bestemmes, kan man skønne Nulliniens Beliggenhed og derefter udregne det nyttige Tværsnits Tyngdepunkt. Falder dette ikke i Nullinien, gentages Skønnet og Beregningen, indtil det opnaaes: Saadanne Prøveregninger kan i mange Tilfælde lettes ved Indførelse af et æquivalent rektangulært Tværsnit, som angivet af Askøe<sup>1)</sup>.

Et foreliggende Bjælketværsnit af vilkaarlig Form (Fig. 451) kan tænkes erstattet af et rektangulært Tværsnit (Fig. 452) med samme Højde, saafremt man ændrer Jærnarealet saaledes, at de to Tværsnit faar samme  $W_b$  og samme  $W_j$ ; de to Tværsnit vil da under Paavirkning af samme Moment faa samme Kantspændinger.

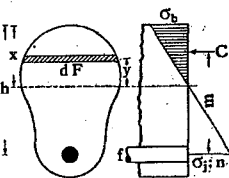


Fig. 451.

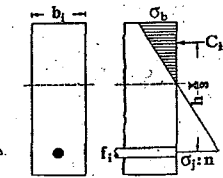


Fig. 452.

<sup>1)</sup> Ing. 1914 Nr. 52, 1918 Nr. 42 og Vejledning for Jærnbeton-Regnestokken, Aarhus 1922.

For det statiske Moment og Inertimomentet af det oprindelige Tværsnits Trykzone m. H. t. Nullinien havs Udtrykkene:

$$S = \int_0^x y \cdot dF \quad I = \int_0^x y^2 \cdot dF$$

Hvis man i Stedet for at integrere deler Trykzonen i Elementer  $\Delta F$ , hvis Tyngdepunktsafstande fra Trykzonens Overside kaldes  $h^c$ , og hvis Inertiarme om deres eget Tyngdepunkt kaldes  $i$ , kan Formlerne skrives:

$$S = \Sigma \Delta F \cdot (x - h^c) \quad I = \Sigma \Delta F \cdot (i^2 + (x - h^c)^2)$$

Endvidere er:  $m = \frac{I}{S} + h - x$  eller:  $S \cdot m = I + S \cdot (h - x) = \Sigma \Delta F \cdot ((x - h^c) \cdot (h - h^c) + i^2)$

samt:  $C = \int_0^x \frac{\sigma_b}{x} \cdot y \cdot dF = \sigma_b \cdot \frac{S}{x}$

Betingelsen for, at dette Tværsnit og det rektangulære er æquivalente, er for det første:

$$C \cdot m = C_1 \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) \quad \text{eller:} \quad \sigma_b \cdot \frac{S}{x} \cdot m = \frac{1}{3} \cdot \sigma_b \cdot x \cdot b_1 \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)$$

hvoraf:  $b_1 = \frac{S \cdot m}{\frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{\Sigma \Delta F \cdot ((x - h^c) \cdot (h - h^c) + i^2)}{\frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot (h - \frac{x}{3})} \quad (251)$

Er  $x$  kendt, kan  $b_1$  altsaa udregnes, og det tilsvarende Jærnareal findes af Ligevægtsbetingelsen:

$$f \cdot \sigma_j \cdot m = f_1 \cdot \sigma_j \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) \quad \text{hvoraf:} \quad \frac{f}{f_1} = \frac{h - \frac{x}{3}}{m} = \frac{S}{\frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot b_1}$$

Indføres Betegnelsen:

$$b_s = \frac{S}{\frac{1}{3} \cdot x^2} = \frac{\Sigma \Delta F \cdot (x - h^c)}{\frac{1}{3} \cdot x^2} \quad \text{faas:} \quad f_1 = \frac{b_1}{b_s} \cdot f \quad (252) \quad (253)$$

Det æquivalente Tværsnit har altsaa Dimensionerne  $h$ ,  $b_1$ ,  $f_1$  og Jærnprocenten:

$$\varphi_1 = \frac{100 \cdot f_1}{b_1 \cdot h} = \frac{100 \cdot f}{b_s \cdot h} \quad (254)$$

Dermed er Opgaven løst.

For T-formet Tværsnit med tynd Plade er:

$$b_s = b_0 + c \cdot (b - b_0) \cdot \frac{2 \cdot (x - \frac{1}{2} \cdot c)}{x^2} \quad (252a)$$

og  $b_1 > b_s$ , men saa lidt, at man nøjagtigt nok regner  $b_1 = b_s$ .

For rektangulært Tværsnit med Trykjærn er:

$$b_s = b + 30 f^c \cdot \frac{x - h^c}{x^2} \quad (252b)$$

og for  $h^c \approx \frac{1}{3}x$  regner man nøjagtigt nok  $b_1 = b_s$ .

462. Ved Spændingsbestemmelse skønner man  $x$ , udregner  $b_s$  af (252) og  $\varphi_1$  af (254), finder det tilhørende  $\beta$  af Tabellen Side 204, udregner paany  $b_s$  med  $x = \beta \cdot h$  samt  $\varphi_1$ ; denne Værdi skal da stemme med Udgangsværdien, ellers gentages Beregningen. Naar  $\varphi_1$  er fundet, bestemmes  $b_1$  af (251) og sluttelig Spændingerne.

Ved Dimensionering skønnes  $b_1$ , hvorefter  $h = c_1 \cdot \sqrt{M \cdot b_1}$ , der indsættes i (251) sammen med  $x = \beta \cdot h$ , idet  $\beta$  er en kendt Funktion af de tilladte Spændinger. Derved faas en rigtigere Værdi af  $b_1$ , med hvilken Dimensioneringen gentages. Naar Overensstemmelse er opnaaet, beregnes  $f_1 = c_2 \cdot \sqrt{M \cdot b_1}$  eller  $f_1 = \frac{1}{3} \varphi_1 \cdot b_1 \cdot h$  samt  $b_s$  af (252) og sluttelig  $f$  af (253).

Til Eksempel bestemmes Spændingerne i et rektangulært Bjælketværsnit med  $h = 28$  cm,  $b = 30$  cm,  $f = 6,16$  cm<sup>2</sup>,  $f^c = 3,08$  cm<sup>2</sup>,  $h^c = 2$  cm,  $M = 2000$  kgm.

Man skønner  $x = 10$  cm og beregner af (252b) og (254):

$$b_s = b + 30 \cdot 3,08 \cdot \frac{10 - 2}{10^2} = 30 + 7,4 = 37,4 \text{ cm} \quad \varphi_1 = \frac{100 \cdot 6,16}{37,4 \cdot 28} = 0,59$$

Af Tabellén Side 205 findes  $\beta = 0,341$ , altsaa  $x = 0,341h = 9,6$  cm. Naar Beregningen gentages med denne Værdi, findes  $b_s = 37,6$ ,  $\varphi_1 = 0,588$ , der nøjagtigt nok stemmer med den først udregnede Værdi. Derefter giver (251):

$$b_1 = b + \frac{15 \cdot 3,08 \cdot [(9,6 - 2) \cdot 26 + 0]}{\frac{1}{3} \cdot 9,6^2 \cdot 24,8} = 30 + 8,0 = 38 \text{ cm}$$

Som nævnt ovenfor kunde denne Beregning være sparet, da  $b_1 \sim b_2$ .

Af Tabellen Side 205 findes de til  $\varphi_1 = 0,588$  svarende Værdier:

$$\beta = 0,341 \quad \gamma = 29,0 \quad \mu = 0,1511$$

$$\text{altsaa: } \sigma_b = \frac{M}{\mu \cdot b_1 \cdot h^2} = \frac{2000 \cdot 100}{0,1511 \cdot 38 \cdot 28^2} = 44,4 \text{ at} \quad \sigma_j = 29,0 \cdot 44,4 = 1280 \text{ at.}$$

### 13. Plader og Bjælker, der danner en Vinkel med Kraftretningen.

463. Pladerne i Fig. 453 vil uden Hensyn til Kraftretningen bøje sig vinkelret paa Pladens Plan, og ved Dimensioneringen behøver man derfor kun at regne med Kraftkomponenten i denne Retning, medens Komposanten i Pladens Plan giver Spændinger, der paa Grund af Pladens Stivhed i denne Retning er saa smaa, at man som Regel kan se bort fra den.

For Bjælken B gælder det samme, og den i Fig. 454 viste Form, der medfører, at Jærnene faar ulige store Spændinger, er derfor u hensigtsmæssig.

Ogsaa Drageren skal dimensioneres for Kraftkomponenten  $\perp$  Pladen, idet Spændvidden er  $l$  (Fig. 453). Det ekscentriske Tryk, som den anden Komposant fremkalder, kan man ved Beregning af Spændingerne i Trapper og lignende se bort fra, derimod maa Komposanten medregnes ved Lejetrykkes Bestemmelse. Tænkes Bjælken B borte, og er Dragerens bevægelige Last  $p$  kg pr. lb. vandret Meter og Egenvægten  $g$  kg pr. lb. skraa Meter, bliver den totale lodrette Last:

$$P + G = p \cdot l \cdot \cos \alpha + g \cdot l$$

og dens Komposant  $\perp$  Pladen:

$$(P + G) \cdot \cos \alpha = p \cdot l \cdot \cos^2 \alpha + g \cdot l \cdot \cos \alpha.$$

Om man ved Momentbestemmelsen regner med denne Kraft og Spændvidden  $l$  eller med Kraften  $P + G$  og Spændvidden  $l \cdot \cos \alpha$ , kommer naturligvis ud paa eet.

### 14. Polygonale Plader og Bjælker.

#### a. Polygonalt lodret Billede.

##### α. Plader.

464. Bøjler i Knæpunkterne. I en Plade med konstant Tykkelse og polygonal Længdeakse (Fig. 455-6), vil Tryk- og Trækkraftens Retningsændring i Knæpunkterne fremkalde to ligestore og modsat rettede Kræfter  $R$  liggende i Vinklens Halveringsplan, enten Trykkrafter (Fig. 455), som Betonen selv kan optage, eller Trækkrafter (Fig. 456), for hvilke der i Halveringsplanet maa indlægges Bøjler med Tværnsitsareal:  $f = R : s_j$ ,

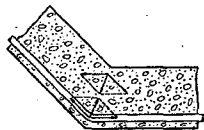


Fig. 455.

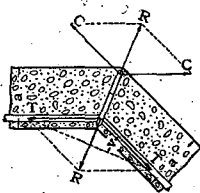


Fig. 456.

hvor  $R = 2 \cdot T \cdot \sin v$ . I slige Plader bliver  $h : a$  mindre end ellers; med  $t$  om Mørtel udenfor Bøjlerne (Fig. 460) findes:

$$a = h + \frac{1}{2} \cdot (d + d') + (t + \frac{1}{2} d') \cdot \cos v.$$

Under Forudsætningen  $d' \geq d$ , der næsten altid er opfyldt, findes:

$$a < h + 1,5 d + t.$$

Er Pladen ulige tyk paa de to Sider af Knækket, bliver Forholdene som i Fig. 457, idet Bøjlerne skal forbinde Trækkrafternes Skæringspunkt med Trykkrafternes Skæringspunkt; Momentet er forudsat konstant paa den tegnede Strækning.

Bøjlerne, af hvilke der lægges een om hvert Jærnt, skal forankres solidt i begge Ender og navnlig er det vigtigt, at de slutter tæt om Jærnene og er anbragt lige i Knækket; de bør derfor fastbindes stramt til Jærnet med mindst 2 mm tyk Traad, og de bør fremstilles af Rundjærnt, i alt Fald ikke af bredt Baandjærnt, da dette slutter daarligt til Jærnene i Rundingen.

465. Zigzag-Jærnt. Bøjlerne kan fastbindes til den eventuelle øvre Armering (§ 472), men hvis denne mangler, er det vanskeligt at holde Styr paa dem, og det maa da

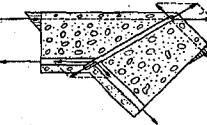


Fig. 457.

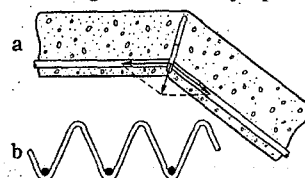


Fig. 458.

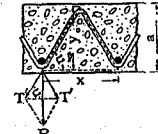


Fig. 459.

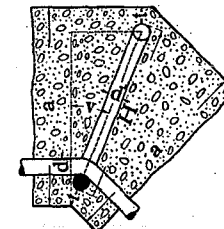


Fig. 460.

anbefales at bruge faste Bøjler (Fig. 594) eller at erstatte Bøjlerne med et zigzag-formet Rundjærnt (Fig. 458).

Naar Trækresultanten  $R$  opløses efter dette Jærns Retninger (Fig. 459), findes:

$$T' = \frac{\frac{1}{2} R}{\sin u} \quad \text{og} \quad \sin u = \frac{y}{\sqrt{y^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \quad \text{altsaa:} \quad T' = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{y}\right)^2}$$

For  $y$  kan indføres  $y = \frac{h}{\cos v}$ , da Bestemmelsen af den korrekte Værdi er besværlig.

Zigzag-Jærnets ydre Højde, der skal opgives Arbejderne, bliver (Fig. 460):

$$H = \frac{a - (t + \frac{1}{2} d')}{\cos v} - t + \frac{1}{2} d'.$$

466. Stødning af Jærnene. Ordningen i Fig. 456 lider af den Mangel, at Bæreevnen er betinget af Bøjlernes eller Zigzag-Jærnets rigtige Anbringelse. Dette kan man raade Bod paa ved at støde Jærnene i Knæpunktet (Fig. 461), hvorved Bøjlernes Forbindelse med Jærnene bliver af mere underordnet Betydning. Afstanden fra  $a$  ud til Jærnenes Ender maa ikke være kortere end Forankringslængden, hvilken Fordring kan føre til den i Fig. 462 viste Jærntform. Der er selvfølgelig intet i Vejen for at kombinere Formerne Fig.

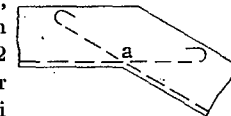


Fig. 461.

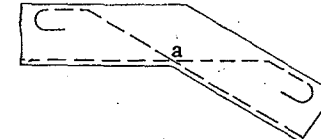


Fig. 462.

456 og 461 eller 462 saaledes at nogle af Jærnene knækkes, og andre stødes, og hvis Knæpunktet ligger nær Pladens Leje, kan muligvis de ikke knækkede Jærn bøjes op i Pladens Overside, som vist tilvenstre i Fig. 462, og bruges som Skraajærn (Fig. 408), uden at Stødjærn i Undersiden er paakrævet. Selv om Jærnene stødes, kan Bøjlerne ikke undværes, thi Krogtrykkene giver den sædvanlige Trækresultant  $R$ , men den optræder mindre koncentreret, og det er derfor ikke absolut nødvendigt, at alle Bøjlerne koncentrerer i Knæpunktet.

**467. Sløjfer** (Fig. 463) som Erstatning for Stød eller Bøjler er ikke gode. Kraftoverføringen kan her tænkes at foregaa paa een af to Maader.

Enten bliver Trækraften i Jærnet og gennemløber Sløjfen, idet Betonen indenfor denne trykkes fra alle Sider; i saa Fald vil Adhæsionen ophæves, thi en Del af Sløjfen ligger i Betonens Trykside og kan følgelig ikke have Trækspændinger uden at have løsnet sig fra Betonen; alene af den Grund er Konstruktionen uheldig, men dertil kommer saa yderligere de meget store Trykspændinger paa Betonen indenfor Sløjfen, som man slet ikke véd, om Betonen kan taale, og endelig ligger de to Jærngrene i forskellige Planer, saa der kommer store Forskydningsspændinger i Betonkærnen.

Den anden Mulighed er, at Kraften i den ene Jærngren overføres til den anden gennem Betonen ved Træk- og Forskydningsspændinger, saa at Sløjfen virker som to Kroge, der løber over i hinanden, men i saa Fald er Stødlængden meget for kort.

β. T-Bjælker.

**468. Knæpunktets Dimensionering.** T-Bjælker kan behandles ganske som Plader, bortset fra at man kun kan anbringe Bøjler i Kroppen, og da den opadvirkende Trækraft  $R$  (Fig. 464) er fordelt over hele Hovedets Bredde  $b$ ,

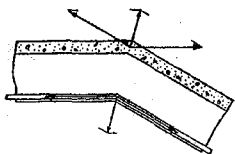


Fig. 464.

vil de udenfor Kroppen værende Dele af Pladen kunne løfte sig. Man er derfor henvist til enten at indlægge en Tværbjælke i Knæpunktet

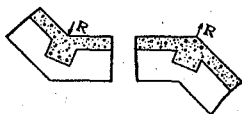


Fig. 465.

(Fig. 465) og dimensionere den for den jævnt fordelte Kraft  $R$  eller til at se bort fra Pladen og dimensionere Knæpunktet og dets nærmeste Omgivelser under Forudsætningen  $b = b_0$ .

**469. Højdeforøgelse i Knæpunktet** kan blive nødvendig, naar den nyttige Bredde her kun er  $b_0$ , og kan da ske som Fig. 468 eller 469 viser. Trykkraftens Overførelse fra Bjælkehovedets Flige til Bjælkekroppen og omvendt (Fig. 466) sker ved Forskydningsspændinger i de lodrette Flader, der skiller Fligene fra Kroppen, og disse Spændinger maa ikke overstige den tilfældige Værdi  $\tau_b$ , hvilket muliggør Udregningen af en Minimumsværdi for den Længde  $x$  regnet fra Knæpunktet, paa hvilken en Højdeforøgelse er nødvendig, idet Fremgangsmaaden f. Eks. kan være følgende. I det Tværsnit, der skønnes at være stærkt nok med normal Højde, bestemmes Trykkraften

$$C = \frac{M}{m} \sim \frac{M}{h - \frac{1}{2}c} \text{ og den Del af denne, der falder i Fligene, nemlig } C' = C \cdot \frac{b-b_0}{b}$$

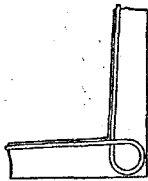


Fig. 463.

Ligger Tværsnittet i Afstanden  $x$  fra Knæpunktet, skal man, hvis Bjælken har eensidigt Hoved, have:

$$\frac{C'}{c \cdot x} \leq \tau_b$$

Ligger Hovedet symmetrisk, ombyttes  $c$  med  $2c$ . Er Betingelsen ikke opfyldt, maa enten  $x$  eller  $c$  forøges. Hvis Kurven for  $M: m$  har et Maksimumspunkt paa Strækningen  $x$ , maa  $x$  kun regnes til dette.

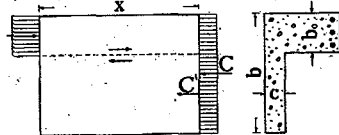


Fig. 466.

**470. Bøjlerne i Knæpunktet** bliver ofte ubekvemsvære, og man kan da, som vist i Fig. 467, foruden Bøjlerne  $a$  i Halveringsplanet, ogsaa anbringe

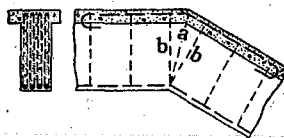


Fig. 467.

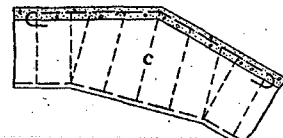


Fig. 468.

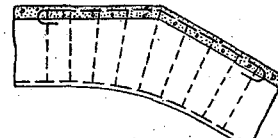


Fig. 469.

Bøjlerne  $b$ . Er disse ikke tilstrækkelige, kan man bruge to Knæpunkter (Fig. 468) eller bøje Jærnet i en Cirkelbue (Fig. 469), over hvilken Bøjlerne da kan fordeles jævnt. Den sidste Form er den bedste, men noget dyrere at fremstille.

Bøjes Jærnet efter en Cirkelbue (Fig. 469), og kaldes dets Tryk paa Betonen  $\sigma_b$ , bliver det totale Tryk (Fig. 470):

$$\sigma_b \cdot d \cdot r \cdot \sin v \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma_j \cdot \sin v$$

$$\text{hvoraf: } \sigma_b = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \frac{d}{r} \cdot \sigma_j \tag{255}$$

Bøjlearealet pr. lb. cm skal da være:

$$f_B = \frac{\sigma_b \cdot d}{\sigma_j} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d^2}{r} \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_j}$$

og paa hele Længden:

$$\Sigma f_B = f_B \cdot \frac{2v}{360} \cdot 2\pi \cdot r = \frac{1}{2} \pi d^2 \cdot \frac{\sigma_j}{s_j} \cdot \frac{2v}{360} \cdot 2\pi$$

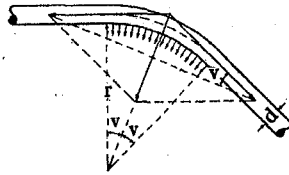


Fig. 470.

Det er forsigtigst at forankre Jærnene hvert for sig og ikke med en fælles U-Bøjle, men en enkelt U-Bøjle bør dog indlægges, da en tilfældig Skævhed hos Trækjærnene kan medføre, at Trækket faar en vandret udadrettet Komposant. Er alle Trækjærnene ens, kan man indlægge een U-Bøjle (§ 533) med Tværsnit  $f$  til Fastholdelse af Hjørnejærnene og en V-Bøjle med Tværsnit  $\frac{1}{2}f$  om hvert af Mellemjærnene. Vil man bruge lutter ens V-Bøjler, kan man forneden lægge en vandret Bøjle formet efter Fig. 103 i § 147, men derved vanskeliggøres Støbningen.

**471. Stødning af Jærnene** er at anbefale i endnu højere Grad end ved Plader. Hvis samtlige Jærn stødes, bør man i T-Bjælker og smalle rektangulære Bjælker samtidig skifte Jærntal og om fornødent Jærndiameter, saaledes at det ene Sæt Jærn gaar ind i det andet Sæts Mellemrum, og Symmetrien bevares (smlgn. Fig. 872 i § 732). Ligger Trækjærnene i to Lag bør i alt Fald de øvre Jærn stødes som i Fig. 461-62, thi knækkes samtlige Jærn,

skal man enten have et dobbelt Sæt Bøjler, og det kan være vanskeligt nok at faa et enkelt Sæt nøjagtigt anbragt, eller ogsaa skal man sørge for, at Betonen kan overføre Trykket fra de øvre Jærn til de nedre Jærn uden at knuses, altsaa bruge en passende stor Krumningsradius (Fig. 469).

Skal Bjælkehøjden i Knæpunktet forøges, kan Armeringen udføres efter Fig. 471, og enten saaledes at Skraajærnene er ekstra Jærn eller saaledes, at kun hvert andet af de vandrette Jærn løber ligend, mens Resten knækker i det øverste *a*, og kun hvert andet af de fra neden kommende Jærn løber lige ud, mens Resten knækker i det nederste *a*.

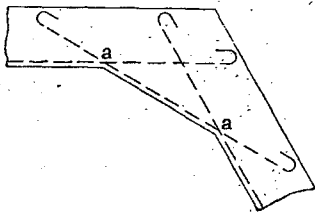


Fig. 471.

**472. Trykarmringing til Formindskelse af Højden** kan bruges baade i Plader og Bjælker, og selv om dette Formaal ikke foreligger, plejer man at armere Oversiden af T-Bjælker og smalle rektangulære Bjælker, før at Hjørnet ikke skal sprænges af under Indflydelse af de to Trykkrafters Trækresultant *R* (Fig. 464). Man kan enten armere med samme Antal Jærn som i Undersiden, hvorved Bøjlerne faar et sikkert Hold foroven (Fig. 467), eller med kun to Jærn, idet de midterste udelades, hvorved Støbningen lettes. Jærndiameterens Størrelse er af underordnet Betydning, den kan f. Eks. være 14–20 mm. Jærnene bør mindst føres  $\frac{1}{2}h$  udover Trækjærnenes Knæpunkt og forsynes med Bøjler efter de sædvanlige Regler for Trykjærn, men disse Bøjler kan naturligvis ikke optage nogen Del af Kraften *R*, med mindre Trækjærnet skifter Retning i deres Fodpunkt. Bøjlerne *a* og *c* (Fig. 467–68) i Trykjærnenes Knæpunkt maa aldrig mangle. De yderste Bøjler anbringes bedst ud for Krogenes Centrum.

**b. Bjælker med polygonalt vandret Billede.**

**473. Vinkelformet Bjælke.** En Bjælke, der er indspændt i Enderne, og i vandret Billede har Formen *ACB* (Fig. 472) kan beregnes paa følgende Maade):

Som statisk ubestemmelig Størrelse indføres det bøjende Moment *X* i Punkt *C*. Er Lasten fordelt symmetrisk om *C*, vil Tværkraften være Nul i dette Punkt, og Bjælkestykket *AC* kan da skæres løs fra *CB* og betragtes som en selvstændig Bjælke, der er belastet dels af de paa Strækningen *AC* værende ydre Kræfter, dels af det bøjende Moment *X*·sin  $\alpha$  og det vridende Moment *X*·cos  $\alpha$ , der bægge er konstante paa hele Længden. Saafremt man kender *X*, er Opgaven derfor løst.

Indføres Betegnelsen:

$$\mu = \frac{E_b^b}{E_b^f} \cdot \frac{I_b^b}{I_b^f}$$

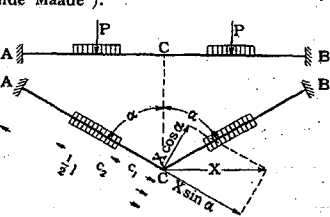


Fig. 472.

hvor *E<sub>f</sub>* er Betonens Elasticitetstal ved Forskydning, *I<sub>f</sub>* Tværsnittets Inertimoment overfor Vridning, og sættes paa Grundlag af udførte Forsøg  $E_b^b = 2,2 \cdot E_b^f$ , faas for et rektangulært Tværsnit med Højde·Bredde = *a*·*b*:

$$\mu = \frac{2,2}{12} \cdot \left(1 + \left(\frac{a}{b}\right)^3\right) \cdot (3,645 - 0,06 \frac{a}{b})$$

Er Lasten paa *AC* en Enkelkraft *P* virkende i Afstanden *c* fra *C*, og er Forholdene tilsvarende paa *CB*, findes:

$$X = p \cdot \frac{(\frac{1}{2}l - c)^2}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin^2 \alpha + \mu \cdot \cos^2 \alpha}$$

<sup>1)</sup> Se B. u. E. 1927, S. 429 (St. Heszler). Se ogsaa 1930, S. 53.

Er Lasten paa *AC* fordelt som Fig. 472 viser, og er Forholdene tilsvarende paa *CB*, findes:

$$X = \frac{P}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin^2 \alpha + \mu \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \left(\frac{1}{2}l^2 - \frac{1}{2}l \cdot (c_1 + c_2) + \frac{1}{3} \cdot (c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + c_2^2)\right)$$

hvilket Udtryk falder sammen med det foregaaende, hvis  $c_1 = c_2$ .

**474. Cirkelformet Bjælke.** Er Bjælkens vandrette Billede en Cirkelbue (Fig. 473), maa man for at finde Spændingerne i et vilkaarligt Punkt *E* bestemme det bøjende og vridende Moment i dette, altsaa opløse *X* efter Retningen *ED* og den derpaa vinkelrette, og paa samme Maade bestemme de ydre Kræfters bøjende og vridende Moment m. H. t. Punktet *E*.

Er Lasten jævnt fordelt og lig *p* kg/m, findes:

$$X = p \cdot r^2 \cdot \frac{(4 \cdot \sin \varphi_0 - 2\varphi_0) \cdot (\mu + 1) + \sin 2\varphi_0 \cdot (\mu - 1) - 4\mu \cdot \varphi_0 \cdot \cos \varphi_0}{2\varphi_0 \cdot (\mu + 1) - \sin 2\varphi_0 \cdot (\mu - 1)}$$

og Momenterne i Punkt *E*:

$$M^b = X \cdot \cos \varphi - p \cdot r \cdot \varphi \cdot c_1$$

$$M^v = X \cdot \sin \varphi - p \cdot r \cdot \varphi \cdot c_2$$

hvor  $c_1$  og  $c_2$  er Afstandene fra Tyngdepunktet af Lasten *p*·*r*· $\varphi$  til Linien *ED*, henholdsvis til Normalen paa *ED* i *E*, altsaa:

$$c_1 = r \cdot \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \varphi}{\frac{1}{2} \varphi}$$

$$c_2 = r - r \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} \varphi}{\frac{1}{2} \varphi} \cdot \cos \frac{1}{2} \varphi$$

der indført i ovenstaaende Udtryk giver:

$$M^b = X \cdot \cos \varphi - p \cdot r^2 \cdot (1 - \cos \varphi)$$

$$M^v = X \cdot \sin \varphi - p \cdot r^2 \cdot (\varphi - \sin \varphi)$$

For  $\varphi_0 = \frac{1}{2} \pi$  findes:

$$X = 0,27 \cdot p \cdot r^2$$

og i et vilkaarligt Punkt:

$$M^b = p \cdot r^2 \cdot \left(\frac{4}{\pi} \cdot \cos \varphi - 1\right)$$

$$M^v = p \cdot r^2 \cdot \left(\frac{4}{\pi} \cdot \sin \varphi - \varphi\right)$$

Maksimalværdierne optræder i Indspændingstværsnittene og er:

$$M_{maks}^b = -p \cdot r^2$$

$$M_{maks}^v = -0,302 p \cdot r^2$$

*M<sup>v</sup>* er Nul i Punkterne  $\varphi = 0$  og  $\varphi = \text{ca. } 65^\circ$  og har mellem disse to Punkter et Maksimum ved  $\varphi = \text{ca. } 38^\circ$ . Dette Maksimum er  $M^v = 0,12 p \cdot r^2$ .

Mellemløjer, under cirkelformede Bjælker behandles i B. u. E. 1930, S. 149 (Heszler).

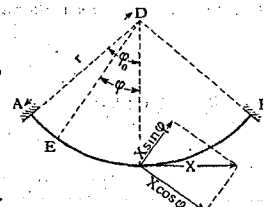


Fig. 473.

**15. Svindspændinger i enkelt armerede Bjælker.**

**475.** En svindende Betonbjælke med armeret Trækside forholder sig som en ikke svindende, uarmeret Bjælke, der i Enderne paavirkes af to lige store Trækkræfter angribende i Jærnaksen. Spændingsformlerne, der er udledede nedenfor, viser, at Svindspændingernes Størrelse afhænger af Tværsnittets Form og Jærnprocent. Anvendes disse Formler paa T-Bjælker med normal Armering, finder man saa store Værdier af  $\sigma_b^l$ , at de nærmer sig til eller overskrider Betonens Bøjningsstyrke, og naar saadanne Bjælker yderligere belastes med ydre Kræfter, kan man ikke hindre dem i at revne. Man kan næppe naa videre end til at begrænse Revnernes Vidde ved at begrænse den tilladelige Jærnspejnding; Forskrifter om stor Kroppbredde er derimod unyttige.

Naar Betonen i en Bjælke eller Plade svinder, opstaar der langs Jærnets Ender Adhæensions-spændinger, der fremkalder en Trykkraft *C<sub>s</sub>* i Jærnet og en Trækraft *T<sub>s</sub>* = *C<sub>s</sub>* i Betonen. Kræfterne vokser fra Jærnenden indefter, indtil de har naaet en saadan Værdi, at den Betonforlængelse, som *T<sub>s</sub>* fremkalder i den umiddelbart ved Jærnet liggende Beton, ophæver en saa stor Del af Betonens Svind  $\epsilon_s$ , at den resterende Del  $\epsilon_s - \epsilon_b^l$  er lig Jærnets Forkortelse  $\epsilon_j$ , da Adhæensionsspændingen saa bliver Nul.

I denne midterste Del af Bjælken virker Jærnet som en Trykstang, der ligger løst i Betonen, kun forbundet med Bjælkens Ender, som den søger at fjerne fra hinanden med Trykkraften *C<sub>s</sub>*, og man kan derfor tænke sig Jærnet udtaget af Bjælken, naar man til Gengæld tilføjer den foreløbig ukendte Trækraft *T<sub>s</sub>* = *C<sub>s</sub>* ved Bjælkens Ender.

Lad *F<sub>b</sub>* og *I<sub>b</sub>* være Betontværsnittets Areal og Inertimoment, naar Jærnet tænkes erstattet



med Luft, og lad den punkterede Linie (Fig. 474) være Tyngdepunktslinie under samme Forudsætning. Dette Tværnit er paavirket af den ekscentriske Trækkraft  $T_s$ , der giver Spændingerne:

$$\sigma_b^c = -\frac{T_s}{F_b} + \frac{T_s \cdot e}{I_b} \cdot x \quad \sigma_b^t = \frac{T_s}{F_b} + \frac{T_s \cdot e}{I_b} \cdot (a - x).$$

Den ubekendte Værdi af  $T_s$  kan findes af Betingelsen:

$$\epsilon_j = \epsilon_s - \epsilon_b^t \quad \text{eller:} \quad \frac{\sigma_j}{E_j} = \epsilon_s - \frac{\sigma_b^t}{E_b^t}$$

hvor  $\sigma_j = \frac{C_s}{f} = \frac{T_s}{f}$  og  $\sigma_b^t$  er Betonspændingen paa Jærnets Plads altsaa lig  $\frac{T_s}{F_b} + \frac{T_s \cdot e^2}{I_b}$ . Ved Indsættelse i Betingelsesligningen faas:

$$\frac{C_s}{f} \cdot \frac{1}{E_j} = \epsilon_s - \left( \frac{T_s}{F_b} + \frac{T_s \cdot e^2}{I_b} \right) \cdot \frac{1}{E_b}$$

og da  $C_s = T_s$  og  $E_j = n \cdot E_b$ :

$$T_s = \frac{\epsilon_s \cdot E_j}{\frac{1}{f} + \frac{n}{F_b} + \frac{n \cdot e^2}{I_b}}$$

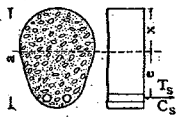


Fig. 474.

## 16. Stødning af Jærn i Bjælker.

### a. Rundjærn.

#### c. Spændingsforhold paa Stødlængden.

476. Fig. 475—77 viser Spændingsforholdene i en Bjælke med stødte Jærn paa 3 forskellige Belastningsstadier<sup>1)</sup>; Momentet er forudsat at være konstant

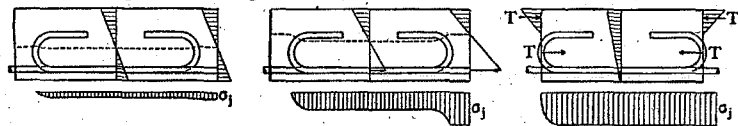


Fig. 475.

Fig. 476.

Fig. 477.

paa Stødlængden. I Fig. 475 er Spændingerne smaa, Betonen fuldt medvirkende, og der er regnet med  $n = 10$ . Spændingen i et af de fra højre Side kommende Jærn er vist nederst i Figuren. Den større Jærnmængde paa Stødlængden sænker Nulllinien og formindsker Spændingerne. Naar Betonen revner, bliver denne Virkning forøget (Fig. 476). De to Figurer er tegnet under Forudsætning af plantblivende Tværnit, hvilket ikke svarer til Virkeligheden, da Jærnet paa et mer eller mindre tidligt Tidspunkt begynder at bevæge sig i Forhold til den omgivende Beton; tænkes Adhæsionen helt ophævet, Jærnet liggende løst i Betonen og hele Jærnets Trækkraft overført til Betonen som et Tryk gennem Krogens Centrum, bliver Betonen paa Stødlængden paavirket, som Fig. 477 viser. Er den samlede Trækkraft i Jærnene udenfor Stødlængden  $T$ , bliver Trækkraften indenfor Stødlængden  $2T$ , Trykkraften maa følges ogsaa være  $2T$ , hvoraf Halvdelen kommer fra Krogtrykkene, Halvdelen fra de almindelige Bøjningsspændinger. Betonens resulterende Spændingstilstand bliver i det foreliggende Tilfælde den midt i Figuren viste, altsaa hele Betontværsnittet trykket. Ved Forsøg med Bjælker af den viste Art og kort Stødlængde ( $l = 15d$ ) opstod der ingen Bøjningsrevner paa Stødlængden; Spændingstilstanden har altsaa paa et tidligt Tidspunkt nærmet sig til den i Fig. 477 viste, men dette gælder ikke under alle Forhold (Fig. 498).

Den Diskontinuitet i Bjælkens Trækside, som Stødet bevirker, medfører som Regel, at de første Bøjningsrevner kommer ved Enderne af Stødet, hvor Krogens Runding gennemskærer Betonen. Hvis man udfører Stødet som

<sup>1)</sup> Ing. 1927, Side 232.

Fig. 478 viser, formindskes denne Diskontinuitet, og Krogtrykket overføres til Bjælkens Trykzone, hvor der ikke er Fare for Trækbrud. Princippet er derfor godt, men paa Grund af det større Jærnforbrug følges det kun i specielle Tilfælde.



Fig. 478.

### β. Brudmuligheder.

477. Ved Stødets Udformning maa følgende Brudmuligheder tages i Betragtning: (1) Forskydningsbrud i lodrette Planer mellem Jærnene, (2) Lokalt Trykbrud ved Krogene, (3) Trykbrud paa hele Stødlængden.

#### Forskydningsbrud.

478. Brudmaade. Ved Forsøg med Bjælker som Fig. 479, støbte af en meget stærk Beton, fremkom de i Fig. 480 viste Revner. Først opstod Tvær-

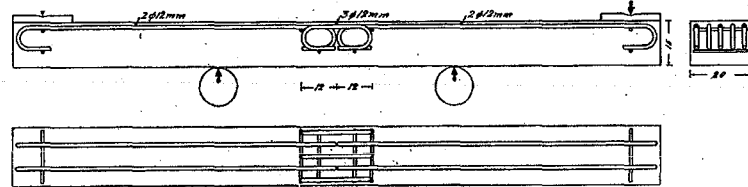


Fig. 479. Forsøgsbjælke.

revner ved de ydre Stødjærns 4 Ender, derpaa i Midtertværsnittet over de lange Jærns Ender, derpaa over det indre Stødjærns Ender. Efterhaanden løb disse Revner sammen og blev gennemgaaende, Længderevnerne opstod, og

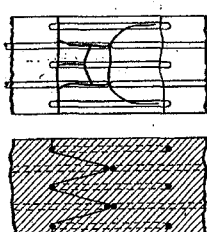


Fig. 480—81.

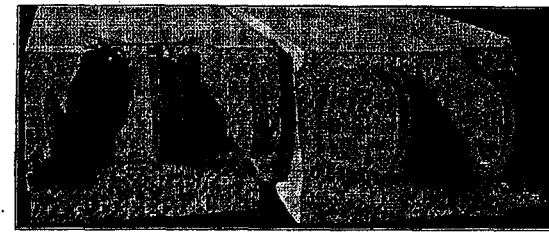


Fig. 482.

Bjælken brækkede. Et Stykke under Overfladen forløb Brudlinien som skematisk vist paa Fig. 481. Fig. 482 giver et Fotografi af Brudfladerne. Krogene forskyder sig for hinanden, medtagende den Beton, de omslutter, og idet de ujævne Betonflader glider paa hinanden, sprænges Bjælkernes ydre Del fra, som Fotografiet viser.

Den nedre Kurve paa Fig. 483 viser Samhørigheden mellem Hovedjærnenes Spænding ( $\sigma_b^t = 0$ ,  $n = 15$ ) og Bøjningsspændingen paa de midterste 175 cm. Bruddet skete pludseligt uden forudgaaende Flydning. Den øvre Kurve gælder for Bjælker med Stødlængde  $15 \cdot d$ ; disse viste samme Styrke og Sejhed som Bjælker med gennemgaaende Jærn.

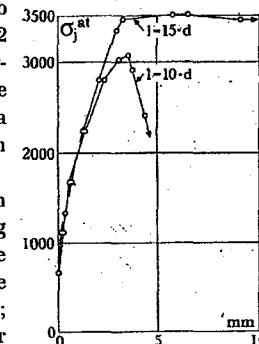


Fig. 483.

**479. Nødvendig Stødlængde.** Kaldes Trækkraften i et af Hovedjærnene  $P$ , bliver Trækkraften i et af Stødjærnene  $\frac{2}{3}P$ ; i Snittet mellem det ydre Stødjærn og Hovedjærnet virker da en vandret forskydende Kraft  $Q = \frac{2}{3}P$ , i Snittet mellem det indre Stødjærn og Hovedjærnet er  $Q = \frac{1}{3}P$ . Forskydningsbruddet er sket i Flader, hvis Højde  $k$  er lig Kroghøjden (se Fig. 482), og hvis Længde er lig Stødlængden  $l$ ; Brudfladens Areal er da tilnærmelsesvis  $k \cdot l$  og Middelspændingen:

$$\tau_b = \frac{Q}{k \cdot l}$$

Kaldes den tilladelige Spænding  $t_b$ , faas:

$$l \geq \frac{Q}{k \cdot t_b} \quad (256)$$

hvor  $Q$  er den største forskydende Kraft, altsaa lig  $\frac{2}{3}P$ , naar Forholdene er som i Fig. 479. Resultatet af Forsøgene<sup>1)</sup> var, at man for  $t_b$  kan indføre  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{S^c}$ , hvor  $S^c$  er Tærningestykken. I de danske Normer er denne Værdi erstattet med:  $t_b = 0,1 \cdot s_b^{bc}$ , altsaa:

$$l \geq \frac{Q}{k \cdot 0,1 \cdot s_b^{bc}} \quad (256a)$$

Ved stærk Beton er Normernes Værdi af  $t_b$  større end den af Forsøgene udledede, men utvivlsomt sikker nok, saafremt man indlægger Bøjler, og det bør man i Praksis altid gøre (§ 483).

*Scheit & Wawrzyniak* har forsøgt at støde Jærnene midt i en Bjælke under Brug af Conside's Kroge, og det har vist sig, at selv 25 mm Bj. kan stødes, uden at Bjælkens Styrke lider derunder, naar blot Bjælken er tilstrækkelig massiv. Forsøgsbjælkerne havde kvadratisk Tværnsnit med 30 cm Sidelinje, var altsaa meget brede i Forhold til de to Stykker 25 mm Bj., der laa i dem. Betonens Trykstyrke (30 cm Tærninger) var 280 at, Jærnenes Flydespænding 2660 at, og de Bjælker, der havde gennemgaaende Jærn, brød sammen ved en regningsmæssig Jærns spænding af 3015 at (*D. A. f. E.*, Heft 14). En Stødlængde  $l = 17 d$  var lige ved at være passende, men i nogle Tilfælde dog lidt for lille, med  $l = 27 d$  var Bjælkernes Styrke større end Bjælkens med gennemgaaende Jærn, mens en Forøgelse af  $l$  udover 27  $d$  ingen yderligere Virkning havde. Senere Forsøg (Heft 37) har vist, at Betonens Kvalitet har Indflydelse paa Forbindelsens Styrke, og at man ikke kan støde et svært Jærn i en spinkel Bjælke uden at forringe Bjælkens Styrke.

**480. Stødmæddens Indflydelse paa Stødlængden.** Naar Jærnene i en bred Plade stødes paa almindelig Maade, haves  $Q = \frac{1}{2}P$ , naar der ses bort fra Forholdene ved Pladens Rande, hvor  $Q$  er større. Ved et tilsvarende direkte Stød i Bjælker (Fig. 484) kan man ikke se bort fra Yderjærnene, men maa regne  $Q = P$ , altsaa  $Q = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma_j$ , og er Krogformen den normale, haves  $k = 7d$ , der indsat i (256a) giver:

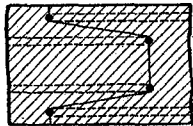


Fig. 484.

$$l \geq 1,12 \cdot \frac{\sigma_j}{s_b^{bc}} \cdot d \quad (256b)$$

Hvis man derimod skifter Jærnantal, samtidig med at man støder, eller støder indirekte (Fig. 485), er der Muligheder for at formindske  $Q$ ; gives det midterste Stødjærn samme Tværnsnit som et Hovedjærn, og de ydre et halvt saa stort Tværnsnit, bliver  $Q$  ens i alle 4 Brudflader og lig  $\frac{1}{2}P$ . Vil man ikke gøre Forskel paa Stødjærnenes Tværnsnit, kan man opnaa en konstant Værdi af  $\tau_b$  ved at gøre de ydre Stødjærn længere end de indre.

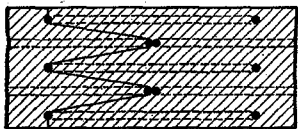


Fig. 485.

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: Stød i Jærnbetonbjælker (*Ing.* 1927, S. 232).

## Trykbrud.

**481. Lokalt Trykbrud ved Krogene.** Tryksvag Beton kan knuses af

Krogtrykket, inden der er sket Forskydningsbrud (§ 260). Er Bjælken uden Tværarmering, sprænges den mer eller mindre pludseligt; er Bjælken tværarmeret, vokser Deformationerne jævnt (Fig. 486). Betonens Evne til at taale Krogtrykket vokser med dens Afstand fra Bjælkesiden. Naar samtlige Krogtryk er ens (Fig. 484), sker der først Knusning ved Yderkrogene (Fig. 487); er derimod Yderkrogenes Tryk mindre end Inderkrogenes, kan Forholdet være omvendt (Fig. 488)<sup>1)</sup>. Saavel Hensynet til Krogtrykket som Hensynet til Forskydningsspændingerne opfordrer altsaa til at gøre Yderjærnene spinklere end Inderjærnene, men større Virkning har en Tværarmering, der hindrer Betonens Knusning.

Hvis den Beton, der omgiver Krogene, tværarmeres rigeligt med Bøjler, der enten stikkes ind i disse eller bedre lægges udenom dem, vil Betonens Trykstyrke forøges, og Krogenes sprængende Virkning forhindres, og Bjælken vil da, hvad enten Jærnene er stødt direkte eller indirekte, i alt væsentligt forholde sig, som om Jærnene var gennemgaaende.

**482. Totalt Trykbrud paa Stødlængden** sikrer man sig imod ved ikke at bruge urimeligt smaa Betondimensioner. Største Trykspænding kan udregnes som

<sup>1)</sup> Regnes i Overensstemmelse med § 260 Trykspændingen i Krogens Runding at være  $\sigma_b = \frac{1}{3} \pi \cdot \sigma_j$ , fandtes Brudværdien af  $\sigma_b$  ved Forsøgene at være:

For en Bjælkes Yderjærn:  $\sigma_b = 3,6 \cdot S^c$ . For en Bjælkes Inderjærn:  $\sigma_b = 4,9 \cdot S^c$ .



Fig. 486.

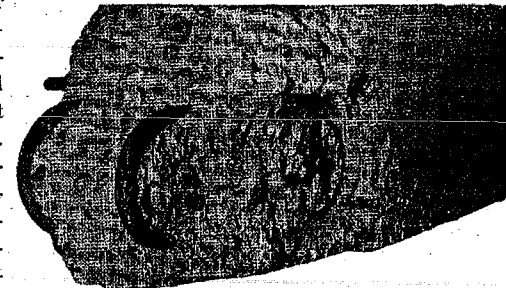


Fig. 487. Brud svarende til Fig. 484.

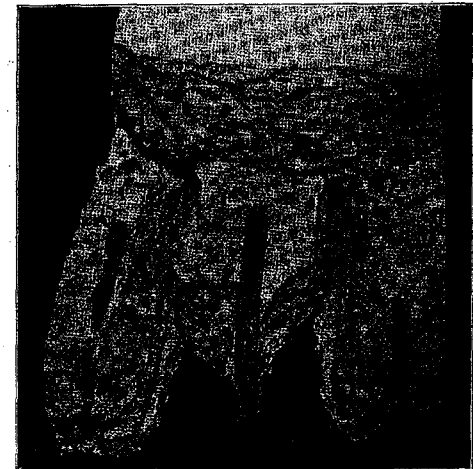


Fig. 488. Brud svarende til Fig. 485.

gjort ved Fig. 477, altsaa ved at kombinere Bjælkens bøjende Moment med det fra de stødte Jærn hidrørende ekscentriske Normaltryk, men under normale Forhold er denne Udregning overflødig. Er  $z$  Jærnakseafstanden udenfor Stødlængden, og regnes Krogtrykket at fordele sig jævnt over Højden  $y$ , bliver Ligevægtsbetingelsen:

$$\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sigma_j = z \cdot y \cdot s_b^c$$

og da  $z \geq 2,5d$ , bliver:

$$y \geq \frac{\pi}{10} \cdot \frac{\sigma_j}{s_b^c} \cdot d.$$

Med  $\sigma_j = 1200$ ,  $s_b^c = 40$ , findes  $y \geq 9,45d$ , og denne Værdi kan man roligt regne med, naar Krogens Højde er den normale,  $7d$ .

### γ. Tværarmeringens Styrke.

483. Man bør altid lægge en rigelig Tværarmering paa Stødlængden under fornøden Hensyntagen til, at Støbningen ikke hindres for meget; i vanskelige Tilfælde kan man støbe med Mørtel eller ren Cement. Det er formentlig vigtigere at lægge Vægt paa Tværarmeringen og Betonstyrken end paa en stor Stødlængde og en stor Jærnafstand. Tværarmeringen kan dimensioneres som angivet i § 261. Er Forholdene som i Fig. 217 samme Sted, og er Arealet af et enkelt Jærn  $f$ , skal der altsaa ved hver af Stødlængdens Ender indlægges Bøjler med Tværsnit  $0,414f$ . Da der ogsaa paa Strækningen mellem Krogene skal være Bøjler, kan det samlede Bøjleareal sættes til mindst  $f$ . Et Stød som Fig. 485 er at behandle som to Stød; er samtlige Jærn ens, skal der ud for det ene Par Hovedjærns Kroge anbringes Bøjler med Tværsnit  $0,414f$  og ud for Stødjærnenes Kroge Bøjler med Tværsnit  $\frac{2}{3} \cdot 0,414f$ .

Man kan enten bruge almindelige Bjælkebøjler (Fig. 411), der kun gennemkrydser Bjælkens Underside og derfor kun i ringe Grad hindrer Støbningen, eller Bøjler af den i Fig. 489 viste Art.

I hvor høj Grad en kraftig Tværarmering raader Bod paa Virkningen af en kort Stødlængde viser efterfølgende Figurer fra Forsøg, ved hvilke Stød-



Fig. 489.

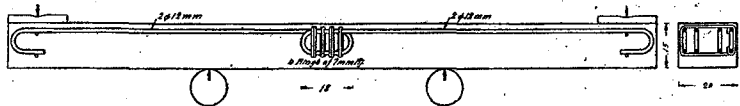


Fig. 490.

længden kun var  $15d$  og Betonens Tærningestyrke 183<sup>at</sup>. Saavel naar Jærnene var stødt indirekte (Fig. 489), som naar de var stødt direkte (Fig. 490), fandtes paa det nærmeste samme Styrke og Sejghed som ved Brug af gennemgaaende Jærn. Hosstaaende Nedbøjningskurver belyser Forholdene.

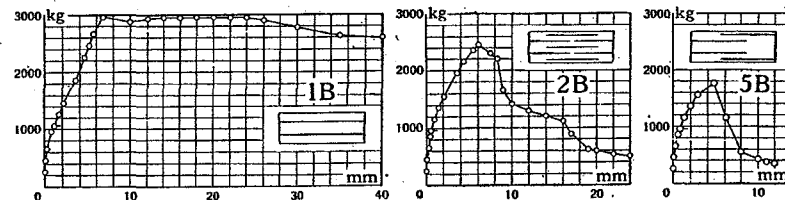
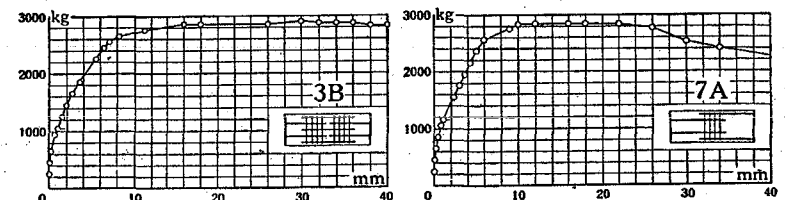
Fig. 491.  
Gennemgaaende Jærn.Fig. 492.  
Som Fig. 489,Fig. 493.  
Som Fig. 490,  
men uden Bøjler.

Fig. 494. Som Fig. 489.

Fig. 495. Som Fig. 490.

Ordinaterne angiver Bjælkens totale Last  $P$ , af hvilken  $\sigma_j$  kan beregnes ved Multiplikation med ca. 1,2. Indtil  $P = \text{ca. } 2000 \text{ kg}$ , viser Fig. 494 og 495 større Stivhed end Fig. 491, men ved større Værdier af  $P$  er Forholdet omvendt, idet der sker Bevægelser af den i Fig. 206 og 214 viste Art.

### δ. Stødregler.

484. Stød i Trykjærn kan udføres uden Brug af Kroge efter de under Søjler (§ 168) givne Regler. I det følgende behandles kun Stød i Trækjærn.

Stødning af Jærn i Bjælker maa udføres med Omhu, da Jærnene som Regel er svære i Forhold til Betondimensionerne. Undtagelsesvis bruges Skruemuffer (§ 253), som Regel stødes Jærnene ved Overdækning under Anvendelse af Endekroge.

**Stødstedets Beliggenhed.** Stødene lægges om muligt paa Steder, hvor Jærnspændingen er lav, og hvor der er god Plads i Bjælken. I Bjælker med opbøjede Jærn er det ofte bekvemt at lægge Stødene paa Opbøjningsstederne; i Fig. 496 er Jærnene  $a$  og  $b$  stødt paa denne Maade.

Man støder ikke alle Jærnene paa samme Sted, hvis det let kan undgaaes. Efter de danske Normer bør højst  $\frac{1}{3}$  af Jærnene stødes indenfor samme Overdækningslængde; Bjælken vil da bevare  $\frac{2}{3}$  af sin Bæreevne, selv om de stødte Jærn svigter.

Man bør tilstræbe Symmetri om Bjælkets tværsnittets Midte.

**Stødlængde.** Normerne foreskriver som Hovedregel:

$$l \geq 10 + 30d$$

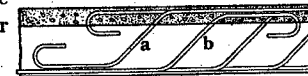


Fig. 496.

gyldig for alle Stødmaader, Jærnsplændinger og Betonkvaliteter, men tillader ogsaa, at  $l$  bestemmes af (256a), der som Regel giver mindre Værdier.

Tværrmeringen bør være i Overensstemmelse med § 483.

Betondimensionerne skal være store nok til at overføre Krogtrykkene, en Betingelse, der paa Forhaand plejer at være opfyldt (§ 482); er den det ikke, kan man støbe med en stærkere Beton paa Stødlængden. Ofte kommer Jærnene til at ligge tættere end normalt, og Støbning med ren Mørtel er da at anbefale.

### b. Stødning af Ribbejern.

485. Ved Forsøg med Bjælker med stødte Ribbejern (Fig. 497) skete Revnedannelsen paa

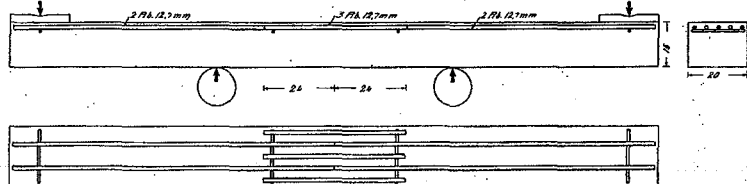


Fig. 497.

Stødlængden, som Fig. 498 viser. De første Revner ( $a$  og  $b$ ) opstod i de to Tværsnit, hvor de 3 korte Stødjærn ender, i Overensstemmelse med at Betontværsnittet her er stærkest svækket. Derefter fulgte Revnen i Bjælkens Midte ( $c$ ), hvor de lange Jærn er stødt, og som derfor har det næstværgeste Betontværsnit; senere opstod Revner ( $d$ ,  $e$  og  $f$ ) mellem de nævnte. Revnerne  $a$  og  $b$  viste sig i Begyndelsen kun ved Enderne af de ydre Stødjærn, først efterhaanden blev de gennemgaaende. Revne  $c$  viste sig i Begyndelsen kun over de lange Jærns Ender.

Naar Spændingen i de lange Jærn var naaet op i Nærheden af Flydegrænsen, fremkom Længderevnerne  $g$ ,  $h$  og  $i$ , en Følge af Jærnenes sprængende Virkning, idet de forsøger at glide. Senere viste Flydningen sig tydeligt ved at Revnerne  $a$  og  $b$  gabede. Der var to Bjælker, og de bar paa det nærmeste det samme som Bjælker med gennemgaaende Jærn. I den ene fandt der overhovedet ingen egentlig Glidning Sted, i den anden, der var yngre, forplantede Flydningen i de lange Jærn sig fra Revne  $b$  ind mod Midten, hvorved der opstod Længderevner over og langs med disse Jærn, indtil der sluttelig efter lang Tids Flydning skete en Glidning.



Fig. 498.

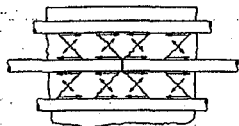


Fig. 499.

Ved Hjælp af Fig. 499 vil man kunne forstaa, hvorledes Bruddet sker. Betonen mellem et glidende Jærn og de nærmeste Stødjærn er paavirket til Forskydning, hvorved der opstaar skraa Trækspændinger, der udløser sig ved de skraa Revner. Samtidig vil Jærnet under sit Forsøg paa at glide udøve et Sidetryk paa Betonen, saaledes at det tynde Betonlag over Jærnet sprænges, hvorved Længderevnerne fremkommer og Jærnet faar Plads til at bevæge

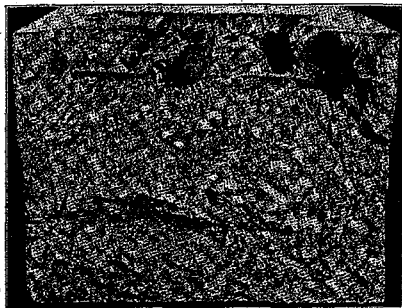


Fig. 500.

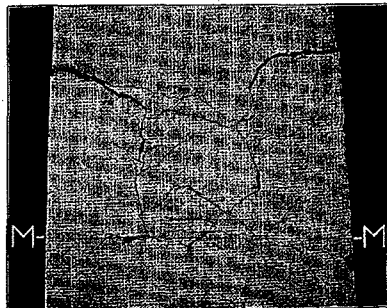


Fig. 501.

sig. At Jærnet paa denne Maade skubber Betonen tilside ses af Fig. 500, der viser Brudfladen (Revne  $b$ ).

Revnedannelsen i en tilsvarende Bjælke med kun 12 cm Stødlængde fremgaar af Fig. 501, der viser et Fotografi af Bjælkens Trækside efter Brud. Kun de kraftigste Revner er synlige, de finere har lukket sig saa tæt, at de ikke er kommet med paa Billedet. Den gabende Revne foroven svarer til  $a$  paa Fig. 498; fra denne udgaar de til  $h$  og  $g$  svarende Længderevner, der her strækker sig helt hen til Midtærtværsnittet  $M-M$ . De skraa Revner (Fig. 499) ses tydeligt ved Midtærtværsnittet ud for det ene Jærns Endepunkt. At Jærnet har skubbet Betonen tilside, viser sig paa Fotografiet ved Bjælkens forskellige Bredde paa de to Sider af den gabende Revne.

Fig. 502 viser Begyndelsen af Bøjningskurverne for 3 af de beskrevne Bjælker, i hvilke Stødlængden var henholdsvis 18,9  $d$ , 14,2  $d$  og 9,5  $d$ . Med Stødlængden 18,9  $d$  opnaaedes samme Styrke og paa det nærmeste samme Sejghed som med gennemgaaende Jærn. Med Stødlængden 14,2  $d$  opnaaedes ikke altid fuld Styrke, og Bruddet skete mer eller mindre pludseligt. Med Stødlængden 9,5  $d$  skete Bruddet pludseligt uden forudgaaende Flydning. Indtil noget under Maksimallasten var Bjælkerne med stødte Jærn stivere end Bjælker med gennemgaaende Jærn, og Fig. 502 viser, hvorledes Stivheden vokser med Stødlængden; disse Forskelle er en Følge af, at Jærnmængden i de forskellige Bjælkens Midterparti er forskellig.

Glidespændingen fandtes at have  $l = 18,9 d$  14,2  $d$  9,5  $d$  hosstaaende Værdier, medens de tidligere omtalte Udrækningsforsøg (§ 27)  $S_{bj} = 50$  at 64 at 79 at for  $l = 9,5 d$  gav  $S_{bj} = 134$  at.  $S_{bj}$  for Bjælken er altsaa kun 60% af  $S_{bj}$  for Klodsen, og Forskellen skyldes Bjælkens mindre Modstand mod Sprængning.

Den nødvendige Stødlængde kan passende beregnes af (256), naar man for  $k$  indfører 4,5  $d$ . Stødlængden bliver da 55% større end for krogede Rundjærn med samme Diameter.

Tværrmeringens Tværsnitsareal kan sættes til mindst  $f$  som ved krogede Rundjærn og kan fordeles jævnt over Stødlængden.

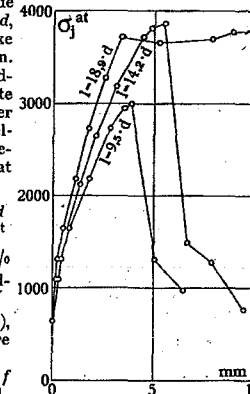


Fig. 502.